



TITLE:

アナログ計算機と非線形問題におけるその応用( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

安陪, 稔

---

CITATION:

安陪, 稔. アナログ計算機と非線形問題におけるその応用. 京都大学, 1965, 工学博士

ISSUE DATE:

1965-06-22

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r521>

RIGHT:



アナログ計算機と  
非線形問題におけるその応用

安 陪 稔



アナログ計算機と  
非線形問題におけるその応用

安 陪 稔

昭和40年3月



# 目 次

序 論 .....	1
第 1 章 電子管式低速度形アナログ計算機の試作研究 .....	3
1.1 緒 言 .....	3
1.2 線形要素 .....	5
1.3 非線形要素 .....	25
1.4 電源装置 .....	50
1.5 解指示装置 .....	54
1.6 演算制御装置 .....	73
1.7 その他の補助装置 .....	74
第 2 章 磁気増幅器式アナログ計算機 .....	85
2.1 緒 言 .....	85
2.2 磁気増幅器式加算器の入力・出力関係式 .....	87
2.3 入力巻線のインピーダンス .....	92
2.4 演算誤差の一般式 .....	97
2.5 最適入力巻線巻数の決定 .....	109
2.6 磁気増幅器式積分器の特性 .....	130
2.7 入力演算インピーダンスと演算誤差との関係 .....	134
2.8 高周波電源を用いた磁気増幅器式演算器の 試作研究 .....	153
第 3 章 多元連立高次代数方程式求解機 .....	183
3.1 緒 言 .....	183
3.2 試作求解機的方式 .....	184
3.3 試作求解機の構成要素 .....	192
3.4 演算回路の構成法 .....	208
3.5 試作求解機の応用例 .....	218

第4章	低速度形アナログ計算機による種々の非線形問題	
	の解析 .....	228
4.1	緒言 .....	228
4.2	飽和要素を含む位置制御系の過渡応答 .....	228
4.3	リレー要素を含む位置制御系の過渡応答 .....	232
4.4	飽和要素を含む位置制御系における振幅跳躍現象 .....	238
4.5	飽和要素を含む位置制御系における分数調波振動 .....	249
4.6	リレー要素を含む位置制御系に発生する分数 調波振動と初期条件との関係 .....	273
4.7	非線形連成振動 .....	288
結 論	.....	294
謝 辞	.....	296
参考文献	.....	298

## 序 論

電子管式アナログ計算機は第2次大戦中に見た電子管技術の著しい進歩を基礎にして完成されたと云われている。以来電子管式アナログ計算機の研究、開発は各方面において行なわれ高精度、大容量のアナログ計算機の出現を見るに至った。現在電子管式アナログ計算機は単に研究室用の微分解析機としてのみならず各種の物理系、自動制御系、工業プロセスなどのシミュレータとして広く実用される段階にある。

我国において電子管式アナログ計算機が研究され始めたのは1950年頃からであるが、約10年間に於けるこの分野の進歩は目覚しく、我国においても電子管式アナログ計算機は現在各方面に普及され実用されている。

筆者等は1956年より電子管式低速度形アナログ計算機の試作研究に着手した。その目的は従来研究室において行なわれて来た非線形振動の研究、非線形自動制御系の研究の1手段としてこのアナログ計算機を使用することであつて、計算機の試作に当つては特に各種の非線形特性を模擬する計算要素の試作に重点をおいた。上述のように筆者等がアナログ計算機の試作研究を始めた当時は我国におけるアナログ計算機技術の開発途上に當つており、理論的、経験的資料も僅少であつたため種々の困難があつたが、筆者等はこれを実験的に克服し、1958年頃までに充分実用に耐える計算機を試作し、これに種々の改良を施して現在の計算機を完成した。これらの結果を第1章に述べる。

上述のようにアナログ計算機の用途は①各種の微分方程式を解析する微分解析機としての用途と②各種の系のシミュレータとしての用途とに分けられるが、将来のアナログ計算機の用途として最も期待されるのは各種のプロセスのオンライン制御用計算機としての用途であろうと考えられる。オンライン制御用の計算機としては解が電圧または電流の形で出るアナログ計算機の方が使い易いことが多く、アナログ計算機の

特徴を生かした用途である点で期待出来る。一方オンラインで使用する  
となると計算機自体の信頼度が極めて重要な問題となり、計算機各要素  
の安定度が大きいこと、寿命が長いこと等が望まれるのみならず、使用  
する電源の種類が少いこと、電力消費量（発熱量）が少いことなどが望  
まれる。これらの要件を満たす計算要素として最近特に注目されているの  
は磁気増幅器式アナログ計算機要素であって、筆者は1961年から1962  
年にかけて株式会社日立製作所において磁気増幅器式アナログ計算機要  
素に関して研究を行なった。第2章にこれらの結果を述べる。

次に筆者等は1962年より多元連立高次代数方程式求解機の試作研究  
を行なっている。種々の振動系、自動制御系などの解析を行なう場合に  
これらの系を支配する微分方程式を誘導し、その方程式を解くことによ  
って系の動作を知ることが出来る。上述のアナログ計算機を用いれば直  
接解の形は求められるが、より詳細に議論を進めるには微分方程式を理論  
的に解く必要がある。その際に最も困難な問題となるのはこの微分方程  
式に対応する高次代数方程式を解く操作であって、この代数方程式の形  
が多元連立高次代数方程式になると益々困難となる。このような目的の  
ために従来のアナログ計算機技術を応用して代数方程式求解機の試作研  
究を始め、現在までに2元5次方程式程度まで適用出来る求解機の試作  
を行なった。第3章にこの結果を述べる。

最後に第4章では第1章にて述べた低速度形電子管式アナログ計算機  
を応用して非線形振動系、非線形自動制御系に関する数種の問題を解析  
した結果について述べる。製作したアナログ計算機の応用例は本文で述  
べたもののほかに極めて多種に亘っているが本文ではそのうちの数種の  
例を掲げた。



# 第1章 電子管式低速度形アナログ計算機の試作研究

## 1.1 緒 言

電子管式アナログ計算機をその構造より大別すれば低速度形と高速度形（繰返し形）となる。前者は計算機の演算速度が比較的遅く、一つの解の指示が30秒乃至数分を要して記録紙上に示されるものであり、後者は解が10乃至60サイクル/秒程度の高速度で繰返し演算され、ブラウン管上に指示される。精度の点より考えると低速度形の方が優れているが、解を迅速に知ることが望ましいような場合、例えば系の或るパラメータを連続的に変える場合に解の形がどのように変化するかと云うことを知るには高速度形の方が便利である。筆者は自動制御系特に非線形要素を含む自動制御系の解析、並びに非線形微分方程式によって表わされる振動系の解析の手段として昭和31年末より電子管式低速度形アナログ計算機の試作研究を行い実用上満足すべき性能を有する計算機を製作した。本章においては低速度形アナログ計算機についての一般的考察を述べると共に製作した各要素の回路、特性、精度等について報告する。

第1.1表は製作した低速度形アナログ計算機の構成を示すものであって、本表からわかるようにこの計算機の設計に当っては特に非線形要素に重点を置き各種の非線形微分方程式の解析に役立つよう考慮した。演算精度は線形要素（加算器、積分器）で演算時間150秒程度のとき出力電圧最大値 $\pm 100V$ に対して1%以内にとどまるように設計し、非線形要素の精度も出来るだけ前者の精度と同程度になるように注意した。即ち、サーボ掛算器、サーボ式関数発生器の設計に当っては静的誤差を少なくするために増幅器の線形帯に於ける利得を充分大きくし、ランプ及び正弦波形入力に対する追従誤差を軽減するために後述するような補償結線を添加した。本計算機を応用して各種の非線形微分方程式を解析し

第 1.1 表 製作した低速度形アナログ計算機の構成

	要 素	個 数	備 考
線 形 要 素	係数設定用ポテンシオメータ	30	30K $\Omega$ , 10回転形ヘリカルポテンシオメータ
	加 算 器	18	7入力 (×1, 1, 1, 1, 4, 4, 10)
	加 算 積 分 器	6	7入力 (×1, 1, 1, 4, 4, 10, 10)
非 線 形 要 素	サ ー ボ 掛 算 器	4	30K $\Omega$ , 3連ポテンシオメータ使用
	サ ー ボ 式 関 数 発 生 器	1	55K $\Omega$ , 20区間のタップ付ポテンシオメータ使用
	二極管式関数発生器	1	6AL5×10 使用, 20区間設定
特 殊 非 線 形 要 素	飽 和 要 素	5	演算増幅器を使用したもの1台を含む
	リ レ ー 要 素	2	有極リレーを使用したもの1台を含む
	バックラッシュ要素	1	加算器と組合せて使用するもの
	不 動 帯 要 素	1	演算増幅器を使用したもの
	静止およびクローン摩擦要素	1	ネオン放電管を使用したもの
電 源 装 置	100VAC 定電圧電源	1	定電圧放電管を使用したもの
	6.3VAC フィラメント電源	2	6.3VAC, 15A のもの
	+300VDC 定電圧電源	2	負荷電流 240mA,
	+75VDC "	1	負荷電流 80mA
	-190VDC "	2	負荷電流 240mA
	-350VDC "	1	負荷電流 80mA
	±100VDC 標準電源	2組	負荷電流80mAのものおよび240mAのもの
補 助 装 置	演 算 制 御 装 置	1	演算制御用リレー, リレー電源よる成る
	バ ラ ン ス メ ー タ	2	測定範囲±200V, ±100V, ±10V, ±1V, ±0.1VDC
	サイ タ ル カ ウ ン タ	1	入力正弦波電圧の1~10サイクルおきに動作する。
	正弦波電圧振幅安定装置	1	リレー制御によって正弦波電圧の振幅を安定化する。
解 指 示 装 置	ペ ン レ コ ー ダ	1	入力電圧範囲±100V, ±10V, ±1V
	メ ー Y 記 録 計	1	ドラム形, 入力電圧範囲 ±100V

た結果については後章に報告するが計算機の性能としては実用的に満足すべきものであると考えられる。

## 1.2 線形要素

アナログ計算機の構成要素を便宜上線形要素と非線形要素とに分類する。前者は演算用ポテンシオメータ、演算増幅器を用いた加算器、積分器等より成り、線形微分方程式の解、線形サーボ機構の解析などに用いられる。後者の非線形要素としては掛算器、関数発生器、その他非線形特性を表わす要素等があり、線形要素と組合せて種々の非線形問題の解析に用いられる。

### (a) 係数設定用ポテンシオメータ

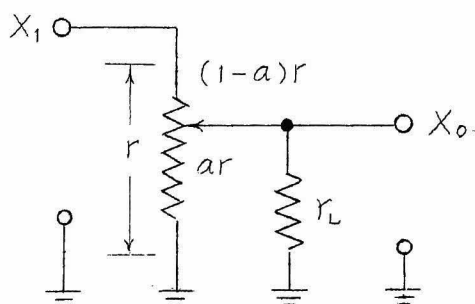
係数設定用ポテンシオメータとしては通常10回転のヘリカルポテンシオメータ（ヘリポット）が用いられ、第1.1図の如く演算機変数に一定の係数  $a$  ( $0 \leq a \leq 1$ ) を掛ける目的に使用される。即ち

$X$  : 入力電圧,  $X_o$  : 出力電圧とすれば

$$X_o = a X_i \quad (1.1)$$

なる演算を行なうものである。製作したアナログ計算機では  $30 \text{ K}\Omega$ , 10回転のヘリポット（緑測器研究所 HP-6型）を用いた。この場合、通常出力端子に接続される負荷抵抗  $r_L$  は  $100 \text{ K}\Omega$  乃至  $1 \text{ M}\Omega$  の程度であるからローディングの補正を行う必要がある。第1.1図より負荷  $r_L$  の影響を考えると

$$(X_o - X_i) \frac{1}{(1-a)r} + \frac{X_o}{ar} + \frac{X_o}{r_L} = 0 \quad ,$$



第1.1図 負荷抵抗  $r_L$  に接続した係数設定用ポテンシオメータ

従つて

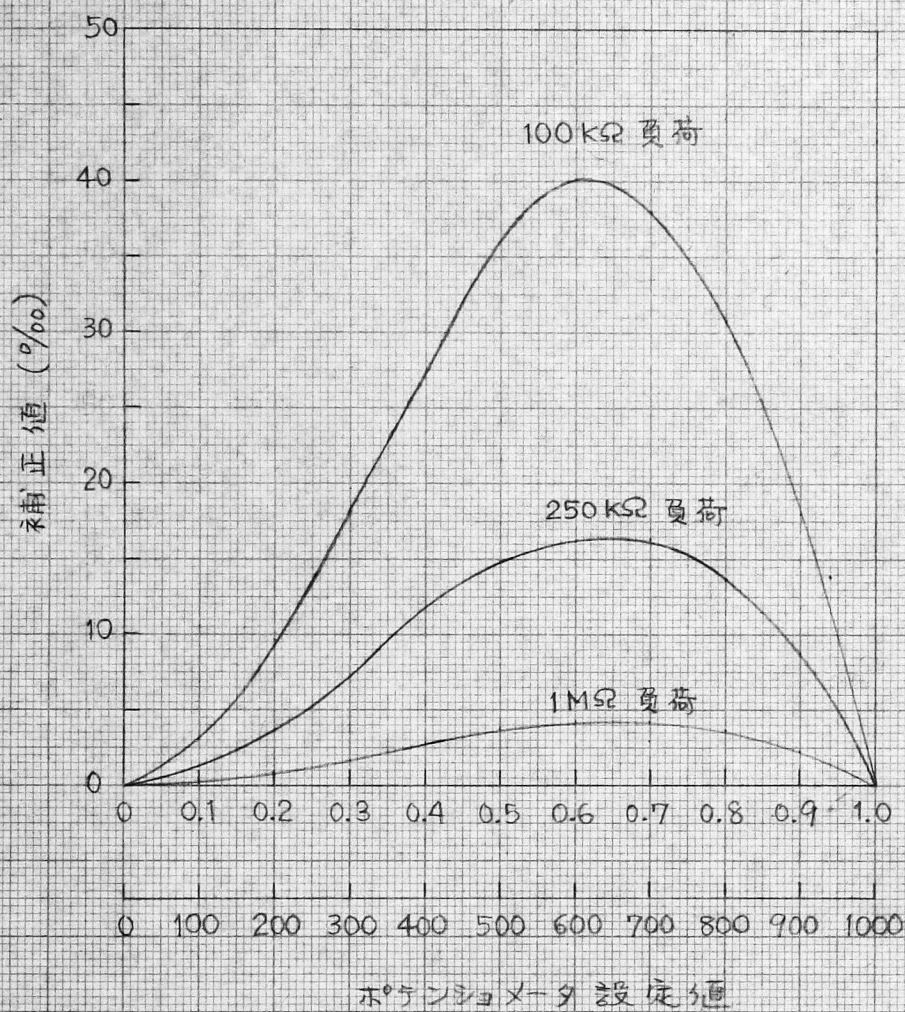
$$a - \frac{X_0}{X_1} = \frac{a^2(1-a) \frac{r}{r_L}}{1 + a(1-a) \frac{r}{r_L}} \cong a^2(1-a) \frac{r}{r_L}, \quad \frac{r}{r_L} \ll 1 \quad (1.2)$$

なる関係が得られる。第1.2図は(2.2)式の関係を用いて使用したヘリポット(30 KΩ)について補正曲線を描いたものである。

### (b) 演算増幅器

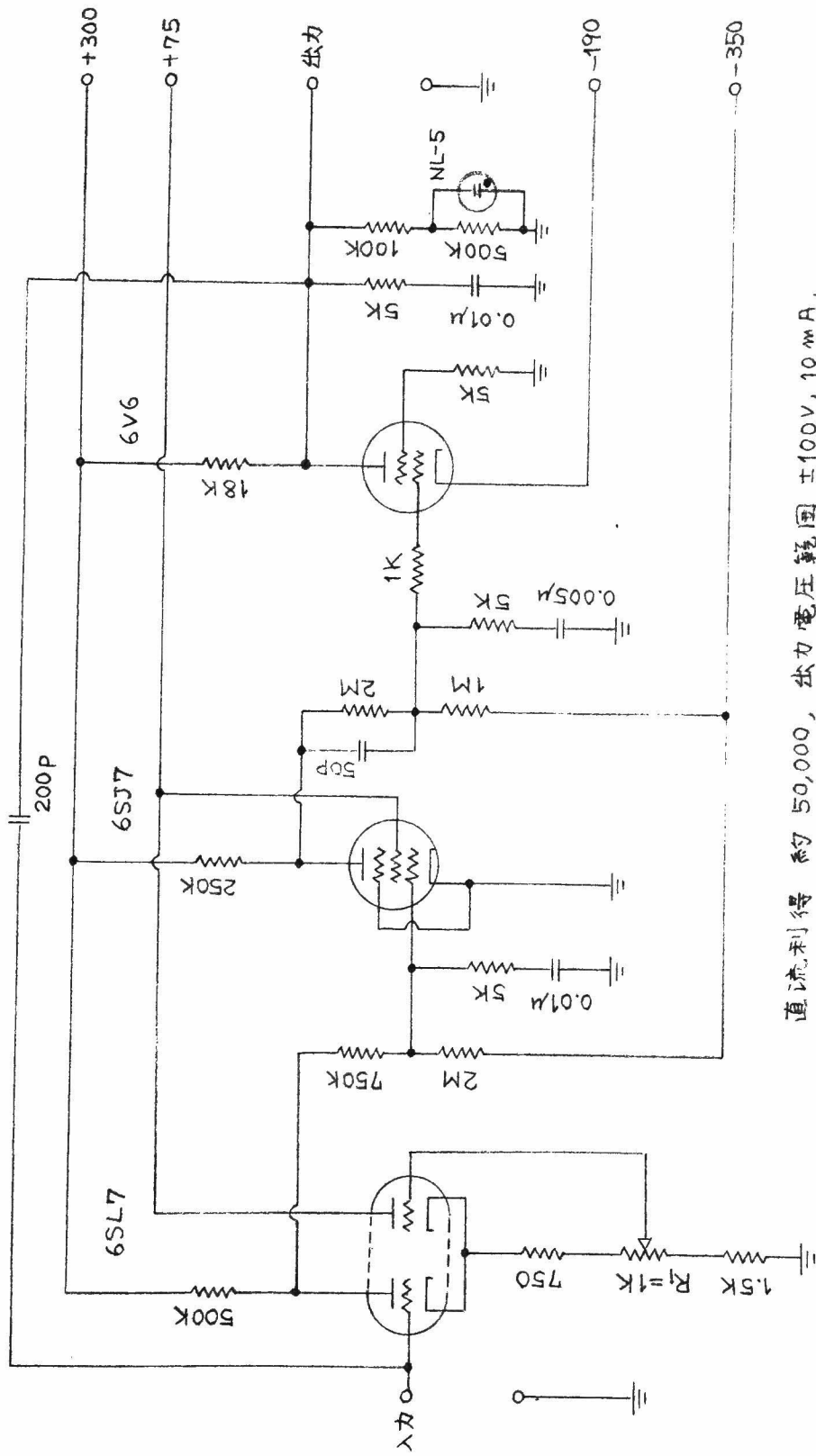
低速度形アナログ計算機に使用する演算増幅器は直結増幅器(直流増幅器)であつて、これを抵抗、コンデンサと組み合わせて加算器、積分器等を構成する。後述するように演算誤差を少なくするためには直結増幅器の利得を充分高くする必要があり、普通 $10^4$ 程度以上の利得をもたせる。このほか直流増幅器を使用した演算要素で誤差の原因となるのは増幅器初段の真空管のグリッド電流と、直結増幅器で避けることの出来ないドリフトである。グリッド電流は増幅器の入カインピーダンスを通して流れるためにその電圧降下が誤差の原因となり、ドリフト電圧は直接増幅器の出力電圧の誤差となる。通常増幅器の初段真空管としてはグリッド電流の少ない6SL7, 6SU7, 12A×7, 5692等を使用し、さらにこれを差動増幅器として動作させて電源電圧の変動によるドリフトを軽減するようにする。第1.3図は製作したアナログ計算機の加算器に使用している演算増幅器の結線図である。この結線はドリフト自動補償をしない例であつて、その特性の概略を同図に付記した。

この増幅器を後述する加算器に組み込んだ場合に、ドリフト補償は初段差動増幅管の陰極回路のポテンシオメータ $R_1$ の手動調整によつて行ふのであるが、電源電圧の変化の影響を受け易く、また真空管、抵抗等の特性の変化(特に計算機の起動後30分乃至1時間の間は動作が安定し難い)のためにドリフト電圧は20乃至30 mVにもなることがあるので演算中時々手動調整を行ふ必要がある。製作した加算器では1日に2回程度ドリフト調整を行えば常時10 mV程度以下のドリフトに抑える



第 1.2 図 係数設定用ポテンショメータの  
ローディング補正曲線





直流利得 約 50,000, 出力電圧範囲  $\pm 100V$ , 10 mA,

長時間ドリフト 約 15 mV/8時間

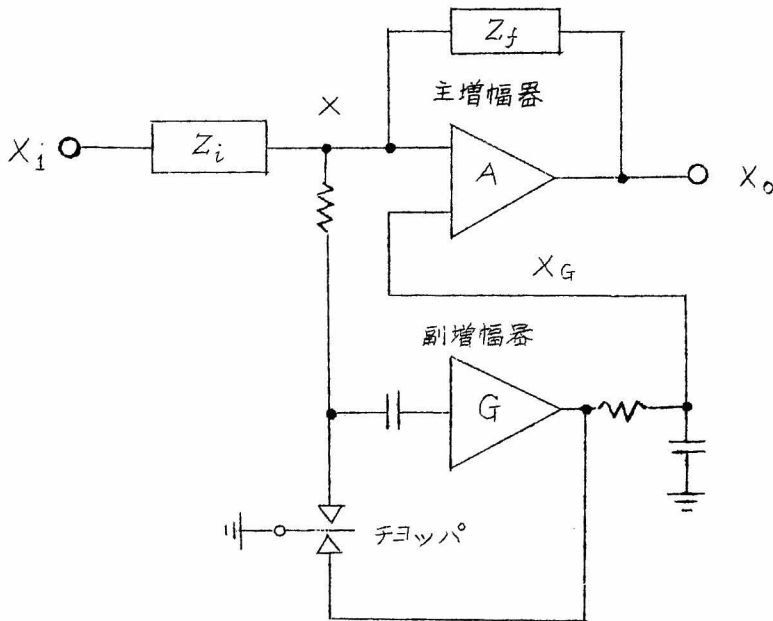
第1.3図 演算増幅器結線





ことが出来るから演算時間 150 秒として  $\pm 100 \text{ V}$  に対し約 1 % 以内の誤差に保つことが出来る。

ドリフト電圧をさらに軽減するためにはチヨツパを用いてドリフト自動補償をする必要がある。第 1.4 図は自動補償を施した演算回路の原理を示



第 1.4 図 ドリフト自動補償を施した演算増幅器の原理

したもので主増幅器の直流増幅器と副増幅器の交流増幅器より成っている。簡単のため入出力回路を含めた副増幅器の利得を  $G$ ，主増幅器の利得を  $A$  とし，かつ副増幅器の出力電圧  $X_G$  と演算信号電圧  $X$  とは等倍率で加算されると仮定する。また入力側に換算した主増幅器のドリフト電圧を  $X_{AD}$ ，副増幅器のそれを  $X_{GD}$  とし，各増幅器のグリッド電流を無視すると，

$$\left. \begin{aligned} \frac{(X_i - X)}{Z_i} &= \frac{(X - X_o)}{Z_f} , \\ X_o &= A(X + X_G + X_{AD}) , \\ X_G &= G(X + X_{GD}) \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

となる。(1.3)式より $X$ ,  $X_G$ を消去し、かつ $|A|$ が極めて大きいとする

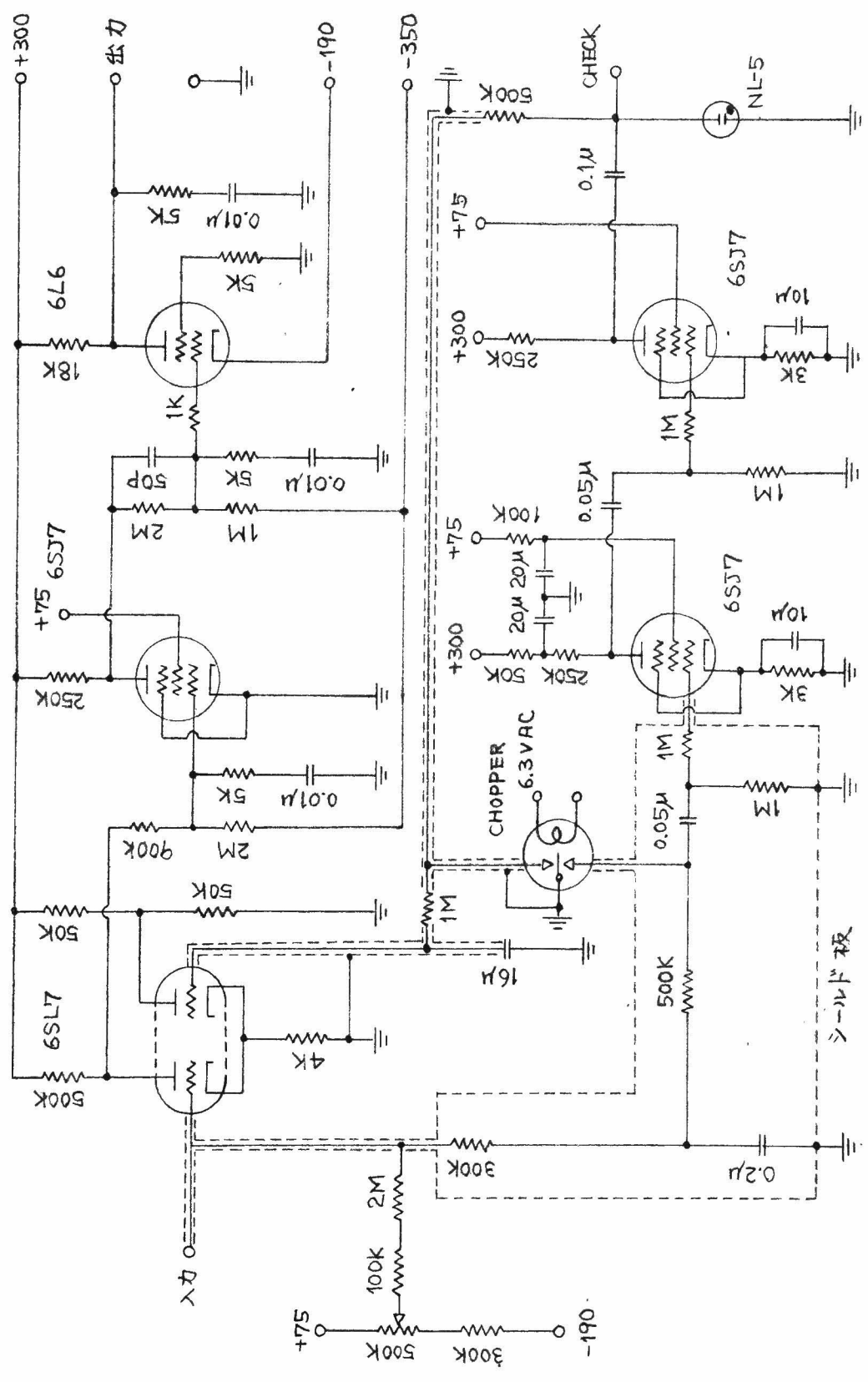
$$\left. \begin{aligned} X_0 &= -\frac{Z_f}{Z_i} X_1 - \left(1 + \frac{Z_f}{Z_i}\right) X_D \\ \text{但し} \quad X_D &= \frac{X_{AD}}{1+G} + \frac{G}{1+G} X_{GD} \cong \frac{X_{AD}}{G} + X_{GD} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

となり、(1.4)第1式の第2項がドリフトによる演算誤差であつて $X_D$ がこの回路全体としてのドリフトを与える\*。通常 $G$ は $10^3$ 程度であり、 $X_{GD}$ は交流増幅器のドリフトで直流増幅器のドリフトに比べて遙かに小さく全体として著しく改善される。一般にこのような自動補償を行えば殆んど無調整で長時に亘つてドリフト電圧を1 mV以下に保つことが容易である。

第1.5図は製作した計算機の積分器および一部の加算器に使用している演算増幅器の結線図である。この結線でチヨツパに続く二段の増幅は60 サイクル/秒の交流増幅であるが、その出力を再び同一のチヨツパで同期整流を行い全体としては直流増幅を行う。この際チヨツパの二つの固定接点には同位相の電圧がかかることになるためチヨツパ増幅器のみで発振を起し易く配線には特に注意を要する。筆者は第1.5図に示すようにチヨツパ増幅器の入力回路には充分シールドを施し、交流増幅器の出力端子から再びもとのチヨツパに接続する回路にも必ずシールド線を使用することによつて動作が不安定になるのを防止した。またチヨツパ増幅器において発生する雑音電圧(60 サイクル/秒のハム電圧が主であつて出力段の真空管の陽極に2乃至3ボルト程度発生する)のために主増幅器の入力端子を1 MΩを通して接地してもチヨツパ増幅器の出

---

\* 増幅器の入力側に換算したドリフト電圧を $X_D$ とすると、(1.3)式を導いたのと同様にして $\frac{X_1 - X}{Z_i} = \frac{X - X_0}{Z_f}$ ,  $A(X + X_D) = X_0$  となり $|A|$ は極めて大であるとする  
 と  $X_0 \cong -\frac{Z_f}{Z_i} X_1 - \left(1 + \frac{Z_f}{Z_i}\right) X_D$  となるから、この式と(1.4)第1式とを比較して $X_D$ が演算回路全体としてのドリフト電圧を表わしていることがわかる。



第 1.5 図 チョップ付演算増幅器結線



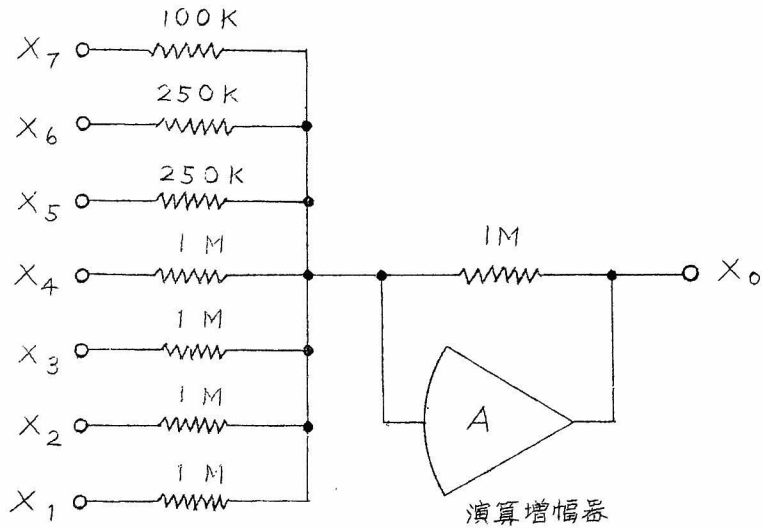
1端子には或程度の直流電圧を生ずるのでこれを補償する必要がある。  
 主増幅器として採用されて来た補償方式としては同期整流後の出力電圧(直流)に  
 1) (2) 相当な直流電圧を加算させる方法があるが、この方法では主増幅器初段  
 の差動増幅管のグリッドに強制的に電圧を与えることになり、増幅器全  
 体の動作に影響を及ぼすため交流増幅器の出力電圧は更に大きくなる傾  
 向がある。筆者は第1.5図のように演算増幅器の外部より適当な電圧を  
 加算器の原理によつて加算させることによつて雑音電圧によるオフセッ  
 ツを補償する方法を採用した。この方法によれば正規の動作状態(主増  
 幅器が線形性を保つて動作している状態)における交流増幅器の出力電  
 圧は雑音電圧のみとなり、オフセット補償のために影響を受けないですむこと  
 になる。第1.6図は製作したチヨツパ増幅器の直流電圧に対する入力-出力  
 電圧特性を示したものである。同図よりこの増幅器の利得は約800であ  
 ることがわかる。なお第1.5図の過負荷表示ランプ NL-5(マツダ)は  
 チヨツパ増幅器の交流出力電圧が60乃至70ボルト程度になると点灯  
 し、主増幅器が線形性を失つてオフセット電圧が発生したことを示すの  
 で、第1.3図の方式(出力電圧が±100Vを超えた場合に点灯する)よ  
 りも過負荷表示ランプとしては合理的である。

### (C) 加算器

加算器は本節(b)に述べた演算増幅器と固定抵抗とを組み合わせたもの  
 であり、通常数個の入力端子を持つ構成になっている。製作した加算器では  
 演算増幅器として第1.3図に示したチヨツパなしの演算増幅器を使用し、  
 第1.7図のような構成になる。今第1.7図のように7個の入力端子に夫々  
 $X_1, X_2, \dots, X_7$  になる入力電圧が加えられたとすると、出力電圧  $X_0$  は

$$X_0 = -(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + 4X_5 + 4X_6 + 10X_7) \quad (1.5)$$

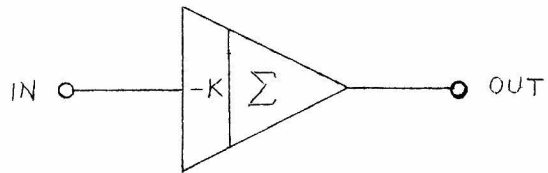
となる。以下本文においては加算器を第1.8図に示す記号で表わすこと  
 とする。図においては  $-K$  は符号の変ること並びに入力電圧に掛けられ  
 る係数を表わす。すなわち第1.6図に示した加算器では入力電圧  $X_1 \sim X_4$   
 に対しては  $K=1$ ,  $X_5, X_6$  に対しては  $K=4$ ,  $X_7$  に対しては  $K=10$  とな



第 1.7 図 加 算 器

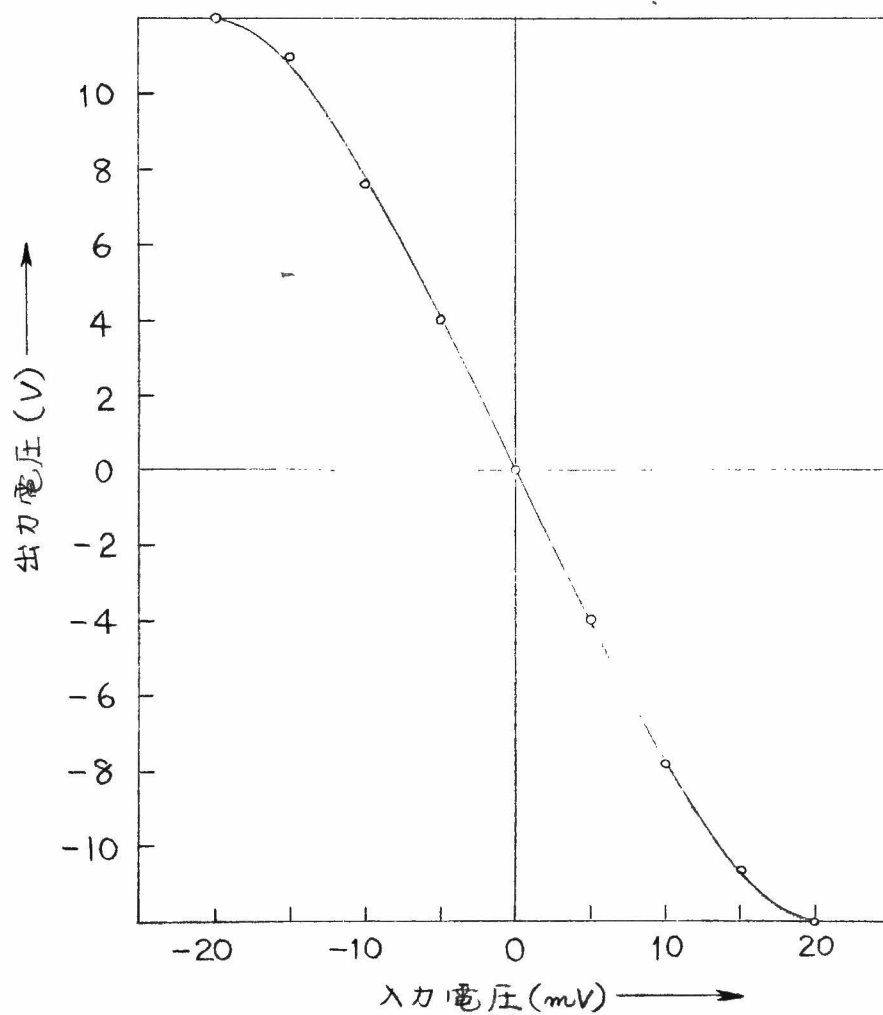
る。

この加算器の出力電圧範囲は負荷電流 10mA のとき ±100 ボルトであって、前述の 30 KΩ のポテンショメータを 3



第 1.8 図 加算器の記号

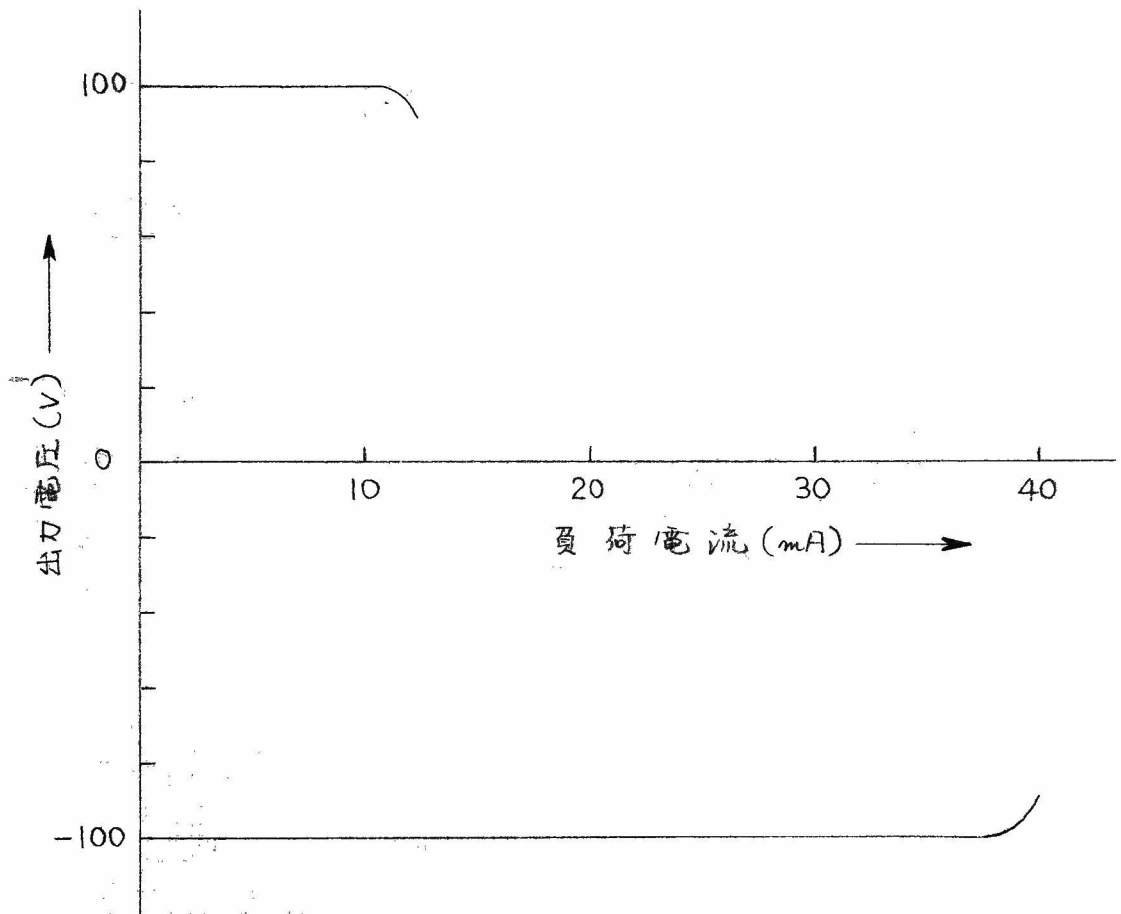
個まで出力端子に接続出来るよう設計してある。第 1.9 図はこの加算器の負荷特性を示す。特性が出力電圧の符号によって非対称になるのは演算増幅器の終段管の陽極に固定抵抗を使用している（第 1.3 図参照）ためであって、出力電圧が +100 ボルトのときは  $200/18 \times 10^3 = 11.1 \times 10^{-3}$  すなわち 11.1 mA 以上は負荷電流を取ることが出来ないが、出力電圧が負のときは終段管の陽極電流が飽和するまで負荷電流を取ることが出来る。次にこの加算器の周波数特性（振幅特性）を第 1.10 図に示す。同図は入カ-出力振幅比 1:1 の符号変換器として結線した場合の測定結果であって略々 150 サイクル/秒まで振幅の減衰はないことがわかる。また第 1.11 図は各種の電源電圧が変動した場合の符号変換器のドリフト電圧を測定した結果を示す。同図はチョツパ増幅器によるドリフト自動補



第 1.6 図 チョッパ増幅器の直流電圧に対する  
入力-出力特性

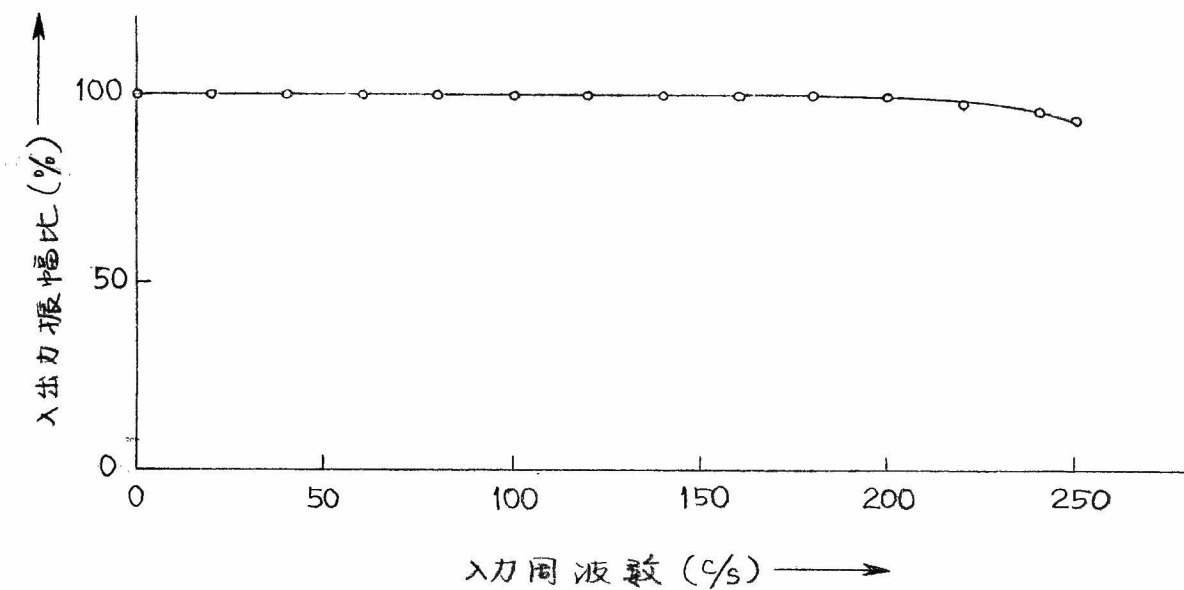






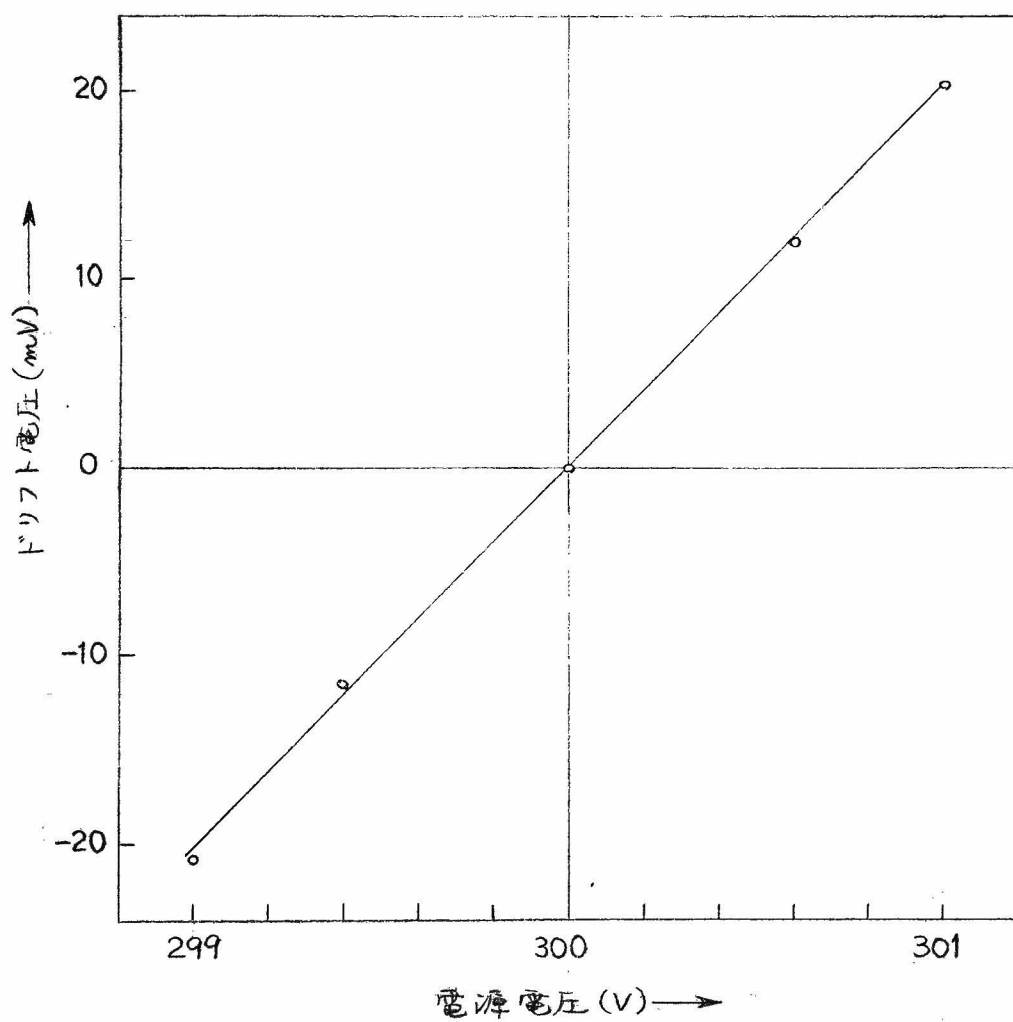
第 1.9 図 加算器の負荷特性  
(入力-出力電圧比 1:1 の場合)





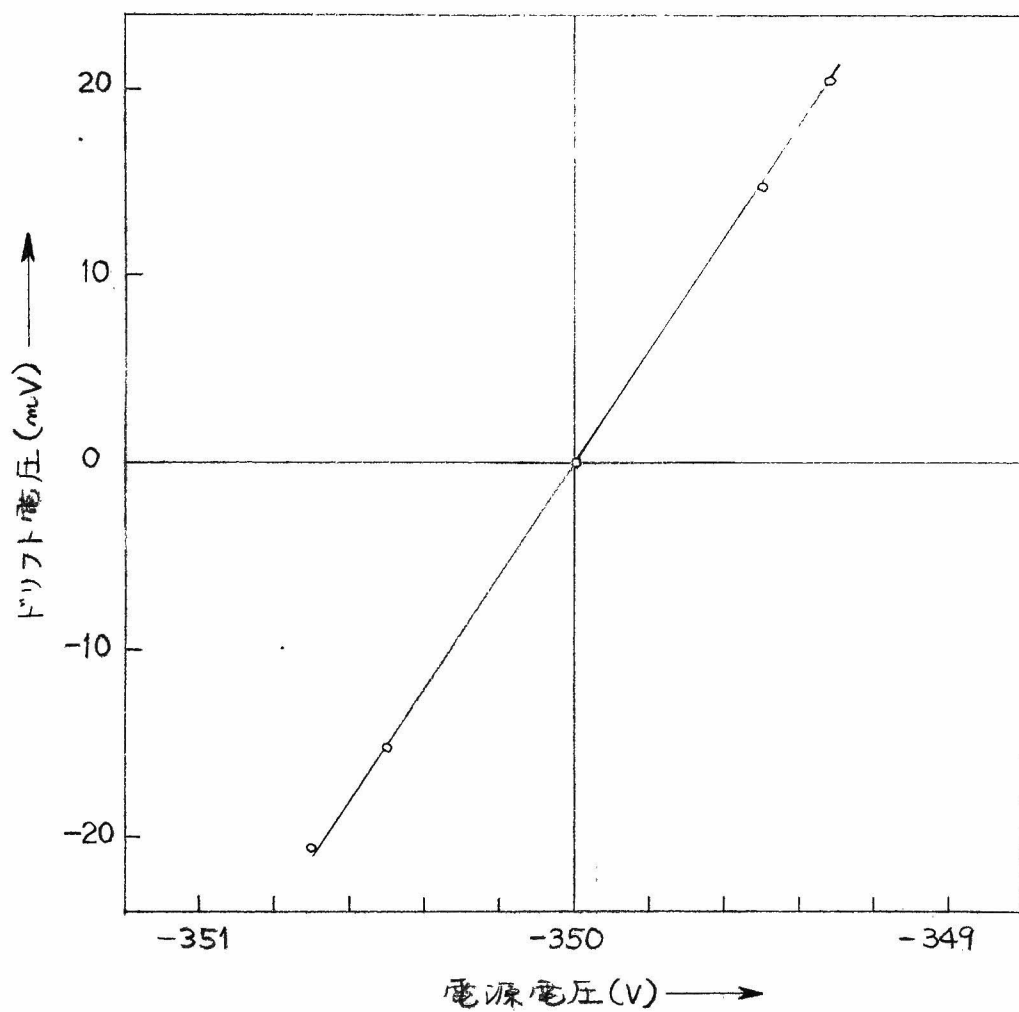
第 1.10 図 加算器の周波数特性  
(入力-出力振幅比 1:1 の場合)





第 1.11 図 (a) +300 V の電源が変動した場合の  
ドリフト

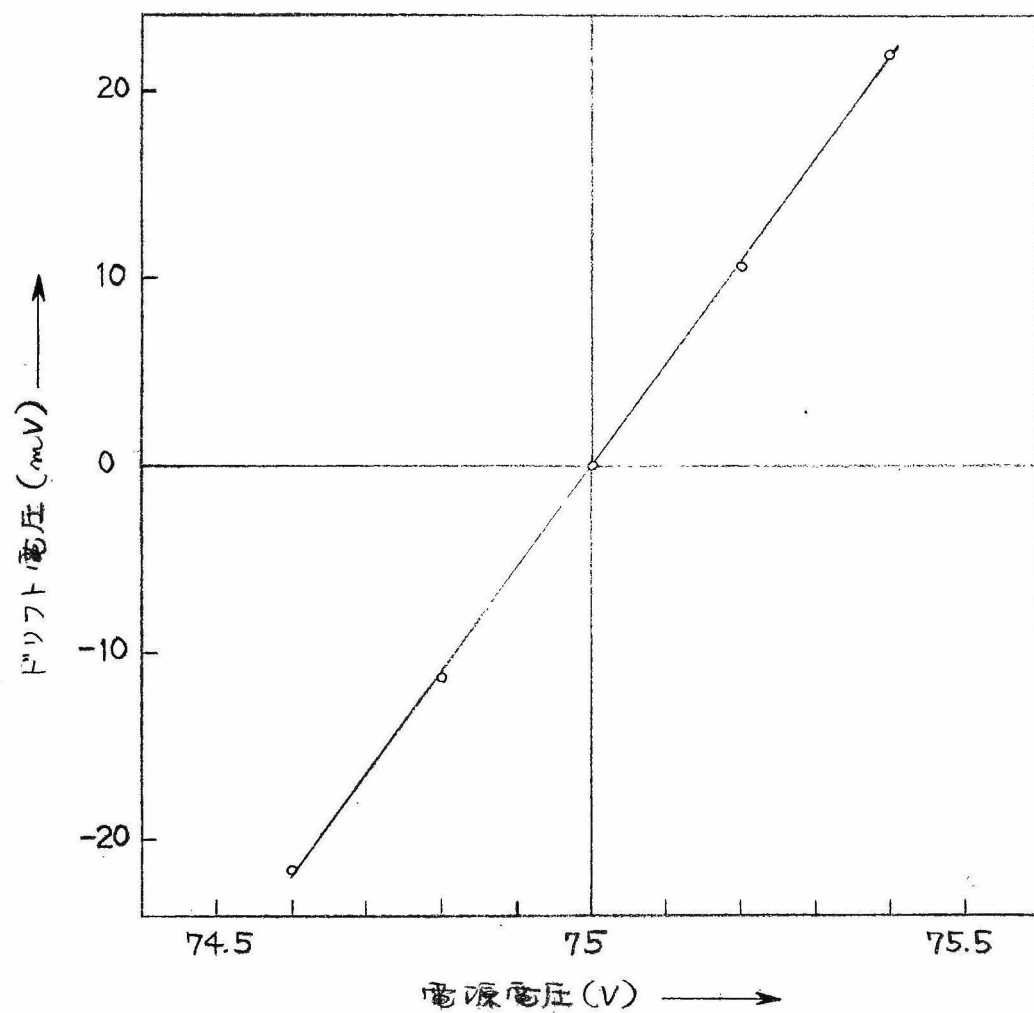




第 1.11 図 (b)  $-350\text{ V}$  の電源が変動した場合の  
ドリフト

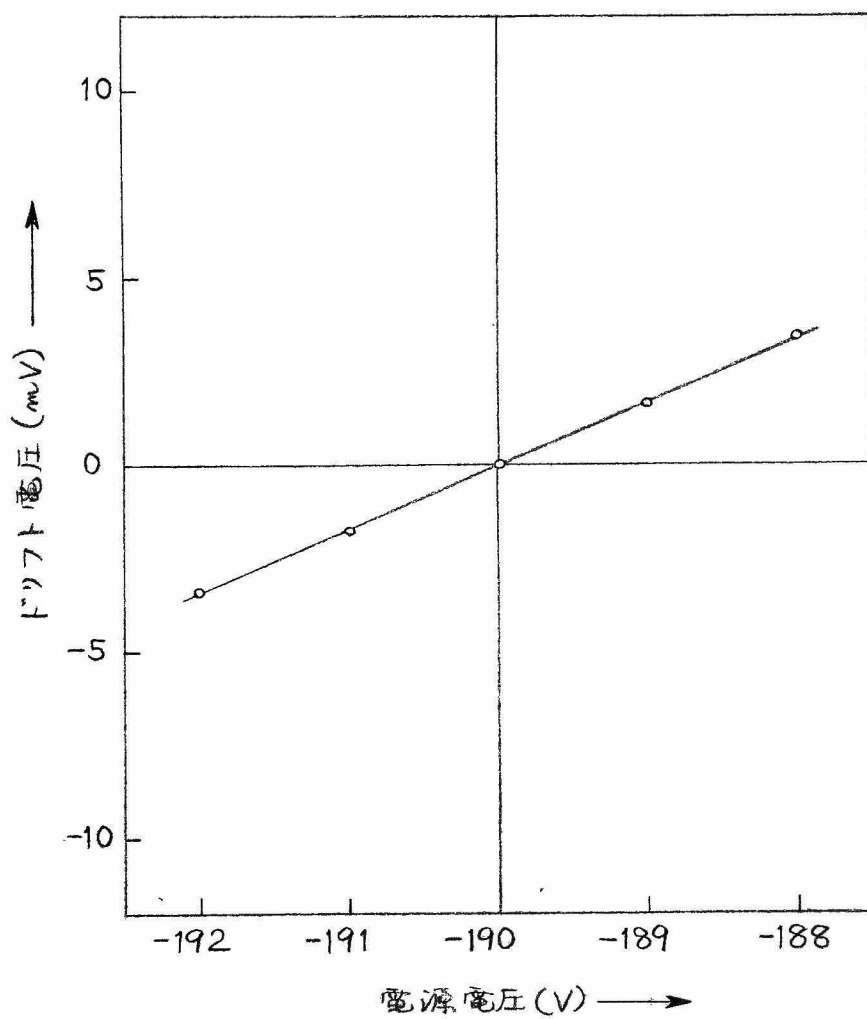






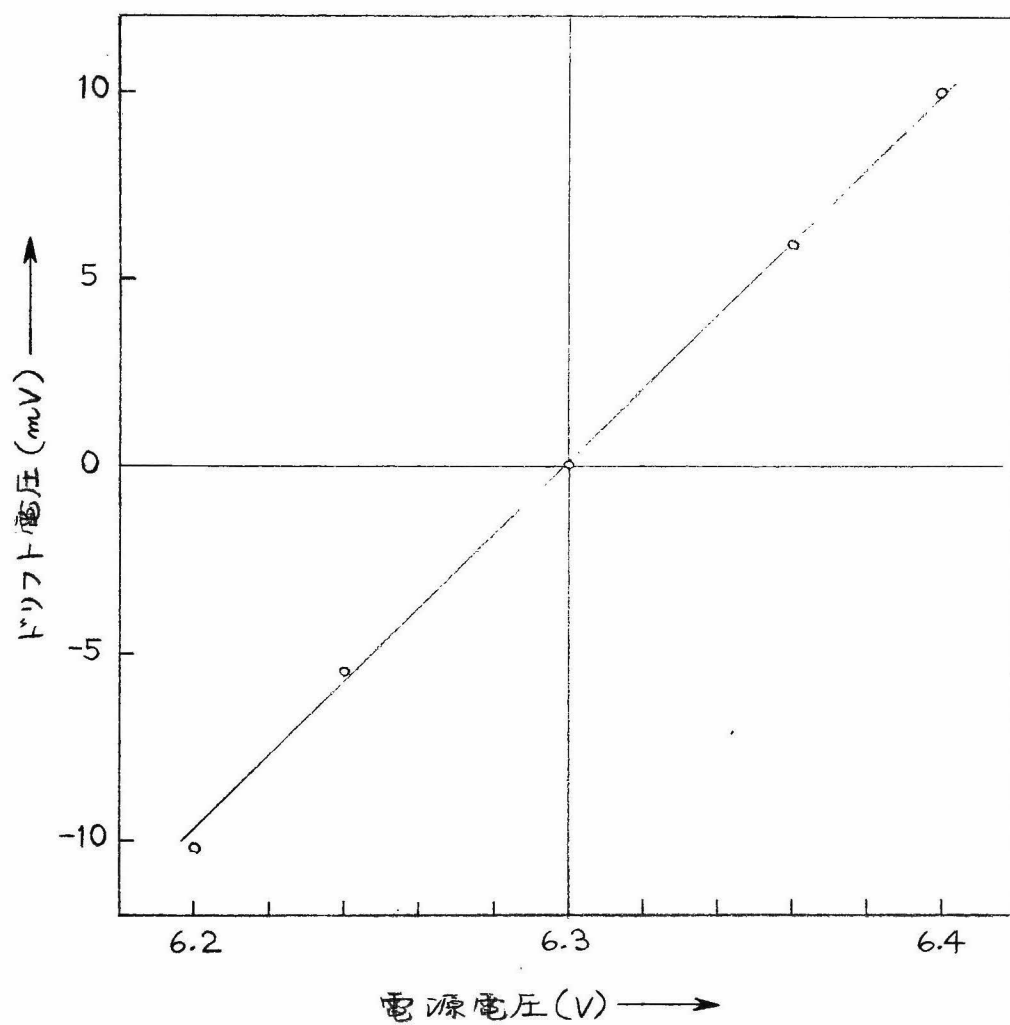
第 1.11 図 (c) +75 V の電源が変動した場合の  
ドリフト





第 1.11 図 (d) -190 V の電源が変動した場合の  
ドリフト





第 1.11 図 (e) ヒータ電源 (6.3VAC) が変動した場合の  
ドリフト



償をしていない場合の結果であるが、チヨツパ増幅器を使用すればこの特性は著しく改善される。

#### (d) 積分器

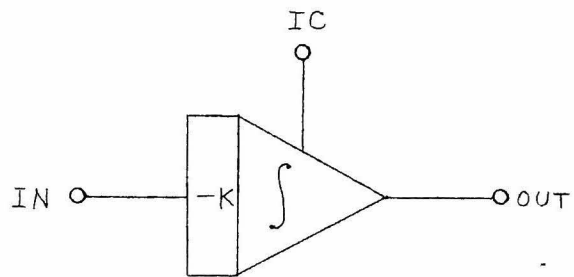
積分器は本節(b)に述べた演算増幅器のうち第1.5図に示したチヨツパ増幅器付の演算増幅器を使用し、第1.12図のような構成にした<sup>\*</sup>。演算の開始、初期値設定、保持等の制御は図に示した継電器によって行ない、初期値を導入するときは継電器をリセット(Reset)の状態(リセットリレー、ホールドリレー共に無励磁)にした後、初期値端子に所要の電圧を与える。

今、第1.12図において7個の入力端子に夫々 $X_1, X_2, \dots, X_7$ なる入力電圧を加え、継電器を演算開始の状態(リセットリレー、ホールドリレー共に励磁)にすれば出力電圧 $X_0$ は

$$X_0 = - \int (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + 4X_5 + 4X_6 + 10X_7) dt, \quad \left. \begin{array}{l} \\ t: \text{演算時間} \end{array} \right\} \quad (1.6)$$

となる。以下本においては積分器を第1.13図に示す記号で表わすことにする。図において $-K$ の意味は前節の加算器の場合と同一である。

なお積分器においては積分用コンデンサの漏洩と吸収現象があつて演算誤差の原因になる<sup>(4)</sup>。第1.14図は漏洩抵抗 $R_L$ を考慮したコン



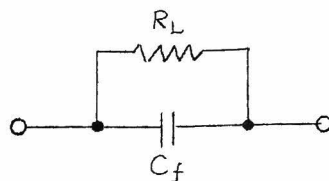
第1.13図 積分器の記号

\* 演算制御回路については1.6節に述べるので、ここでは簡単に初期値設定(RESET)と演算開始(COMPUTE)とに対応するリレー操作について述べる。

コンデンサの等価回路であつて、そのインピーダンスは

$$Z_f = \frac{1}{pC_f} \frac{1}{1 - \frac{1}{pC_f R_L}} \cong \frac{1}{pC_f} \left( 1 - \frac{1}{pC_f R_L} \right),$$

$$p \equiv \frac{d}{dt}$$

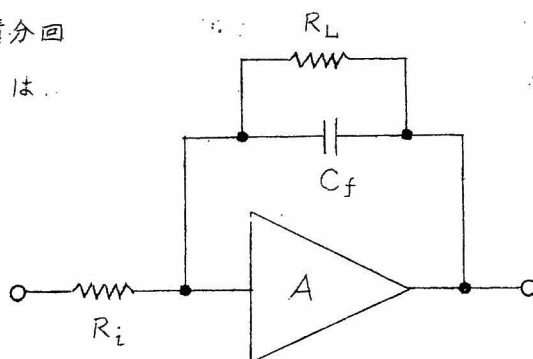


第1.14図 漏洩抵抗を考慮したコンデンサの等価回路

となる。これを第1.15図に示す積分回路に使用した場合、出力電圧  $X_o$  は

$$X_o = -\frac{Z_f}{R_i} X_i = \left\{ -\frac{1}{pR_i C_f} + \frac{1}{p^2 C_f^2 R_L R_i} \right\} X_i \quad (1.8)$$

となり  $X_i$  が単位関数のときは



第1.15図 漏洩抵抗を考慮した積分回路

$$X_o = -\frac{t}{C_f R_i} + \frac{t^2}{2C_f^2 R_L R_i} \quad (1.9)$$

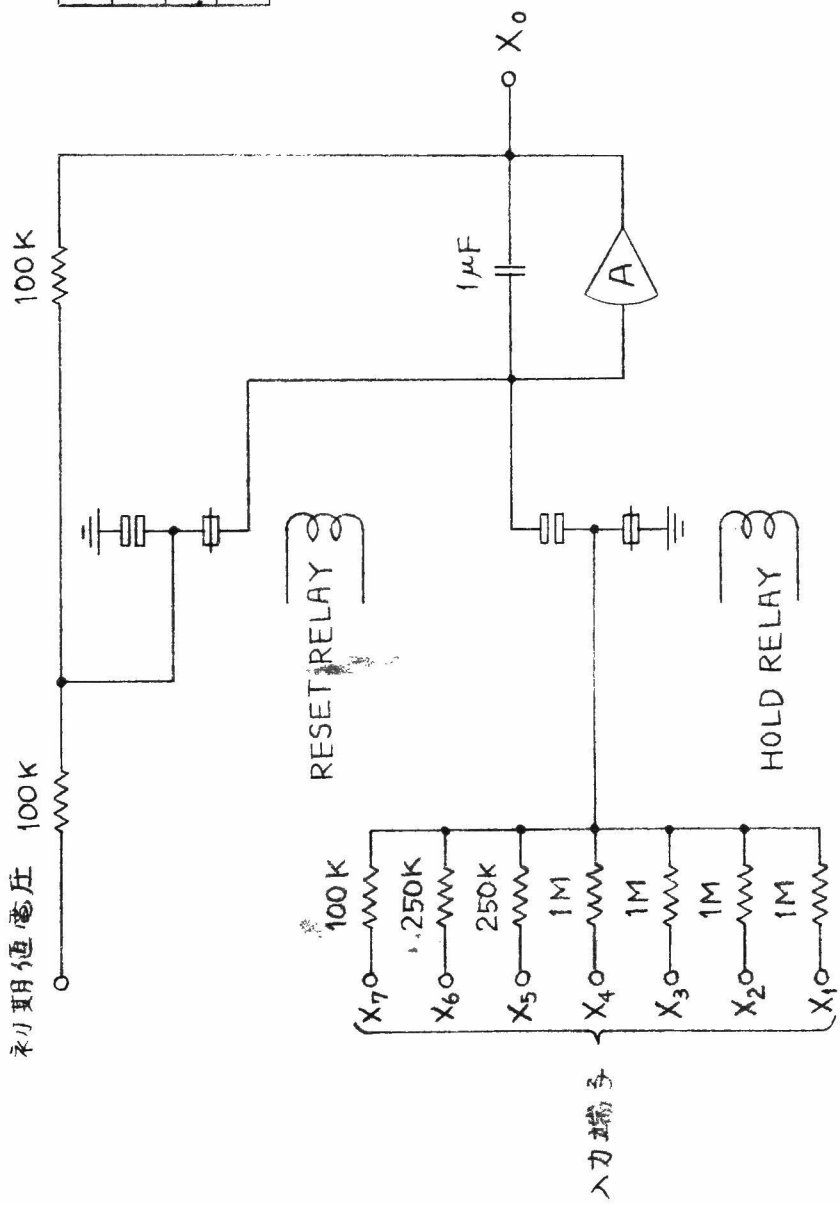
となる。(1.9)式の第1項は正しい積分値であり、第2項は漏洩抵抗  $R_L$  による誤差を与える。一般に演算増幅器の利得を  $|A|$  とすれば

$$R_L = |A| R_i \quad (1.10)$$

なる関係を満足する程度以上の漏洩抵抗を持つコンデンサを使用する必要がある。次に積分用コンデンサの吸収を考慮に入れた等価回路を第1.16図に示す。同図において  $C_A$ ,  $R_A$  が吸収を表わす。従つて入力信号の周期が  $T_A = C_A R_A$  (秒) より短いときは吸収は略々  $R_A$  として作用し、

\* 入力抵抗  $R_i$  の積分回路に於いて漏洩、吸収のないコンデンサを使用した場合、演算増幅器の利得  $|A|$  が有限であることを考慮すると(1.9)式に対応して  $X_o = -\frac{t}{C_f R_i} \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{t^2}{2AC_f^2 R_i^2}$  が得られるから、この式と(1.9)式とを比較すれば(1.10)式は  $R_L$  による誤差と  $|A|$  が有限であるための誤差とが同程度になる条件を表わす。



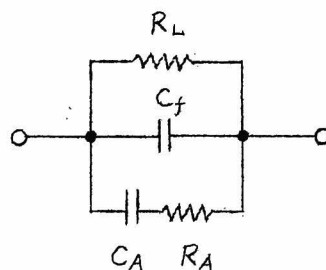


	RESET RELAY	HOLD RELAY
初期値設定	無励磁	無励磁
渡	励磁	励磁
保	励磁	無励磁

第 1.12 図 積分器



見かけ上の漏洩が増加したことになる。通常  $R_A$  は  $R_L$  の  $1/10$  程度或いはそれ以下であるため、むしろ  $R_A$  が積分誤差の決定的な要因となると云える。一例として  $|A|=10^4$ ,  $R_i=1\text{ M}\Omega$  とすると  $|A|R_i=10^4\text{ M}\Omega$  となり、 $R_A, R_L$  としては  $10^4\text{ M}\Omega$  以上であることが必要であり、ポリエチレンおよびポリスチレンコンデンサ等が使用されている。製作した積分器のコンデンサはポリスチレンコンデンサ（富士通信機株式会社製） $1\text{ }\mu\text{F} \pm 0.5\%$  を使用した。なお製作した積分器の保持特性は  $100\text{ mV/分}$  以下である。



第1.16図 漏洩抵抗および吸収を考慮したコンデンサの等価回路

### 1.3 非線形要素

1.2節に述べた様に通常非線形要素として一般に用いられるものには掛算器、関数発生器、その他飽和、ヒステリシス、リレー、不動帯等の非線形特性を模擬する要素等がある。製作したアナログ計算機は前述のように非線形微分方程式の解法に応用することを主目的としているので、非線形要素の充実には特に留意した。以下これ等について順次報告する。

#### (a) サーボ掛算器

掛算器は二つの量  $X, Y$ （計算機では電圧の大きさ）の積に相当する電圧を発生する要素である。掛算器としては  $X, Y$  の和と差の自乗を計算し、その差  $4XY$  から所要の  $XY$  を計算する  $1/4$  自乗方式、矩形波の振幅及び時間幅を  $X, Y$  によって変化させ、その平均値が  $XY$  に相当するようにした時分割方式率の純電子管式のものもある。これ等は周波数特性は良好であるが、精度の点ならびに構造が少々複雑になる点と難点があり、製作したアナログ計算機では、比較的精度が高くかつ構造もあまり複雑でないサーボ掛算器を採用した。第1.17図にサーボ掛算器の

ブロック線図を示す。図において掛算すべき二つの入力電圧は $X$ 及び $Y$ であつて、乗数 $Y$ とその符号を逆にした $-Y$ をポテンシオメータに与えているのは入力電圧の符号が正、負いずれのときも所要の演算が出来るようにするためである。第1.17図より、今 $X, Y$ を正の電圧とすると、サーボモータはサーボ増幅器の入力電圧が零となるまで回転するから、モータが静止した状態ではPOT. 1の摺動端子は $-X/100$ ボルトの点即ちポテンシオメータの接地端子から $-100V$ 端子へ向つて両端子間の距離の $X\%$ だけ移動した点にある。従つてこれと連続しているPOT. 2の摺動端子も同じ位置にあるから、出力電圧 $X_0$ は

$$X_0 = -Y \cdot \frac{X}{100} = -\frac{XY}{100} \quad (1.11)$$

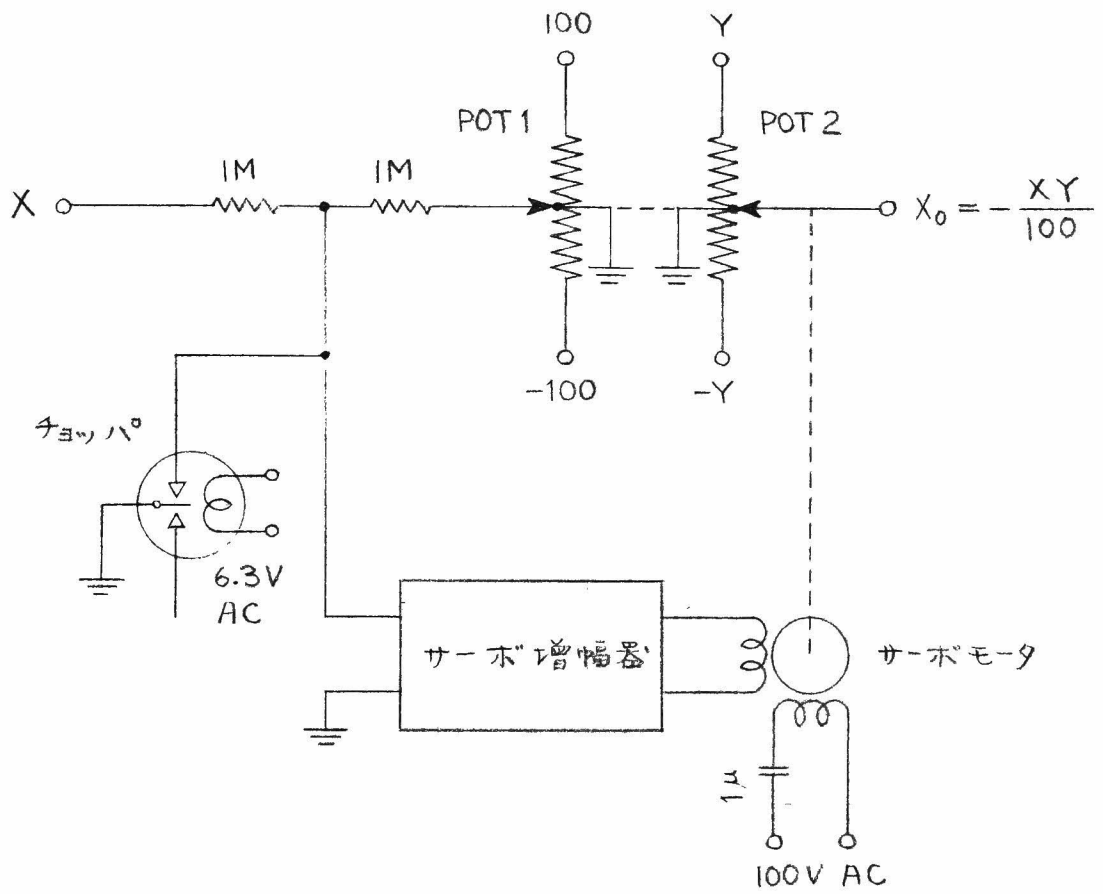
となる。なおサーボ掛算器の静的誤差は小さいが、応答速度は使用するサーボモータモータの特性並びにモータとポテンシオメータシャフトとの連結に用いる歯車の減速比によつて支配されるので、交流入力を加えるときにはその周波数を適当に選ぶ必要がある。

第1.18図(a), (b)は製作したサーボ掛算器の結線図であつて、(a)はサーボモータとしてBMT-1(日本サーボ株式会社)\*を使用した場合を、同図(b)はESBT-5(日本サーボ株式会社)\*\*を使用した場合を示す。いずれの場合にもサーボモータと直結したタコメータ発電機による速度帰還を設けてサーボ系としての安定化をはかっている。また第1.19図(a), (b)は夫々第1.18図(a), (b)に使用しているサーボ増幅器の結線図である。製作した計算機では(a)図のものを3台、(b)図のものを

\*, \*\* BMT-1とESBT-5との主な特性は次の如くである。

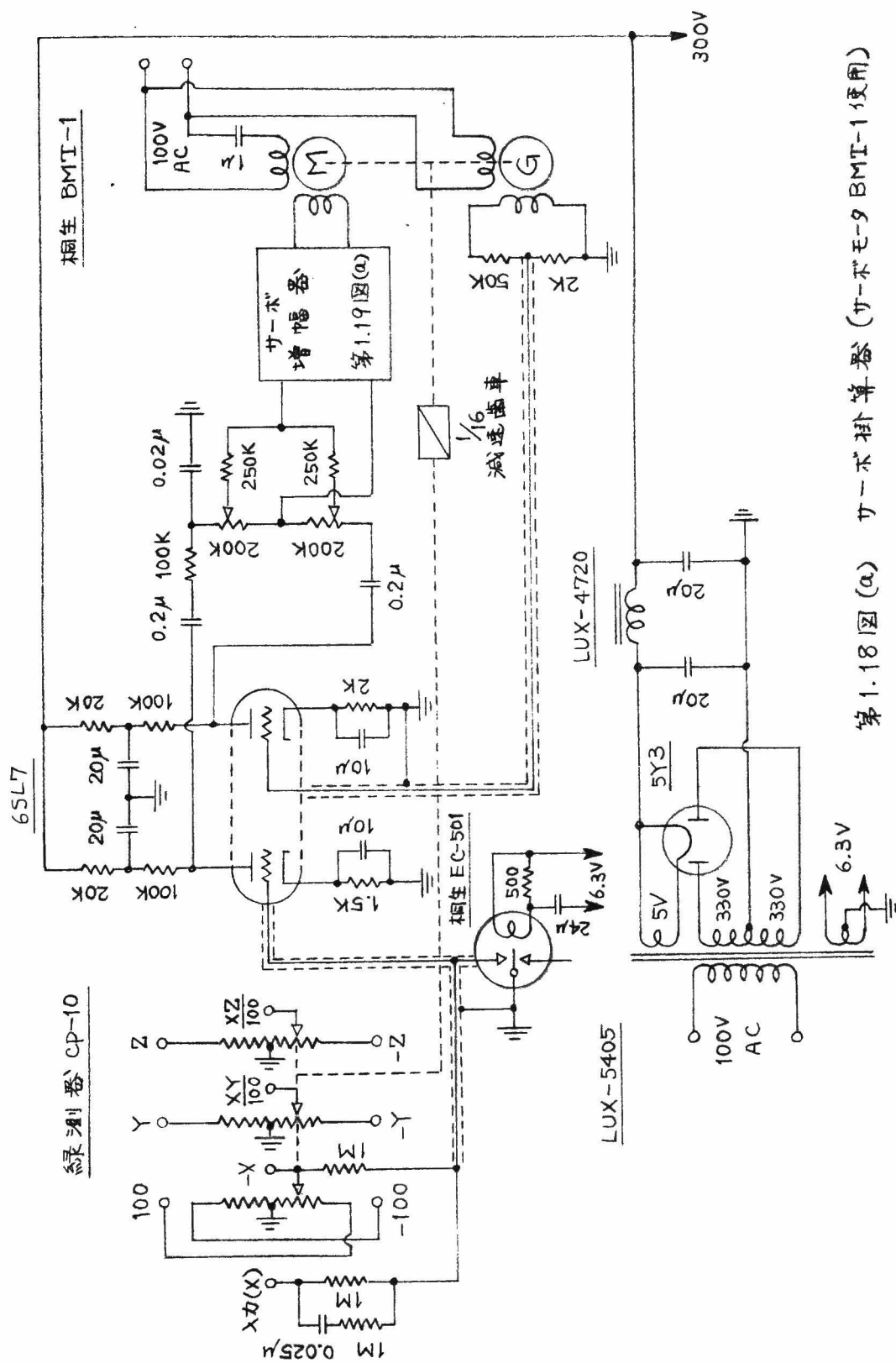
	極数	内部減速比	無負荷回転数	起動トルク	出力	ロータ慣性率
BMT-1	4	1/8	144 RPM	0.67Kg-cm	0.3 Watts	90g-cm <sup>2</sup>
ESBT-5	2	1/1	3200 RPM	0.41 kg-cm	5.0 "	15.5 g-cm <sup>2</sup>

但し励磁、制御巻線電圧はいずれも100Vとする。



第 1.17 図 サーボ掛算器のブロック図



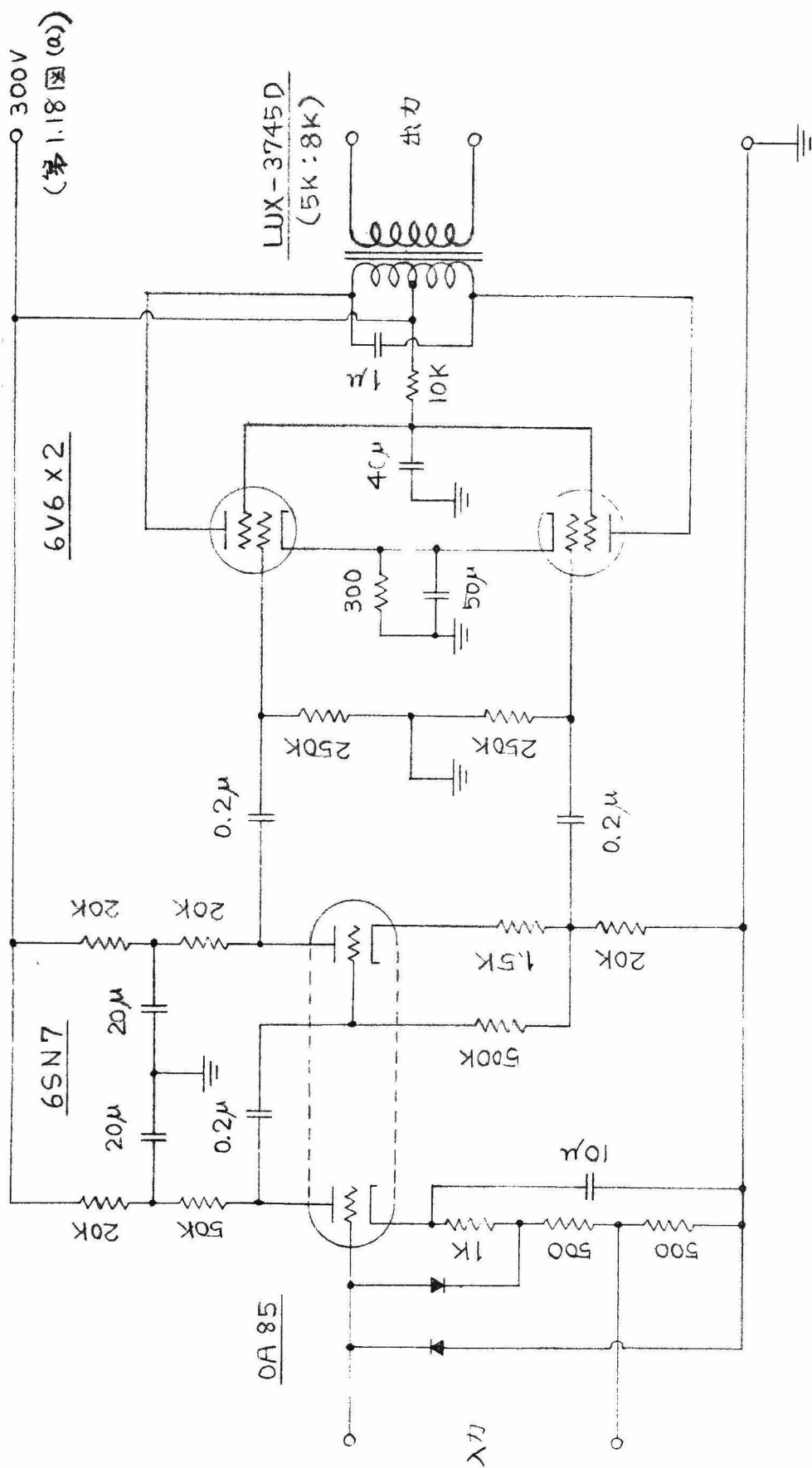






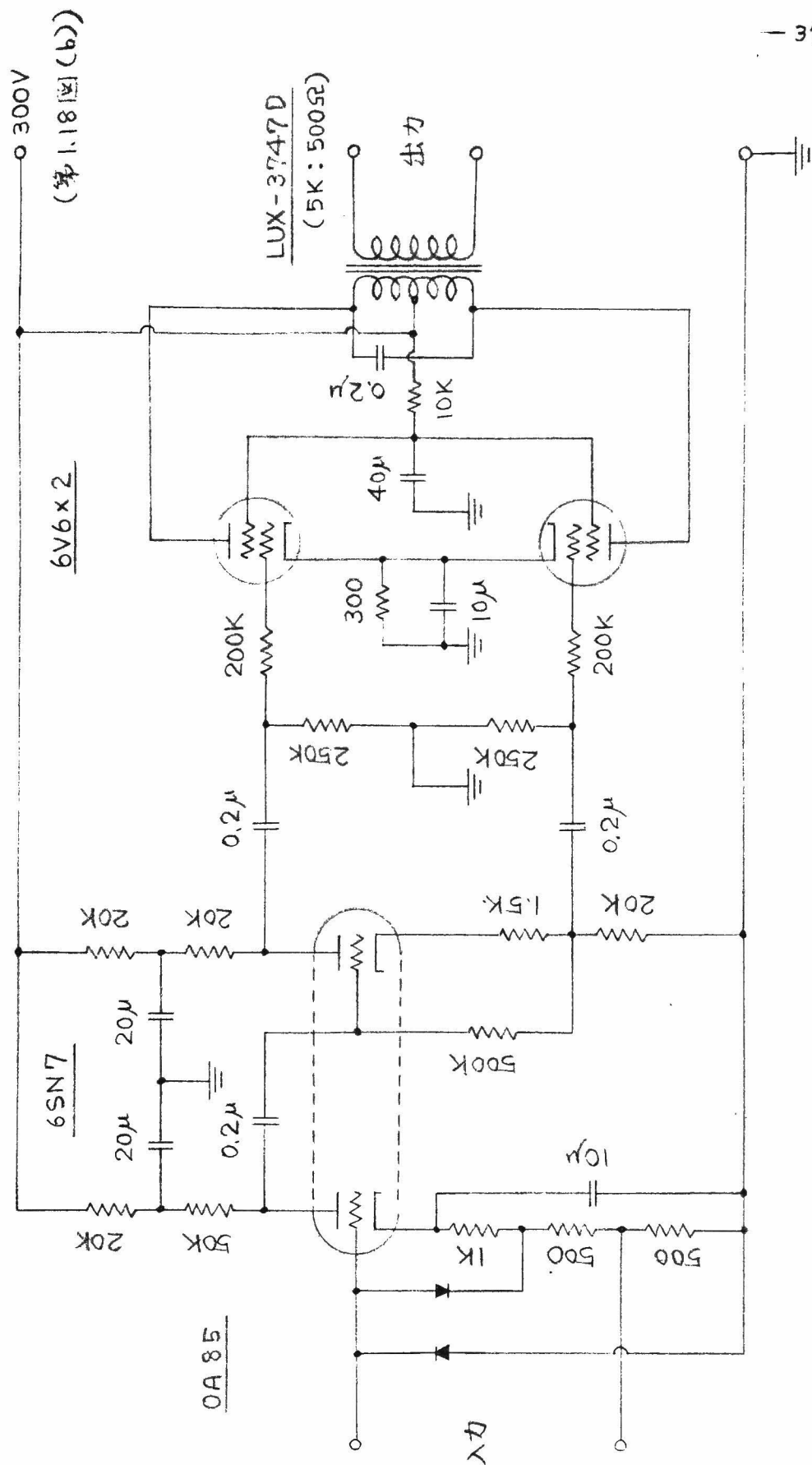






第1.19図 (a) カ-ホ'増幅器 (カ-ホ'-9 EMT-1 使用)



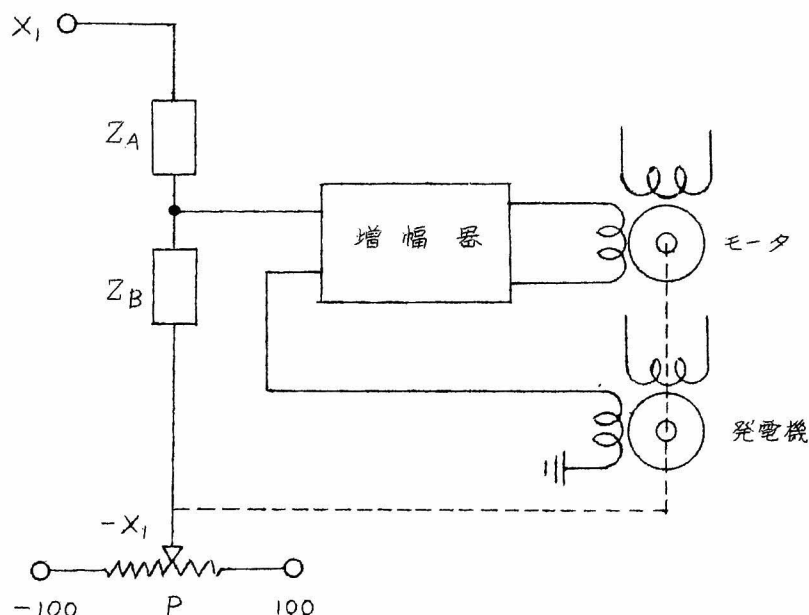


第1.19図(b) サボ増幅器(サボエタ E8BT-5 使用)



1 台備えた。この掛算器のステップ入力に対する応答速度は 100 ボルトに対し (a) 図のものが約 0.5 秒, (b) 図のものが約 0.2 秒であつて, 静的精度は約 0.1~0.2 V に応答する。次にこのサーボ掛算器のランプ入力或いは正弦波入力に対する応答について考察する。

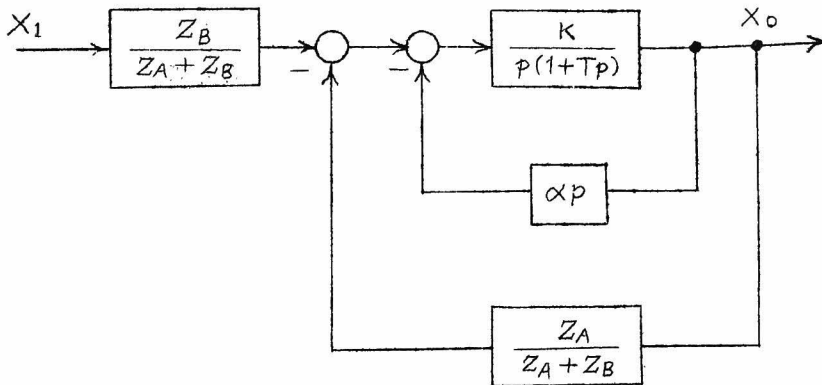
第 1.20 図 はサーボ掛算器の位置制御系のブロック線図を示すもので



第 1.20 図 サーボ掛算器の位置制御系

ある。図において P はサーボモータの回転角を検出するポテンシヨメータ (第 1.17 図 POT. 1 に相当する) であり,  $Z_A$ ,  $Z_B$  はサーボ増幅器の入力回路に接続されるインピーダンスである。この種の位置制御系でタコメータ発電機或いは電氣的微分回路等による速度帰還を設けて系の安定化をはかった場合, ステップ入力以外の入力に対して追従誤差を生じる。<sup>(4)</sup> 即ち第 1.20 図を等価的に書き替えると第 1.21 図に示すようなブロック線図が得られるから, 同図より

$$\frac{X_0}{X_1}(p) = \frac{K Z_B}{\{(1+T_p)p + K\alpha p\}(Z_A + Z_B) + K Z_A}, \quad p \equiv \frac{d}{dt} \quad (1.12)$$



第1.21図 第2.18図の等価ブロック線図

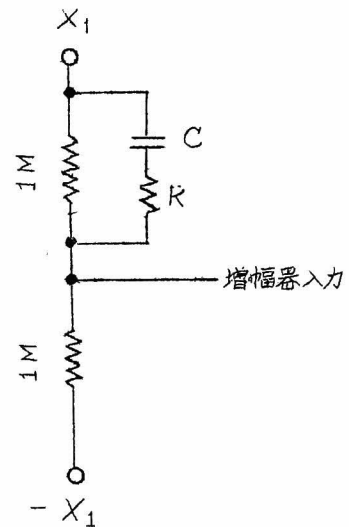
となり、正弦波入力  $X_1$  と出力  $X_0$  との間には一般に位相差を生じることがわかる。この位相差を消去するために筆者は  $Z_A, Z_B$  として第1.22図に示すような接続を考え、 $\varphi = \angle \frac{X_0}{X_1} = 0$  とする条件を求めると

$$(1+R)(1+2R)(1+k\alpha)\omega^2 C^2 - (K-T\omega^2)C + 2(1+k\alpha) = 0 \quad (1.13)$$

が得られる。第1.23図は(1.13)式より  $\omega$  をパラメータとして  $C$  と  $R$  との関係を示したものである。但し系の定数は  $K=500$  (実測値)、 $\alpha=0.0/06$

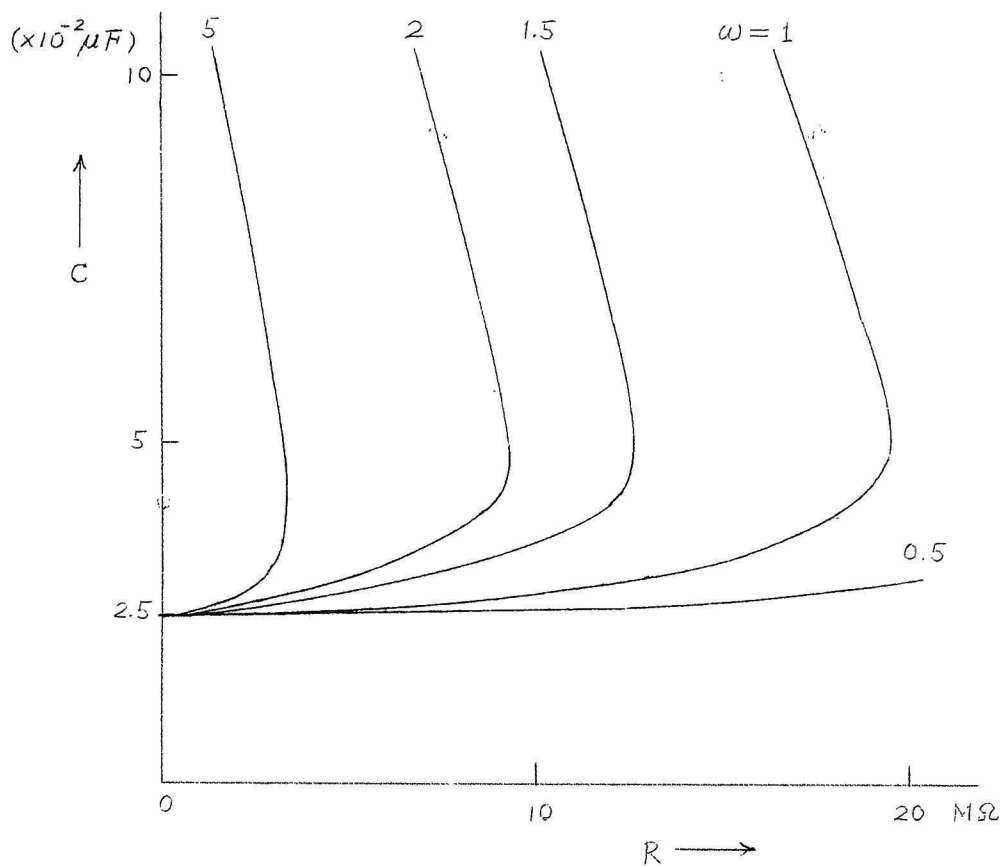
(実測値)、 $T=0.072$  (計算値)<sup>(6)</sup> とした。第1.23図より例えば

$\omega \leq 1$  で使用する場合、 $R=1\text{M}\Omega$  とすれば  $C=0.025\mu\text{F}$  となる。第1.24図は入力として  $X_1=100 \sin \omega t$  (ボルト) なる正弦波電圧を加えたときの入力  $X_1$  と出力  $X_0$  との電圧差  $E$  (ボルト) の最大値を種々の  $\omega$  の値に対して実測したもので、曲線aは  $R, C$  の補償結線を入れない場合であり、曲線bは  $R=1\text{M}\Omega$ 、 $C=0.025\mu\text{F}$  とした場合である。なお図にないで点線の部分はサーボモータの速度飽和のために出

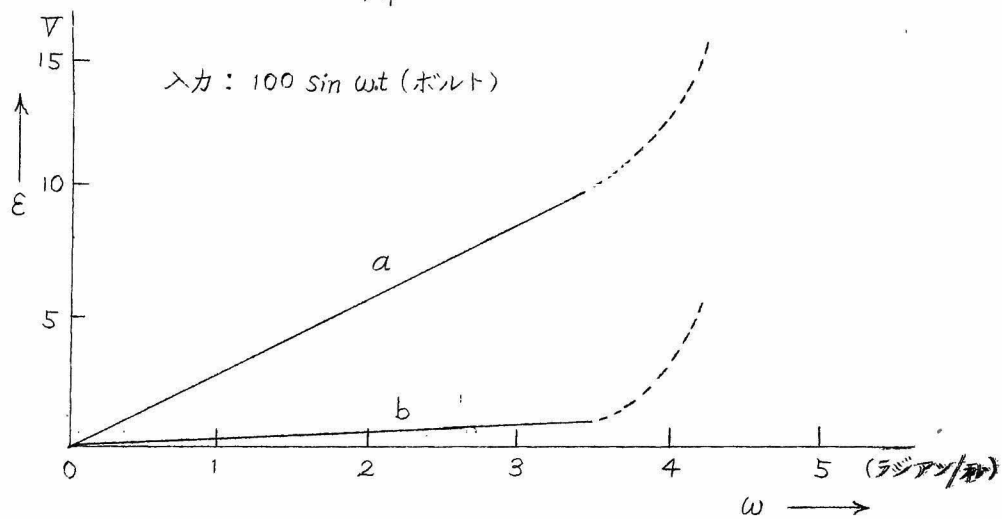


第1.22図 位相差消去回路





第 1.23 図  $\angle \frac{X_o}{X_i} = 0$  とする  $R, C$  の関係

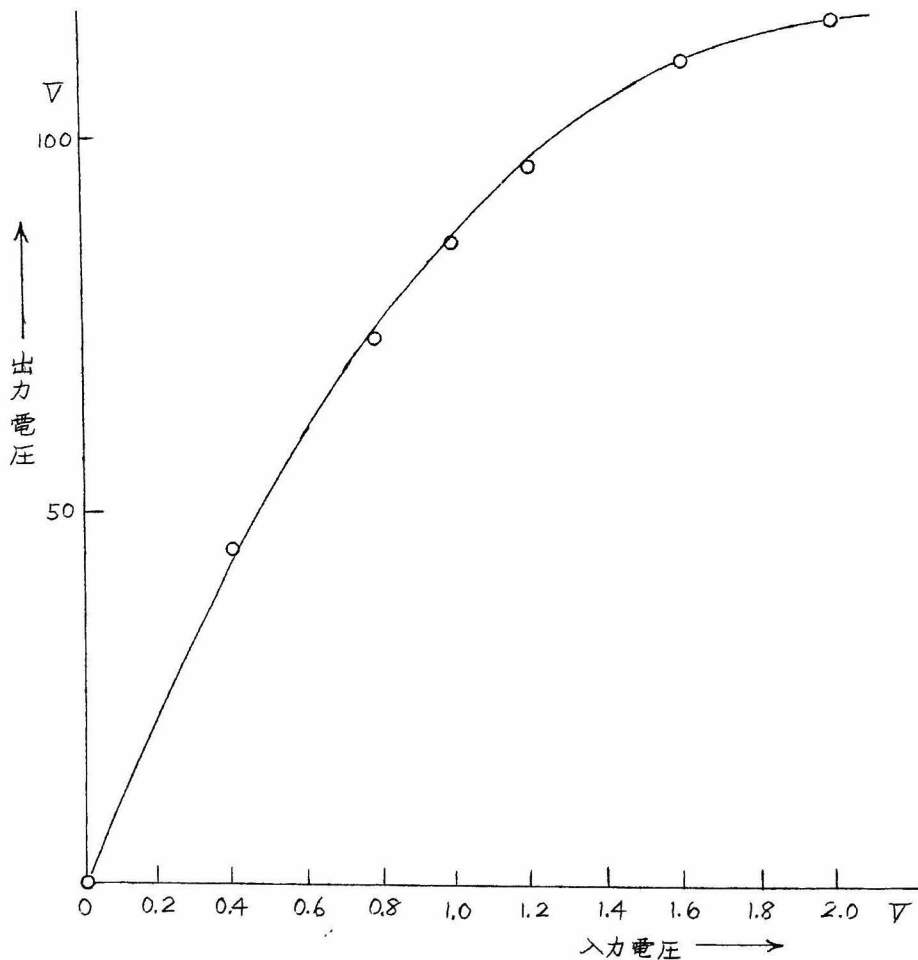


第 1.24 図 サーボ演算器の追従誤差

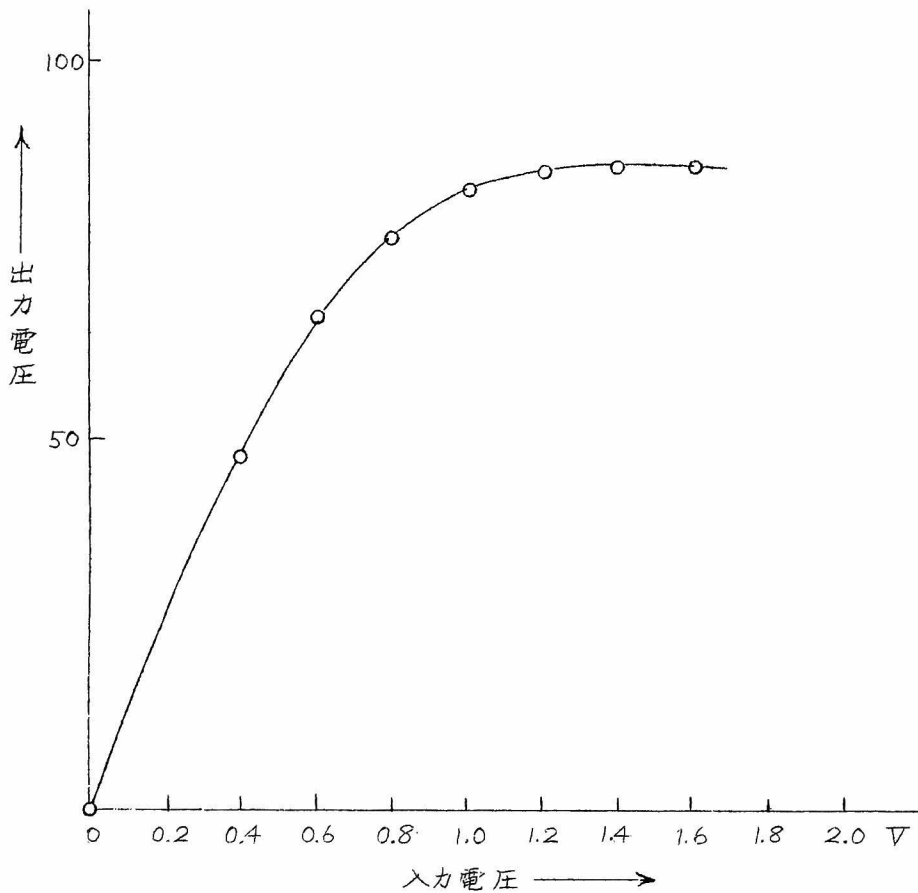
力が追従出来なくなること示す。

以上の考察の結果を応用して製作した掛算器では制御系のループ外に簡単な  $R, C$  結線 ( $R=1\text{M}\Omega$ ,  $C=0.025\mu\text{F}$ ) を用いることにより実用上満足すべき補償を行つてゐる。

なお第 1.19 図 (a), (b) においてサーボ増幅器の入力側に二個のゲルマニウムダイオードを挿入しているのは入力電圧が過大になったときにもダイオードによつて適当に飽和させ、増幅用真空管を保護すると共に出力電圧の波形の歪、位相のずれなどを防止する目的のためである。



第 1.25 図 (a) サーボ増幅器 (第 1.19 図 a) の入力-出力特性



第1.25図 (b) サーボ増幅器 (第1.19図 b) の入カ-出力特性

一方、この飽和特性がサーボ系としての過渡応答の改善に対して好結果をもたらしていると考えられる。即ちモータが静止した状態でステップ入力を加えた直後においては大きい信号電圧が発生し、その電圧だけで増幅器が飽和するからタコメータ発電機からの速度帰還は殆んどきかない状態でモータは全速回転し、設定値に近くなると信号電圧も小さくなり、ここで速度帰還が有効に働いて強い制動をかけることになるため系の速応性がよくなる。第1.25図 (a), (b) は夫々第1.19図 (a), (b) に示したサーボ増幅器の入カ-出力電圧特性をもののである。

(b) 関数発生器

アナログ計算機によつて問題を解く場合 $X$ の関数 $Y$ 、即ち  $Y = F(X)$  を発生せしめる必要の起ることがある。この関数は数式にて表わされるもの、或いは実験的に得られたものの何れであつても差支えないが、 $Y$  は $X$  の一価関数としておく。関数発生器として一般に用いられているものには

(1) 二極管式折線近似関数発生器

(2) 陰極線管関数発生器

(3) タップ付ポテンシオメータを用いた関数発生器

等がある。(2)の方式はブラウン管の蛍光面に接近して所定の関数を表わす遮光マスクを設け、蛍光面上の輝点をこのマスクの縁線に沿つて左右に移動せるとき垂直偏向板電圧が発生すべき関数に対応する電圧になっていることを利用するものであるが、マスクの製作が面倒であること、精度がブラウン管の特性によつて支配され比較的精度が低いこと等の理由で低速度形アナログ計算機に対しては理想的なものであるとは云えない。製作した計算機では(3)及び(1)の方式のものを採用し、現在二台の関数発生器を備えている。以下これらについて報告する。

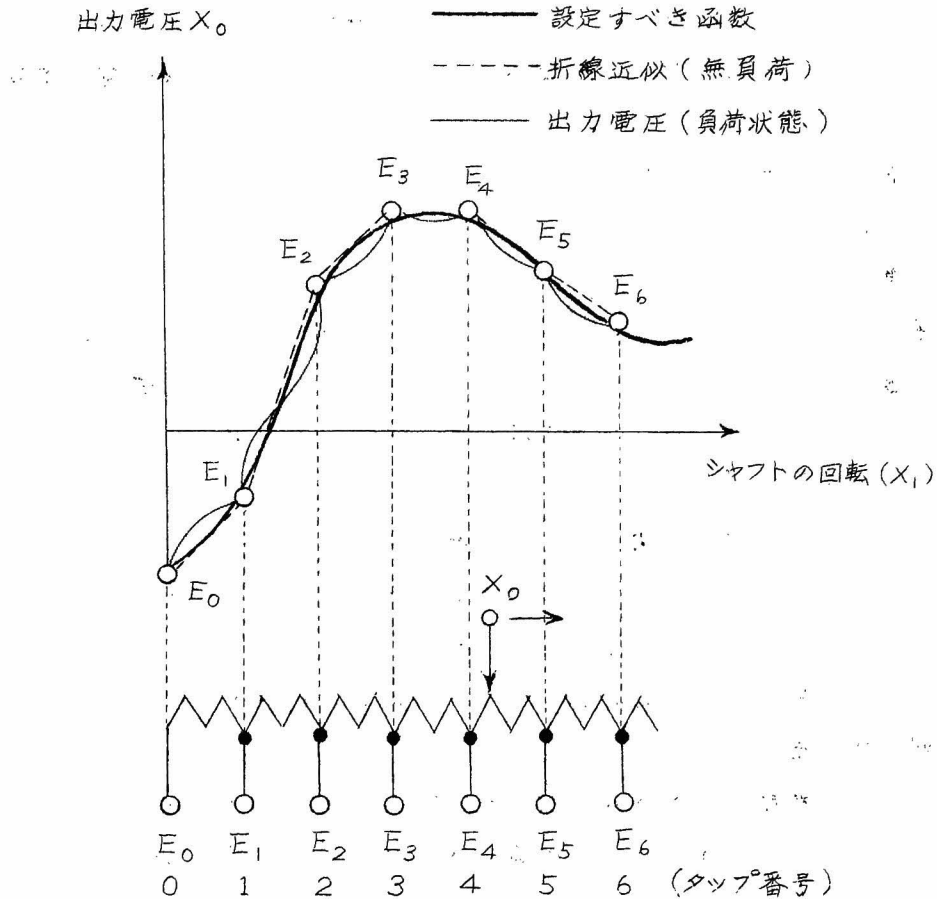
(1) タップ付ポテンシオメータを用いた関数発生器

この形の関数発生器は電子管式のもの〔(1)、(2)の方式〕よりも周波数特性は劣るが、精度、関数設定の容易さにおいてすぐれている。タップ付ポテンシオメータとは第1.17図に示した線形ポテンシオメータ(POT. 2)に数十個の中間タップを設けたものであつて、ポテンシオメータの軸の回転角を所定の関数の独立変数に対応せしめ、各タップにその関数値に対応する電圧を与える。第1.26図はその原理を示したものである。図において太い実線は設定すべき関数の形を表わし、点線は無負荷における近似曲線を、細い実線は負荷を接続した場合の近似曲線を示す。

第1.27図はこの形の関数発生器のブロック線図を示したもので、図においてPOT.1は“follow up”ポテンシオメータを、POT.2は関数設







第 1.26 図 タップ付ポテンシヨメータによる折線近似

定用ポテンシヨメータを、POT.3 は  $-100\text{ V}$  から  $+100\text{ V}$  までの範囲で、 $1\text{ V}$  おきに電圧を取り出すための直流電源を表わす。

今、入力端子に電圧  $X_1$  が与えられると、サーボモータはサーボ増幅器の入力電圧が零になるまで回転して、POT.1 の摺動子の電圧が  $-X_1$  になる点で静止する。従つてポテンシヨメータのシャフトの回転角は常に入力電圧  $X_1$  に比例することになる。POT.2 には 20 個のタップが設けてあり、各タップから所要の関数値の出力電圧  $X_0 = F(X_1)$  を取り出すことが出来る。

この種の関数発生器の長所を挙げると、次の如くである。

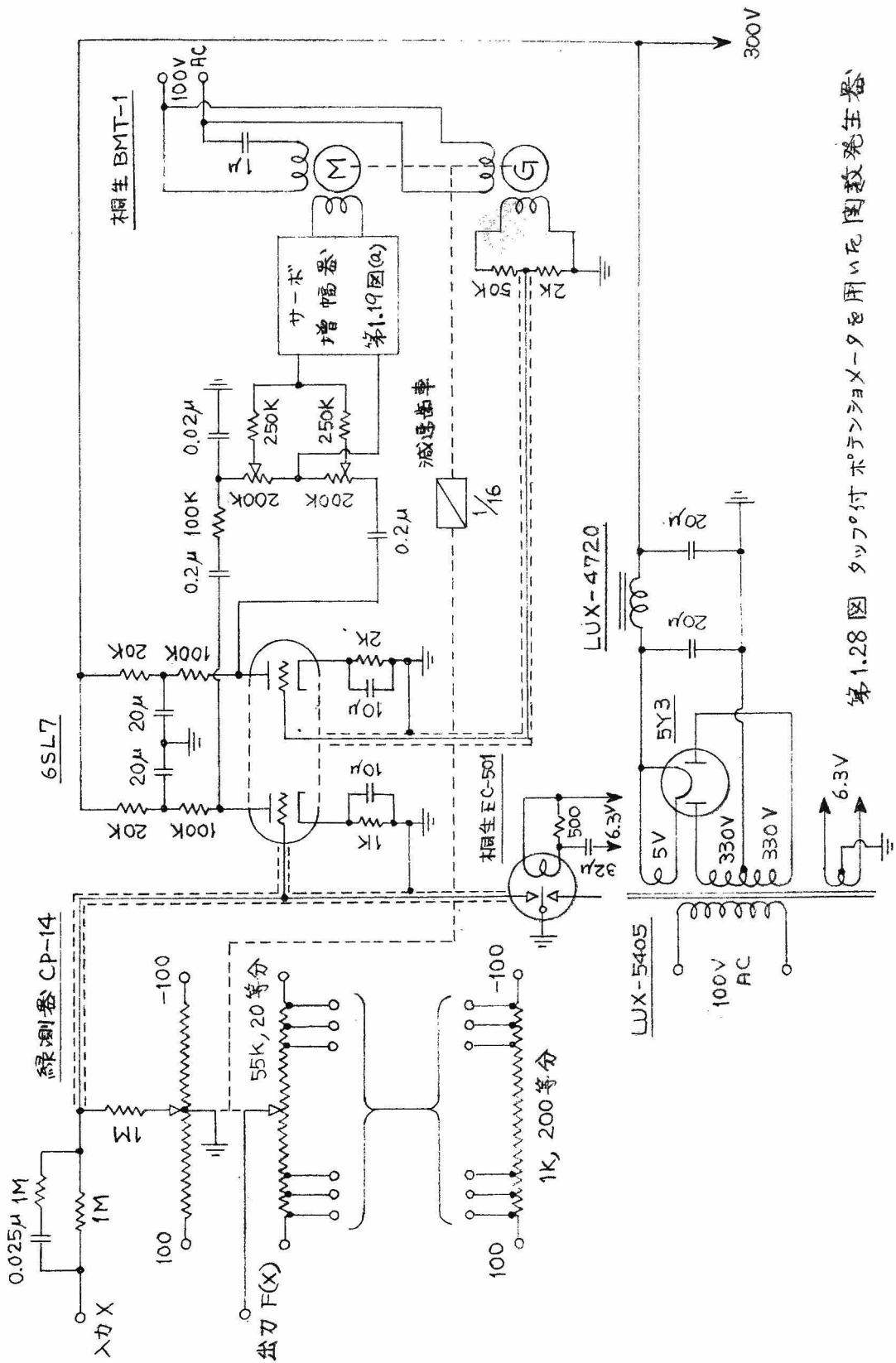
- (1) 任意の開数が容易に設定出来る（但し隣り合ったタップ間に与えることの出来る電圧の最大値はポテンシオメータの抵抗巻線の容量によつて支配されることには注意を要する）。
- (2) 負荷を接続した状態で調整が可能であるから、ローディングの補正が簡単である。
- (3) 関数設定用のポテンシオメータとして比較的安価なものが使用出来る。その理由は関数設定の精度に直接影響を与えるのは設定する関数曲線の曲率、タップ数、各タップに与える電圧の正確さなどであり、ポテンシオメータの直線性はあまり重大な要因とならないからである。

第 1.28 図は製作した関数発生器の結線図であつて、サーボ増幅器は第 1.19(a) 図に示したものと同一である。サーボモータは BMT-1（日本サーボ株式会社）を使用し、サーボ機構としての追従誤差の消去、サーボ増幅器の飽和特性等の配慮については本節(a)と同じである。なおこの関数発生器の隣り合った二つのタップ間にかけ得る電圧の最大値は 25V であり、精度は 3 乗特性  $f(x) = x^3$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) を入力電圧 ( $x$  に相当する) が 100 ボルトのとき関数発生器出力電圧 ( $f(x)$  に相当する) が 100 ボルトになるように近似した場合 1% 以下に収めることが出来る。

## (2) 二極管式折線近似関数発生器

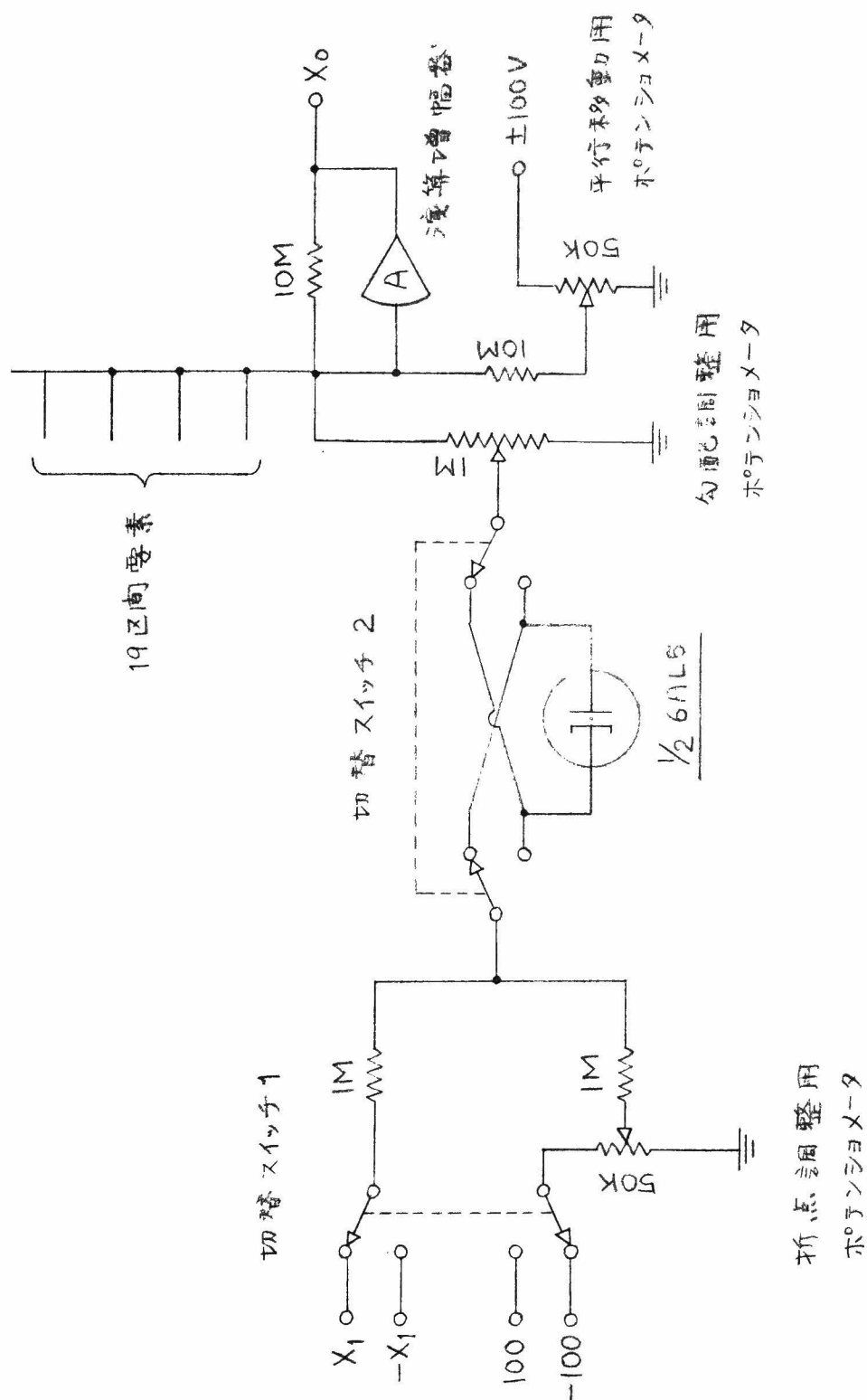
この型の関数発生器は二極管のスイッチング特性を利用して発生すべき関数曲線を折線近似する方式であつて、二極管の使用法によつて種々の形がある。筆者の試作した関数発生器は入力電圧の正、負にかかわらず動作し、更に折点電圧及び折線の勾配を任意に（1～10 の範囲内）設定し得るよう設計したもので、入力電圧 -100V から +100V までの範囲を 20 区間に分ける。第 1.29 図はこの関数発生器の一区間を司どる要素を示したもので、全体として残りの 19 個の要素が並列に並んでいる。図において  $X_1$  は発生すべき関数の独立変数に対応し、 $X_1$  の符号を逆にした  $-X_1$  を与えているのは  $X_1$  の正、負いずれの場合も動作出来る





第1.28図 タップ付ポテンシヨメータを用いた菌数発生器







ようにするためである。発生すべき関数の形が与えられた場合には、まずそれを原点を通過する曲線となるまで平行移動し、原点を中心にして  $-100\text{ V}$  までの間を 10 区間、 $+100\text{ V}$  までを 10 区間に分けて折線近似を行い、さきに平行移動した値だけもとに返せば所要の関数  $X_0 = F(X_1)$  が得られる。この関数発生器の長所、短所は次の如くである。

#### 長 所

- (i) 折点を任意に選べるので曲率の大きい所は区間を短くして近似出来ること。
- (ii) 演算増幅器を使用しているので、直接係数設定用ポテンシオメータを負荷として接続出来ること。
- (iii) タップ付ポテンシオメータによる場合よりも一区間における勾配を大きくとれること。
- (iv) 周波数特性が良好なこと。
- (v) 関数の設定が比較的簡単であること。

#### 短 所

- (i) ニ極管のオンオフ特性の折点の近傍が曲線的であるため鋭い折角が得られないこと。しかしこの現象は曲線を近似するのに好都合なこともある。
  - (ii) 切替スイッチ、ポテンシオメータの数が多く、構造が少々複雑であること。
  - (iii) 原点から順次関数を近似して行くとき、各区間の勾配が全部加算されてくるので、原点に近い区間の勾配を変えるとそれが後の勾配に影響を及ぼすこと。
  - (iv) 演算増幅器のドリフトが誤差の原因になること。
- 等である、試作した関数発生器を応用して、自乗特性、三乗特性、飽和特性、 $\sqrt{x}$  特性等を発生させた結果は充分満足すべきものである。

#### (C) その他の非線形要素

種々の物理系や機械的部分を含む自動制御系の解析を行う際には、特

殊な非線形特性を考慮する必要を生ずることが多い。従つてこの種の系の解析をアナログ計算機によつて行うには、それぞれの特性と類似の特性を持つ模擬回路を備えている必要がある。

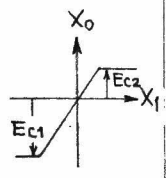
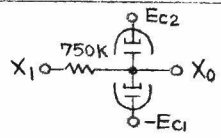
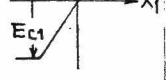
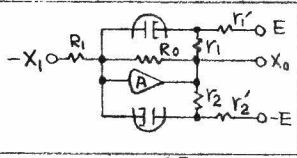
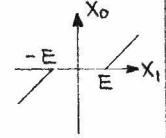
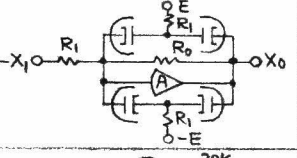
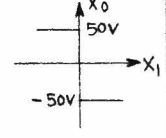
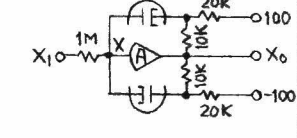
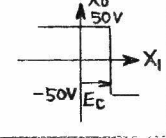
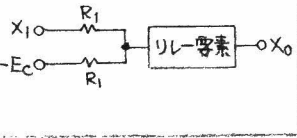
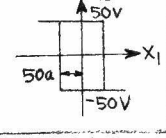
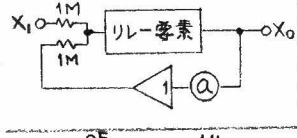
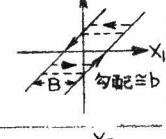
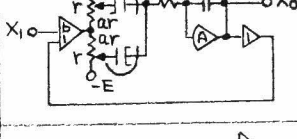
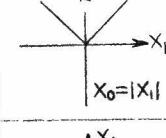
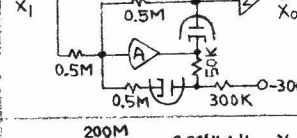
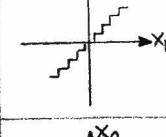
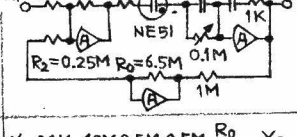
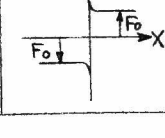
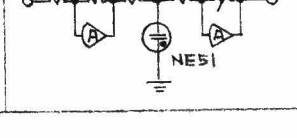
第1.2表はこれらの模擬回路のうち代表的なものを表に示したものであつて、製作したアナログ計算機では8, 9を除く8種の要素を備えている。以下これらについて順次報告する。

#### (1) 飽和要素

第1.2表(1), (2)に飽和要素の回路並びに特性を示す。(1)は二極管のみを使用したものを、(2)は演算増幅器と二極管とを組合せた回路を示すものである。前者は二極管を直接使用しているため、線形部分と飽和部分との接続点(折点)が少々不明確になることを免れないが、後者は高利得の演算増幅器を併用することにより、良好な飽和特性を得ることが出来る。製作した飽和要素では  $R_1 = R_0 = 1\text{M}\Omega$ ,  $E = 100\text{V}$ ,  $r_1, r_1'; r_2, r_2'$  には第1.30図に示すように二連の  $30\text{K}\Omega$  のポテンシオメータを用い、飽和値を0ボルトから100ボルトまでの範囲で任意に変えられるようにした。なお二連のポテンシオメータの摺動方向は同図において互に相反する方向になるよう結線してある。この要素の原理を簡単に説明する。

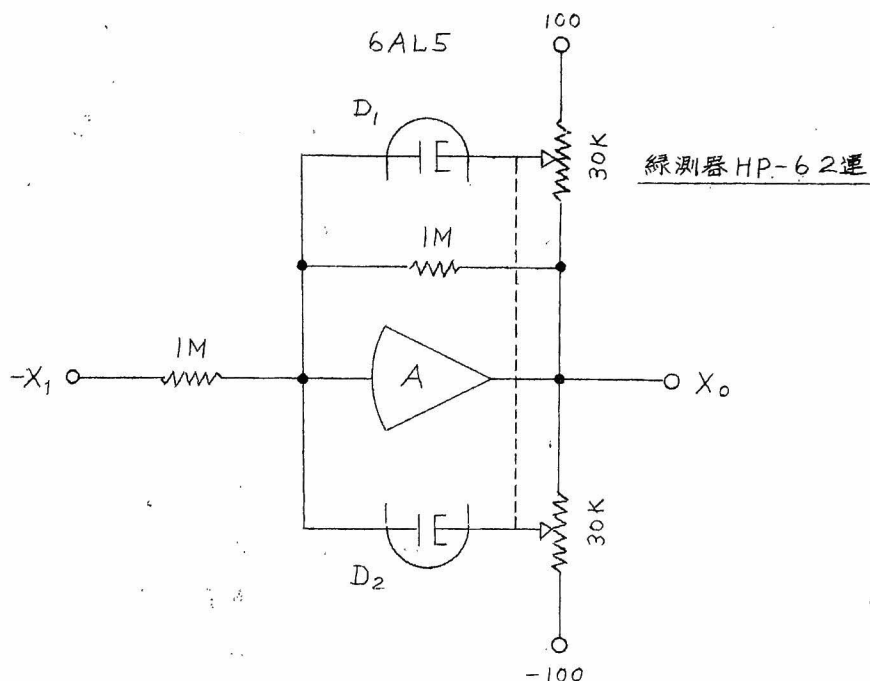
今、二連のポテンシオメータの摺動子の位置が  $\pm 100$  ボルトの端子から  $20\text{K}\Omega$  の点にあるとすると、入力電圧  $-X_1$  が  $\pm 50$  ボルトより小さい範囲では二極管は両方とも非導通の状態にあり、この要素は単なる符号変換器として動作する。入力電圧が例えば  $+50$  ボルトになると出力電圧は  $-50$  ボルトになり、第1.30図の  $D_1$  が導通、非導通の境界の状態に達し、入力電圧が  $+50$  ボルトを超えると  $D_1$  は完全に導通して演算増幅器の帰還回路の抵抗を著しく減少するので出力電圧は殆んど変化しなくなる。入力電圧が負のときは  $D_2$  が動作し上と同様の結果になる。

第1.2表 特殊非線形要素

No.	要素	特性曲線	回路図	備考
1	飽和			
2				$E_1 = \frac{r_1}{r_1'} E$ $E_2 = \frac{r_2}{r_2'} E$ 傾斜部の 勾配 $m = \frac{R_0}{R_1}$
3	不動帯			傾斜部の 勾配 $m = \frac{R_0}{R_1}$
4	リレー			
5	コンパレータ			$R_1 = 1M$
6	ヒステリシス			
7	バックラッシュ			$B = \frac{2aE}{b(a-a)}$ $r = 50K$ $E = 200V$
8	絶対値			
9	ポテンショメータの不連続性 (Granularity)			平均勾配 $\frac{R_2}{R_0 R_1}$ $m = \frac{R_2}{R_0 R_1}$ ステップの高さ $\frac{R_2}{20}$
10	静止およびフロン摩擦			$F_0 \approx 130R_0$ volts







第1.30図 飽和要素結線

## (2) 不動帯要素

第1.2表(3)は一般に使用されている不動帯の模擬回路並びにその入力-出力特性を示すものである。この種の要素はバネ等の不動帯特性を模擬するのに用いられる。製作した不動帯要素では  $R_1=R_0=1M\Omega$  とし、折点の位置をきめる電圧  $E$  は第1.31図に示すように二連の  $30K\Omega$  のポテンシオメータを使用して0ボルトから100ボルトまでの範囲で任意に変えられるようにした。なお二連のポテンシオメータの摺動方向は同図において相反する方向になるよう結線してある。この要素の原理を簡単に説明する。今二連のポテンシオメータの摺動子の位置が  $\pm E$  ボルトの点であるとする、入力電圧  $-X_1$  が  $\pm E$  ボルトの範囲内にあるときは二極管  $D_1, D_2, D_3, D_4$  は導通状態にあり、上述の飽和要素の考察と同様に、出力電圧は自動的に0ボルトになる。また、この場合は  $I_1=I_2=E\mu A$ ,  $I_3=-X_1\mu A$ ,  $I_4=0$  である。

次に入力電圧が例えば  $E+\Delta E$  ボルトになると、e点の電圧は略々0

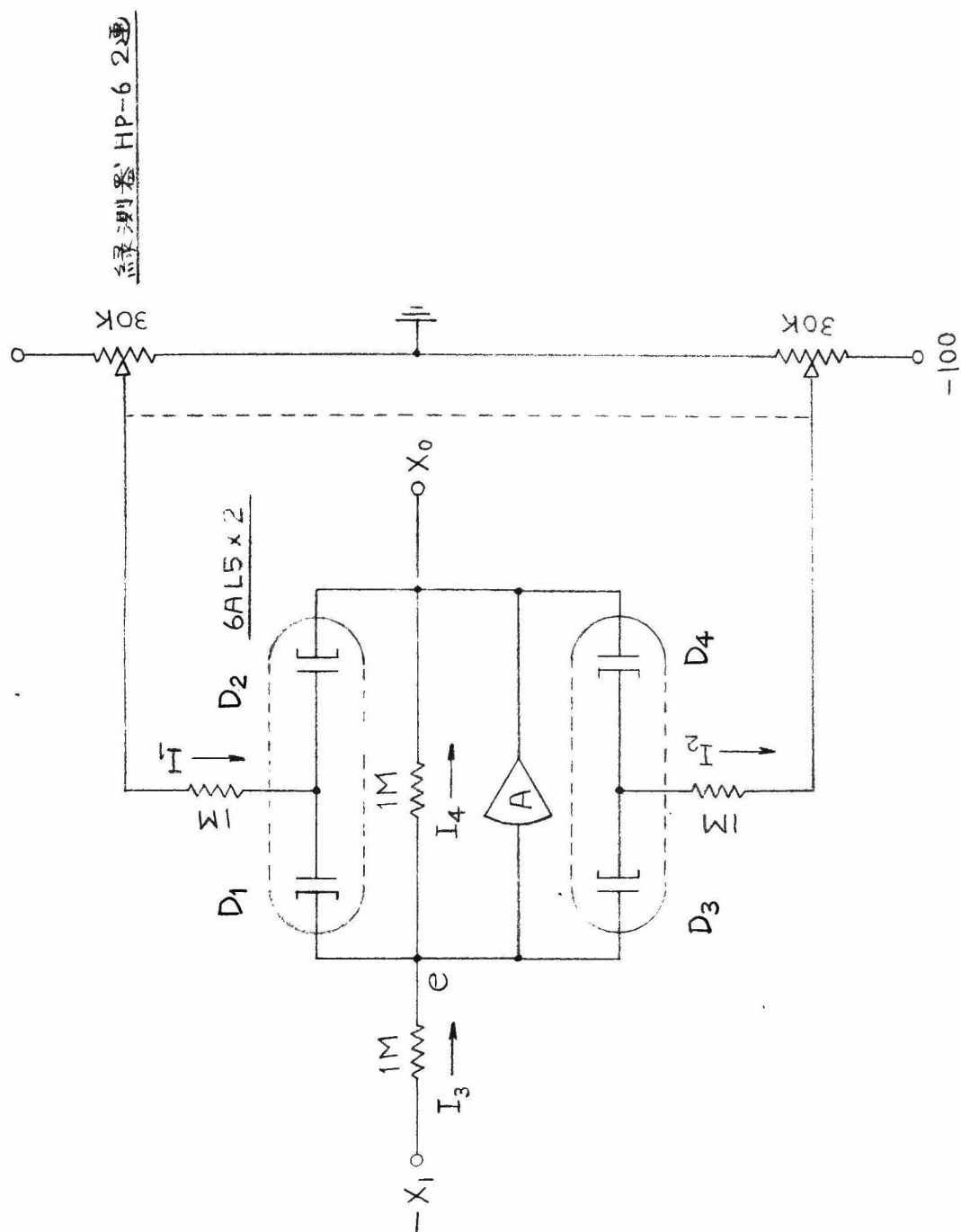
ボルトであるから  $I_3 = (E + \Delta E) \mu A$  となる。この電流は  $D_3$  および帰還抵抗  $1M\Omega$  の二つのルートに分流するが、図より明らかなように  $D_3$  には  $E \mu A$  しか流れ得ない。従って  $I_4 = \Delta E \mu A$  となり出力電圧は  $-\Delta E$  ボルトになる。またこの場合は  $I_1 = (E + \Delta E) \mu A$ ,  $I_2 = E \mu A$  である。以上の考察を総合すれば同図の要素が不動帯特性を模擬していることがわかる。

### (3) リレー要素

リレーの模擬回路として用いられるもので、第 1.2 表 (4) のような回路によって得られる。この要素の原理を簡単に説明する。今入力端子に微小な正電圧を加えたとすると、演算増幅器の利得は極めて高いから出力電圧は大きい負の電圧になろうとする。しかし飽和要素の項で考察したのと全く同じ原理で出力電圧は  $-50$  ボルトで抑えられる。入力電圧が負の場合でも同様にして出力電圧は  $+50$  ボルトで抑えられる。なお製作したリレー要素では同図の要素の出力端子に有極リレー（富士通信機株式会社 54JC 形）を組合せたものも製作した。その目的は演算増幅器の利得が有限であることにより入力電圧が極めて小さい範囲で出力電圧が線形部分を持ち、リレー特性の模擬回路として不適当である場合があるためである。

更にこの回路に第 1.2 表 (6) に示すような帰還回路を附加すれば同図に示すようなヒステリシス特性を持たせることが出来る。なお、このヒステリシスの幅はポテンシオメータの設定値  $\alpha$  によって変化させることが出来る。

また、リレー要素の応用回路として比較器（コンパレータ）も製作した。これは第 1.2 表 (5) に示すもので、上述のリレー要素の回路に入力端子を二つ設けたものである。この回路によれば入力電圧  $X_1$  と或る基準電圧  $-E_C$  とを比較し、その大小関係に対応して出力電圧の符号を切り替えることが出来る。出力電圧の値は上述のリレー要素を使用した場合は  $\pm 50$  ボルトである。



### 第1.31圖 不動點要素



#### (4) バックラッシュ要素

歯車の遊び等を模擬するバックラッシュ要素の回路として第1.2表(7)の回路が用いられる。製作したバックラッシュ要素では  $r=30k\Omega$  とし二連のヘリカルポテンシヨメータを、基準電圧  $\pm E$  としては  $\pm 100$  ボルトを使用した。ポテンシヨメータの摺動方向は図において相反する方向になるよう結線してある。この要素の動作原理を簡単に説明する。まず積分コンデンサ ( $1\mu F$ ) の初期電荷が0である場合から出発して考える。入力電圧  $X_1$  が0ボルトのときは二極管は非導通の状態にあり、各演算要素の出力電圧は0ボルトとなるから出力電圧  $X_0$  も0ボルトである。この状態は入力電圧がどちらかの二極管を導通せしめる電圧になるまで持続する。今、入力電圧が正である場合を考え、加算器1の出力電圧を  $e$  とすれば  $D_1$  が導通する直前には

$$(100-e) \frac{ar}{r} + e = 0 \quad (1.14)$$

なる関係が成立する。即ち

$$e = \frac{100a}{a-1} \quad (1.15)$$

となる。従つてこれに対応する入力電圧は

$$X_1 = -\frac{e}{b} = \frac{100a}{b(1-a)} \quad (\text{ボルト}) \quad (1.16)$$

であり、(1.16) 式にて表わされる電圧を手えるまで出力電圧は0ボルトである。入力電圧が負の場合にも全く同様にして  $X_1 = -\frac{100a}{b(1-a)}$  なる電圧に達するまで出力電圧は0ボルトである。すなわち入力電圧の変化に対し出力電圧が保持する幅は  $\frac{200a}{b(1-a)}$  ボルトになる。

次に入力電圧が  $\frac{100a}{b(1-a)} + \Delta X_1$  とした場合を考える。この場合には  $D_1$  を通して  $-b\Delta X_1$  なる入力電圧が積分回路に加わり、20ボルト/秒の割合で  $X_0$  が増加しようとする。しかし加算器2による帰還回路があるため

$$X_0 = b\Delta X_1 \quad (1.17)$$

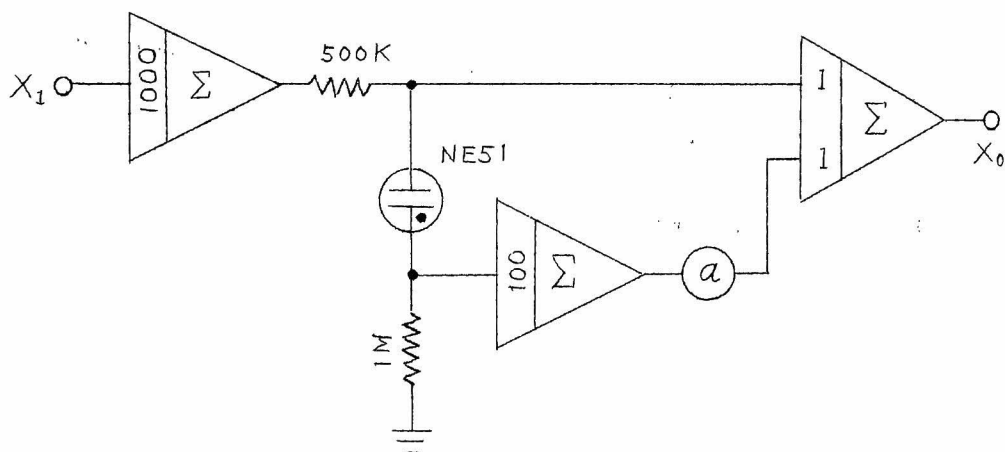
で積分操作が抑えられる。入力電圧が負の場合には上と同様にして

$$X_0 = -b\Delta X_1 \quad (1.18)$$

となる。すなわちこの要素の線形部分の傾斜は $b$ であり、バックラッシュエの幅は  $\frac{200a}{b(1-a)}$  ボルトである。

#### (5) 静止およびクーロン摩擦要素

第 1.2 表 (10) に示すような回路によつて静止およびクーロン摩擦特性を模擬することが出来る。同図の回路では静止摩擦の値とクーロン摩擦の値との比を変化することが出来ないが、筆者はこの回路と加算器とを組合せてそれを可能にした。第 1.32 図はその場合の回路構成を示すものである。(回路の定数は表のものと比較して少し変更してある)



第 1.32 図

クーロン摩擦の大きさを可変にした摩擦特性模擬回路

同図の回路ではポテンシオメータ $a$ の設定値により静止摩擦の値に開せずクーロン摩擦の大きさを变化せしめることが出来る。

## 1.4 電源装置

電源装置はアナログ計算機を動作せしめるエネルギーを供給するものである。前述の各演算要素と同等或いは同等以上に重要な部分である。交流電源電圧の変動にかかわらずアナログ計算機を安定に動作せしめる

ためにはまず交流電圧自動調整装置を用いることが望ましい。更に演算増幅器の陽極回路、格子回路の直流電源として、まだ標準直流電圧発生用として負荷に無関係に一定の電圧を保持するために直流定電圧装置を必要とする。以下これらの電源装置について製作した結果を順次報告する。なお真空管のフィラメント電源も自動調整を行なえば更に安定化するが、フィラメント負荷は一定であるから全体として交流電源に自動調整装置を設ければ強いてその必要はないと考えられる。

#### (a) 交流電圧自動調整装置

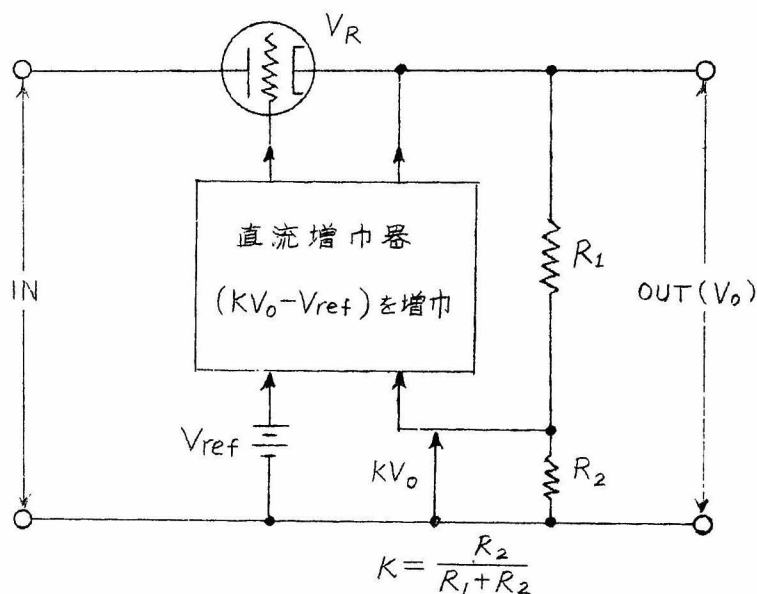
100 V A-C 自動調整装置には可飽和リアクトル型のもの或いは第1.33図に示すようなサーボ式の調整装置があるが、製作した計算機では後者のものを採用した。図において出力電圧に変動を生じた場合には二個の定電圧放電管  $V_1, V_2$  を逆並列に接続した<sup>\*</sup>非線型素子を含むブリッジによって誤差電圧を検出し、サーボモータ M を駆動して電圧調整用スライダック  $SD_1$  を調整し、常に出力電圧を一定に保つよう動作する。出力電圧はスライダック  $SD_2$  によって微細に調整することが出来る。検出回路には普通ランプを含むブリッジ回路などが使われるが、ランプを使用したものでは検出回路に熱的遅れを伴ない応答速度が遅くなる欠点がある。この装置では定電圧放電管を使用しているので応答速度は相当速く、電源電圧の変動 1 V 当り 1 サイクル (1/60 秒) 程度である。また可飽和リアクトル型のものと異なって出力波形に歪を生じないこともこの装置の長所である。精度は約 0.1 ボルトの変化まで追従することが出来るので実用上充分である。

---

\* 二個の定電圧放電管を逆並列に接続している理由は一個のみ使用した場合に比べて雑音電圧が少くなるからである。これは定電圧放電管において陽極が正電圧で放電する場合と、その逆の場合とで放電の様相が異なるためであり、逆方向の放電では正確な定電圧特性が得られないからである。

(b) 直流定電圧電源

直流定電圧電源は上述の 100 VA-C 定電圧電源の出力を整流し、平滑回路によって平滑にした後、第 1.34 図に示すような自動電圧調整回路を用いてリップルのない直流定電圧を取り出すものである。即ち一定値に係すべき出力電圧  $V_o$  の  $K [= R_2 / (R_1 + R_2)]$  倍の電圧と基準電圧  $V_{ref}$

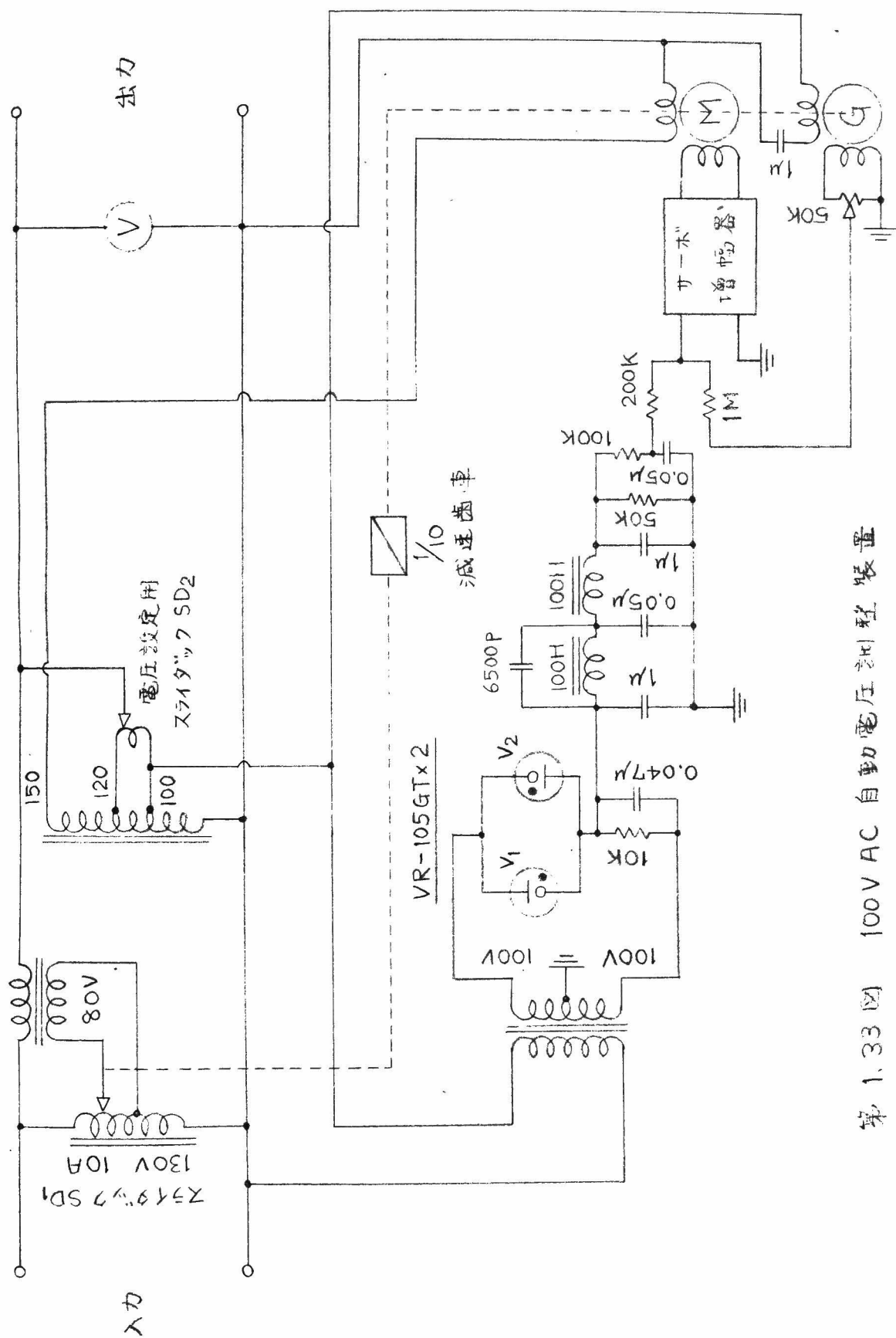


第 1.34 図 直流電圧自動調整回路

との差を最小にするように直流制御管  $V_R$  の格子電圧を調整する。この種の調整回路の具備すべき条件は次の如くである。

- (1) 基準電圧の変化の少いこと。普通定電圧放電管または乾電池を用いる。
- (2) 抵抗  $R_1$ ,  $R_2$  は温度変化、経年変化が少いこと。そのため温度係数の小さい巻線抵抗を用いる。
- (3) 直流増幅器のドリフトが少いこと。
- (4) 高周波における出力インピーダンスが低いこと。これは異なる増幅器間に電源を通して不当な結合をもつことを防ぐために必要な条件である。





第 1.33 圖 100V AC 自動電圧調整裝置



この種の定電圧装置の安定度は定電圧放電管を用いたもので1~2% (一週間), 乾電池を用いたもので0.25~1% (一週間)の程度である。

第1.35図乃至第1.41図は製作した計算機に使用している直流定電圧電源の結線図並びにその負荷特性を示すものである。これらの装置の負荷特性は無負荷から定格負荷まで殆んど変動は認められないが、負荷が大幅に変わっても良好な定電圧特性を得るためには定放形、電池形ともに補償用可変抵抗 (例えば第1.36図(a)の $R_c$ ) を附加するか、或いは直流増幅管 (6SJ7) のスクリーングリッドの電圧を負荷電流によって変化せしめて (例えば第1.37図(a) 負荷の変動による出力電圧の変化を避けている。

第1.42図は製作した計算機の電源系統図を示したものであつて、上に述べた電源装置をまとめて各演算要素に電力を供給している。図においてB-2004はサーマル・リレー管を示し、フィラメント電源が動作し始めてから約45秒後に直流電圧を供給するようにしたものである。演算要素のフィラメントが加熱されない状態で直流電圧を印加すると、各部の抵抗等にあらかじめ電流が流れることになり、それによつて抵抗の温度が変化し各演算増幅器の初期ドリフトが大きくなる傾向がある。

## 1.5 解指示装置

アナログ計算機によつて演算した結果を直接記録する装置である。従来低速度形アナログ計算機に用いられている代表的な記録装置の種類、その性能は次の如くである。

### (a) 直記式電磁オシログラフ

この装置の構造は記録紙を送り出す機構と記録するチャンネル数に等しいペンモータの機構とから成っている。ペンモータはいわゆるダルソンバール形メータの可動部分と同じ構造である。この記録計の特徴を挙げると

(1) 精度は2~5%程度である。

(2) 周波数特性は良好で100サイクル/秒程度まで使用できる。但し位相特性はそれより低いから注意を要する。

以上を要するに低速度形アナログ計算機の解指示装置としてこの種の記録計は解の大体の模様を知るには便利であるが、精度の点で不充分である。

第1.43図はこの記録計に使用する増幅器の結線図(筆者の製作したもの)であって、この増幅器とペン書きオシログラフ(渡辺測器株式会社)とを組合せて比較的周波数の高い振動(1サイクル/秒以上)の記録に使用している。周波数特性は50サイクル/秒まで略々平坦である。

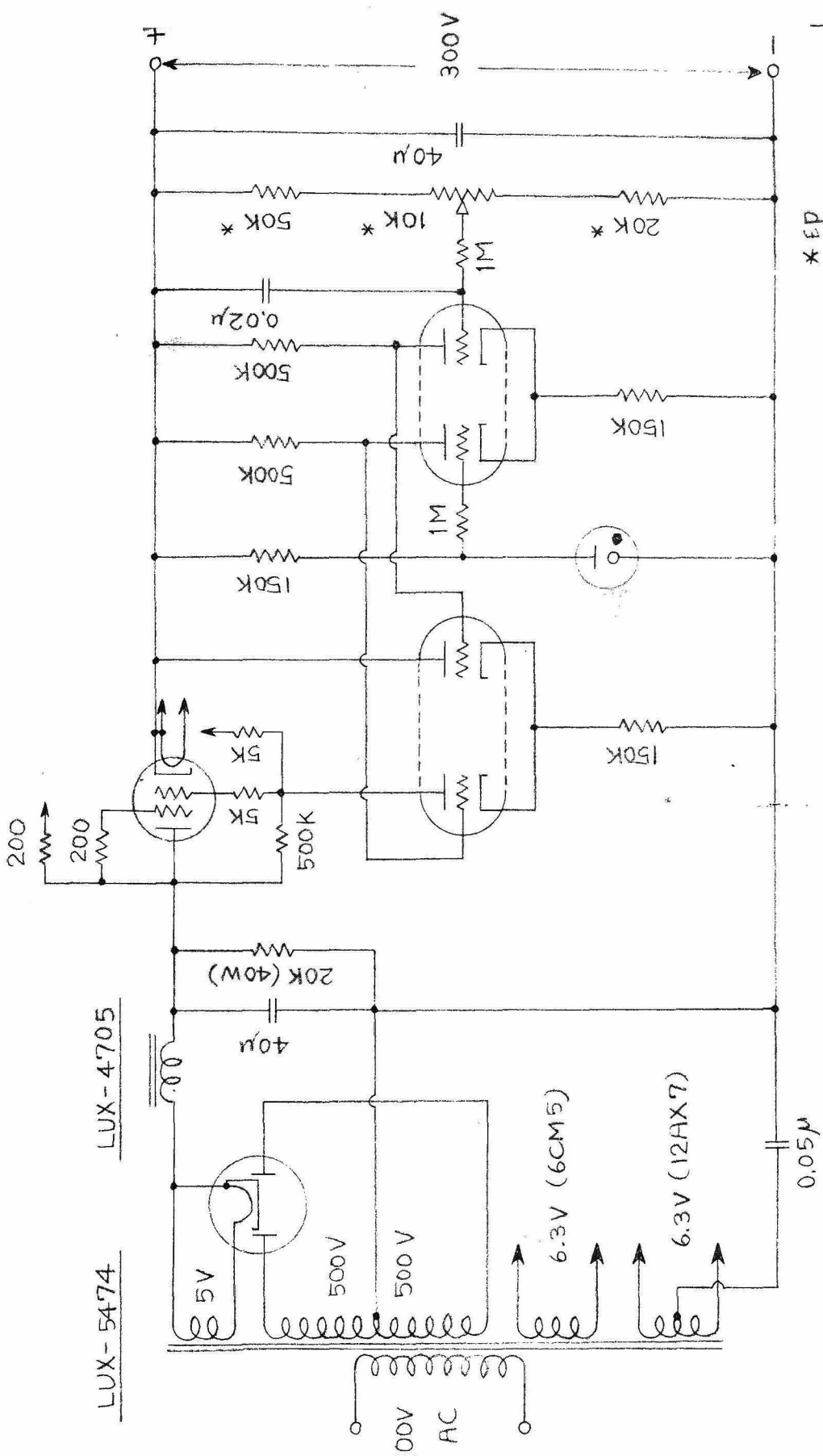
(b) サーボ記録計, X-Y 記録計

入力電圧に比例してペンまたは記録紙支持体をサーボ機構により駆動し、演算結果を記録する装置である。記録紙の支持法により平面形のものどドラム形のものがある。何れも解の時間応答のみならず、任意の二つの量の関係曲線を描き得る利点がある(例えば位相面解析の記録)。この記録計の特徴は

(1) 静的精度は0.5~1%程度まで上げることが出来る。

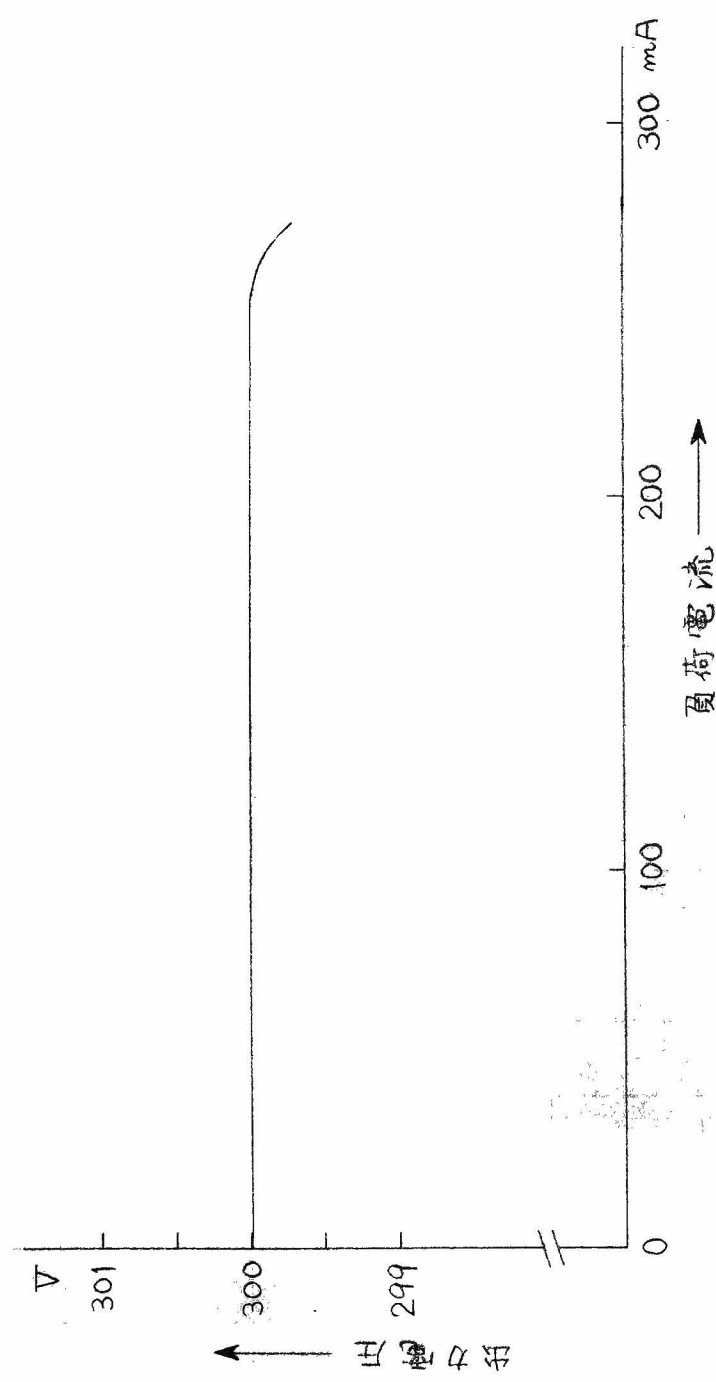
(2) 周波数特性は良好でなく、実用的には1サイクル/秒以下で使用する事が望ましい。

この種の記録計は元来低速度用のものである。周波数特性の優れていることは勿論望ましいが、これに劣らず重要なことは緩かなランプ入力に対して応答が滑らかに行われることである。そのためにはサーボモータとペンまたはドラム間の動力伝達機構の摩擦、遊びを極力小さくすることが必要である。サーボモータは慣性能率が低く、タコメータ発電機を備えていることが望ましい。製作した計算機では林千博教授指導のもとに島津製作所製のドラム形X-Y記録計を更に使いやすく改良して備えている。第1.44図はこの記録計のペン駆動用回路の結線図を示すものである。図においてPは前述のサーボ計算器の“follow-up”ポテン



第1.35图 (a) 300V DC 定电压电源 (定放形)

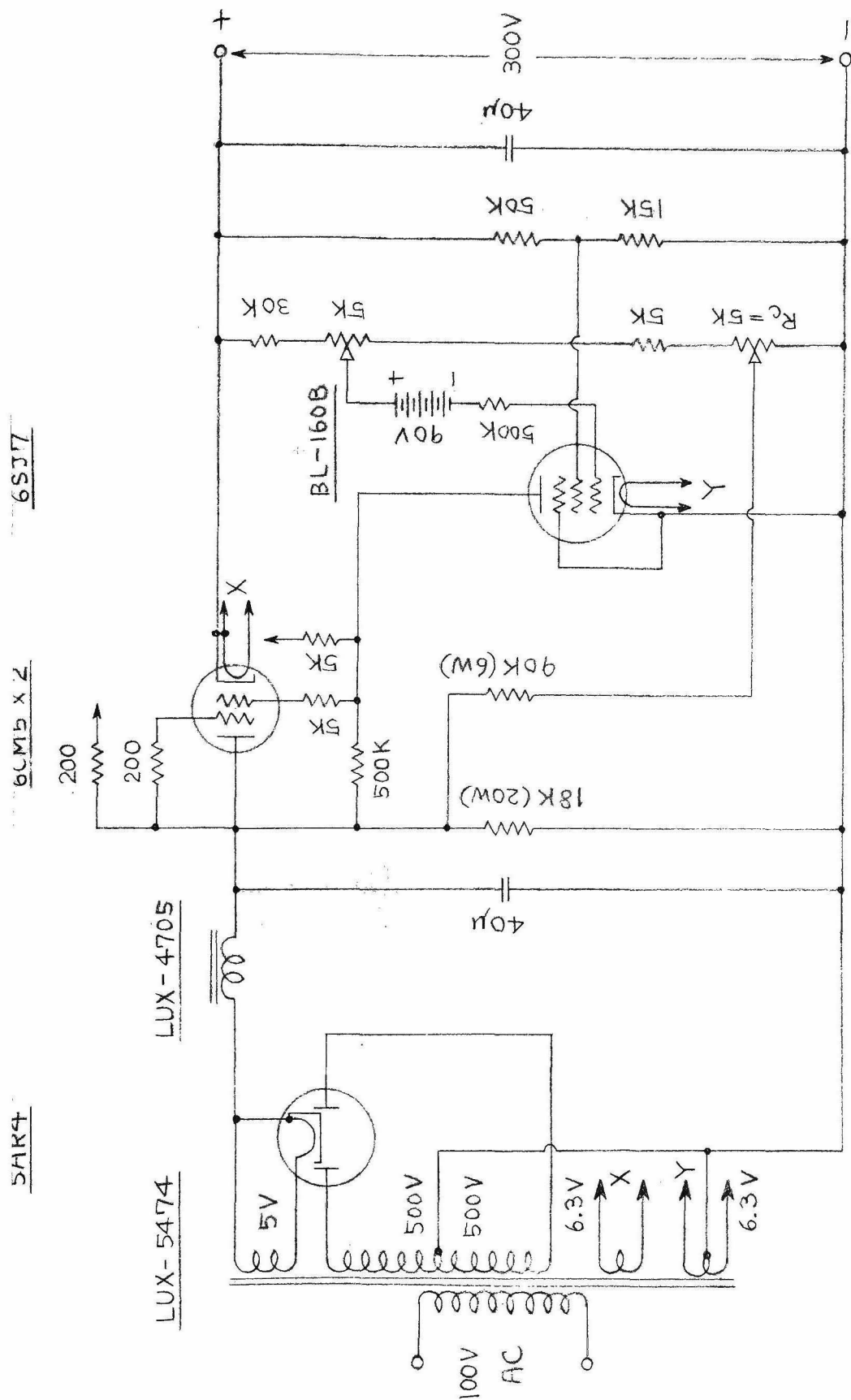




第 1.35 図 (b) 300V DC 定電圧電源 (定放形) の 負荷特性

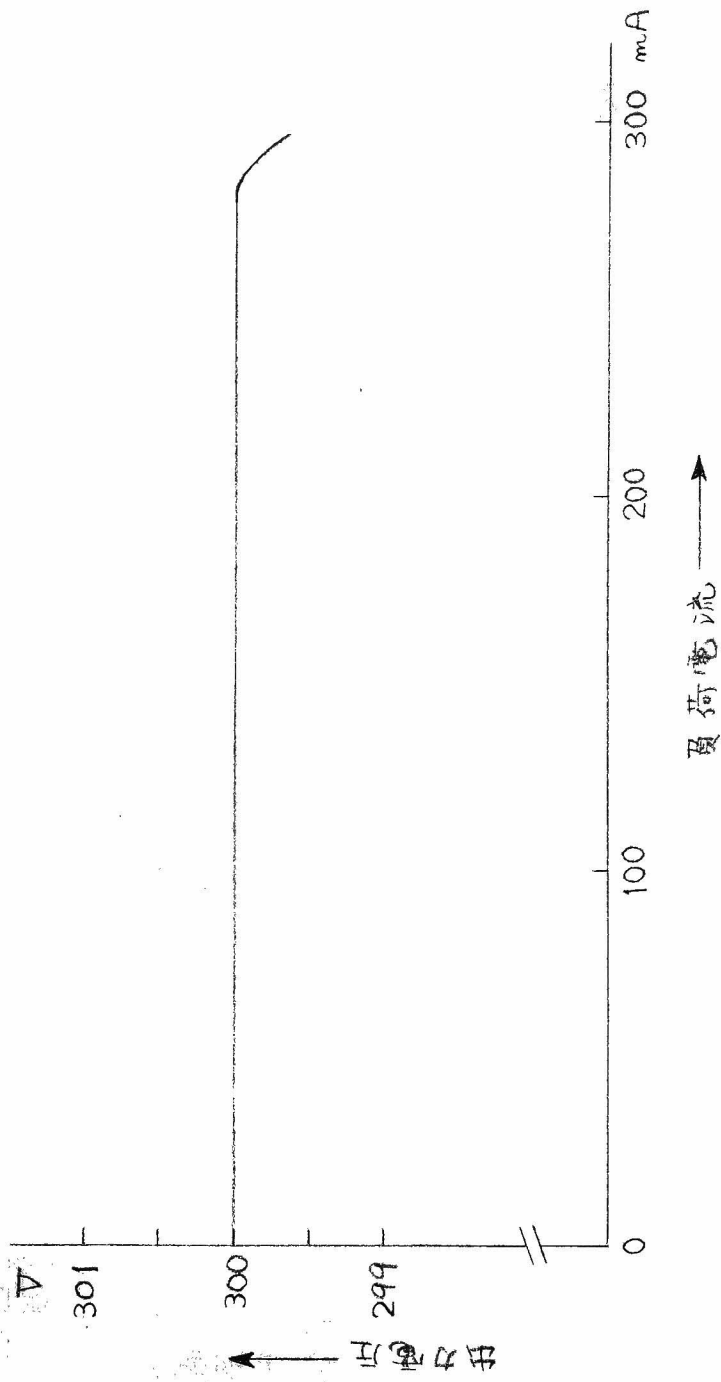






第 1.36 図 (a) 300V DC 定電圧電源 (電池形)





第 1.36 図 (b) 300V DC 定電圧電源 (電池形) の負荷特性



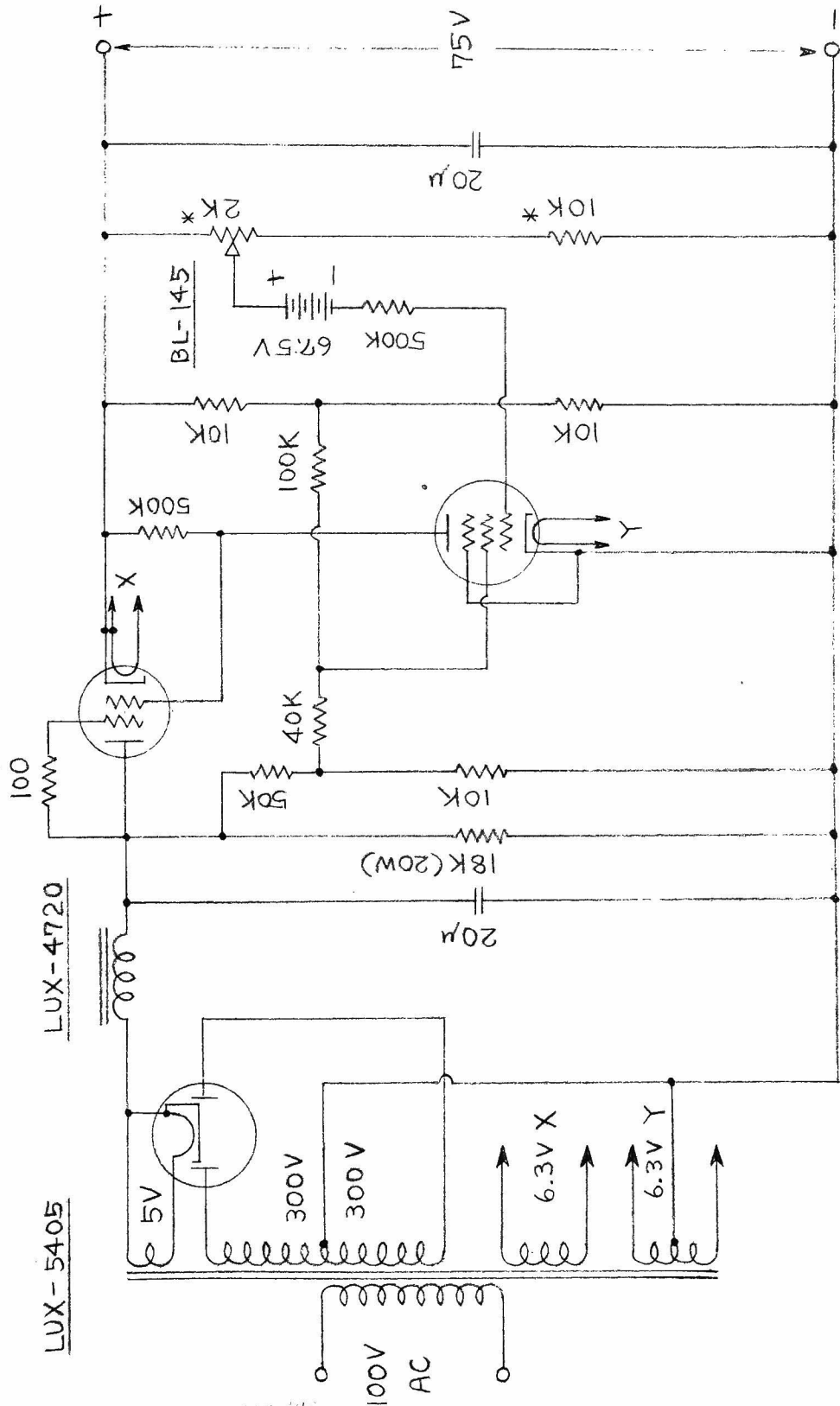
5AR4

6CM5

6SJ7

LUX-5405

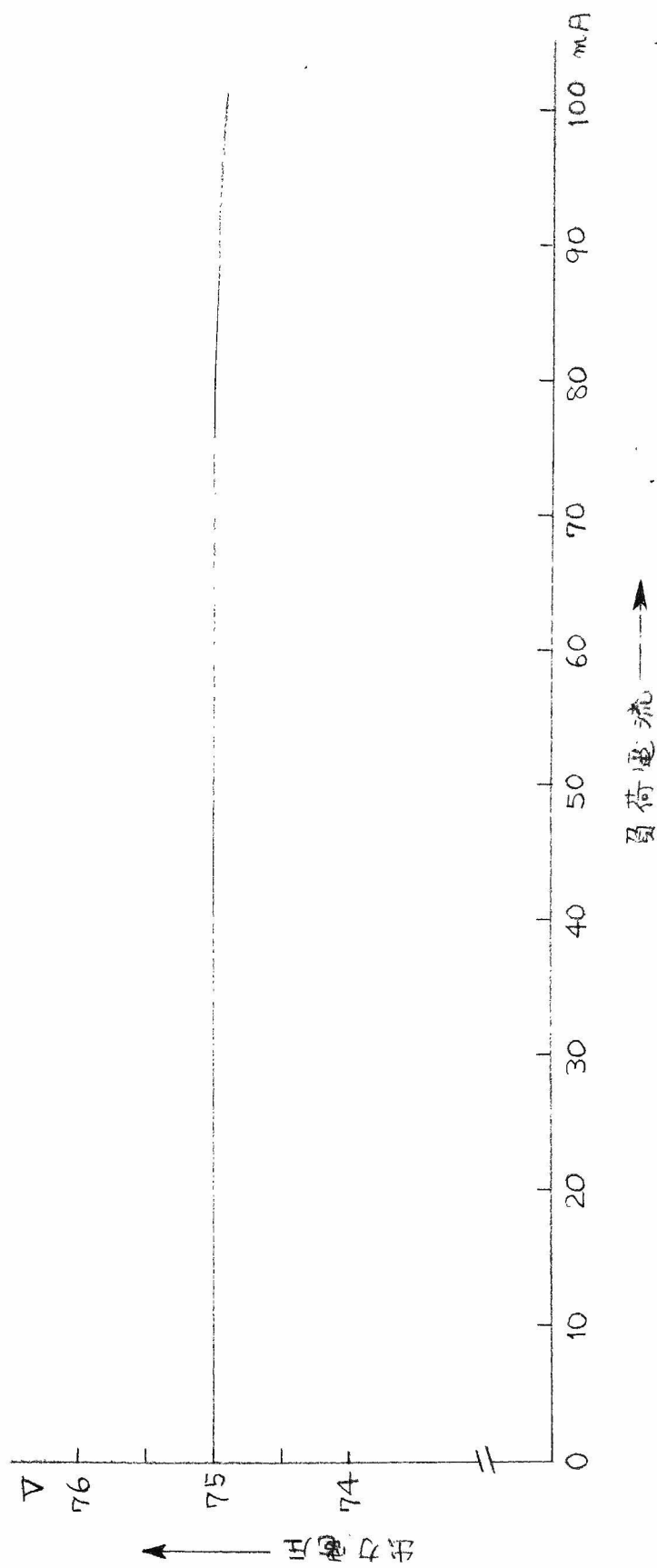
LUX-4720



\*印 巻線形

第 1.37 図 (a) 75V DC 定電圧電源 (電池形)





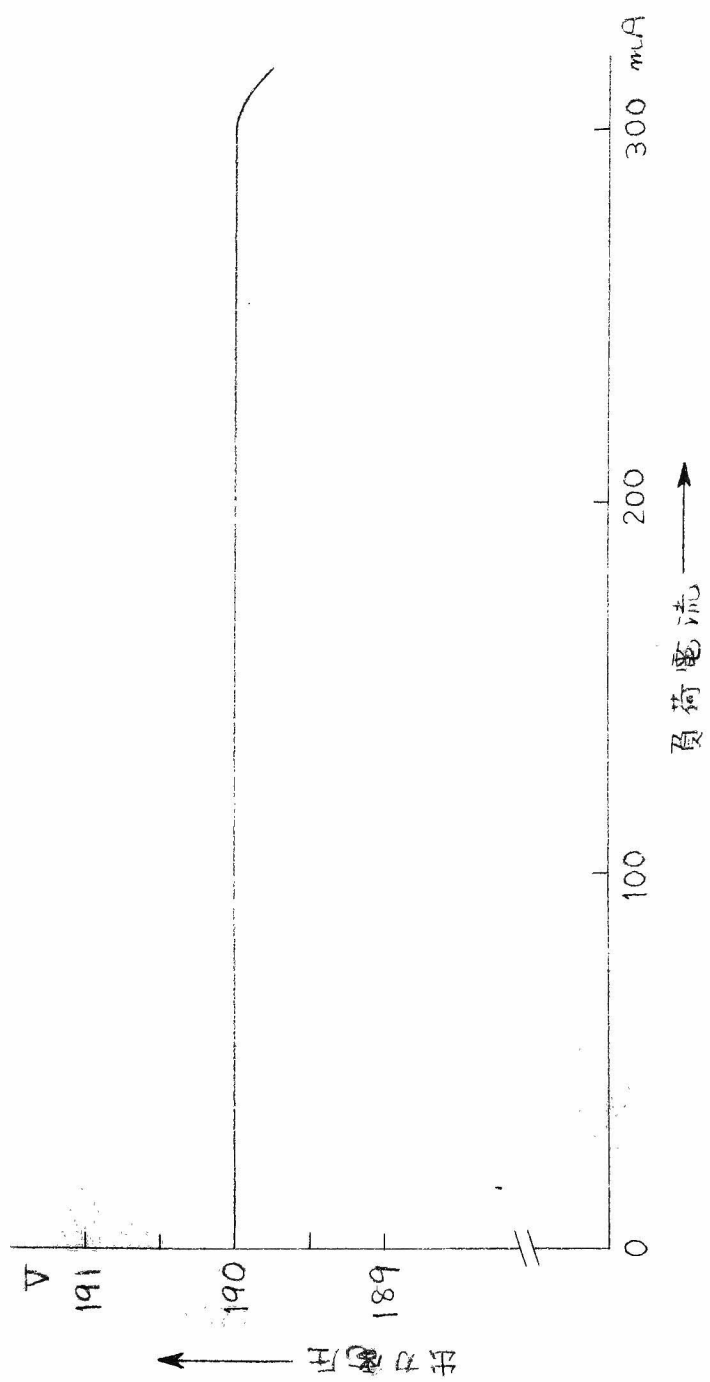
第1.37図(b) 75VDC 定電圧電源の負荷特性









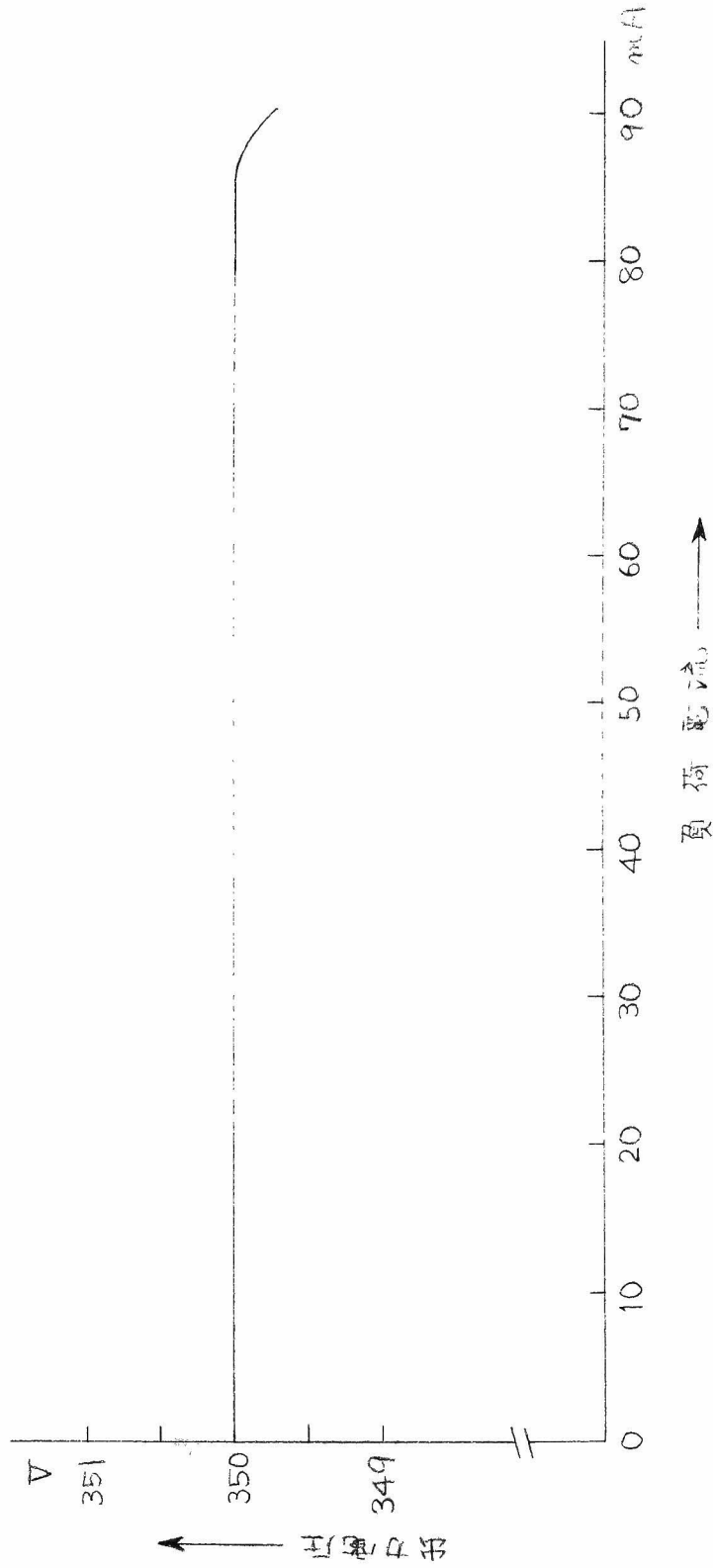


第1.38図(b) 190V DC 定電圧電源の負荷特性





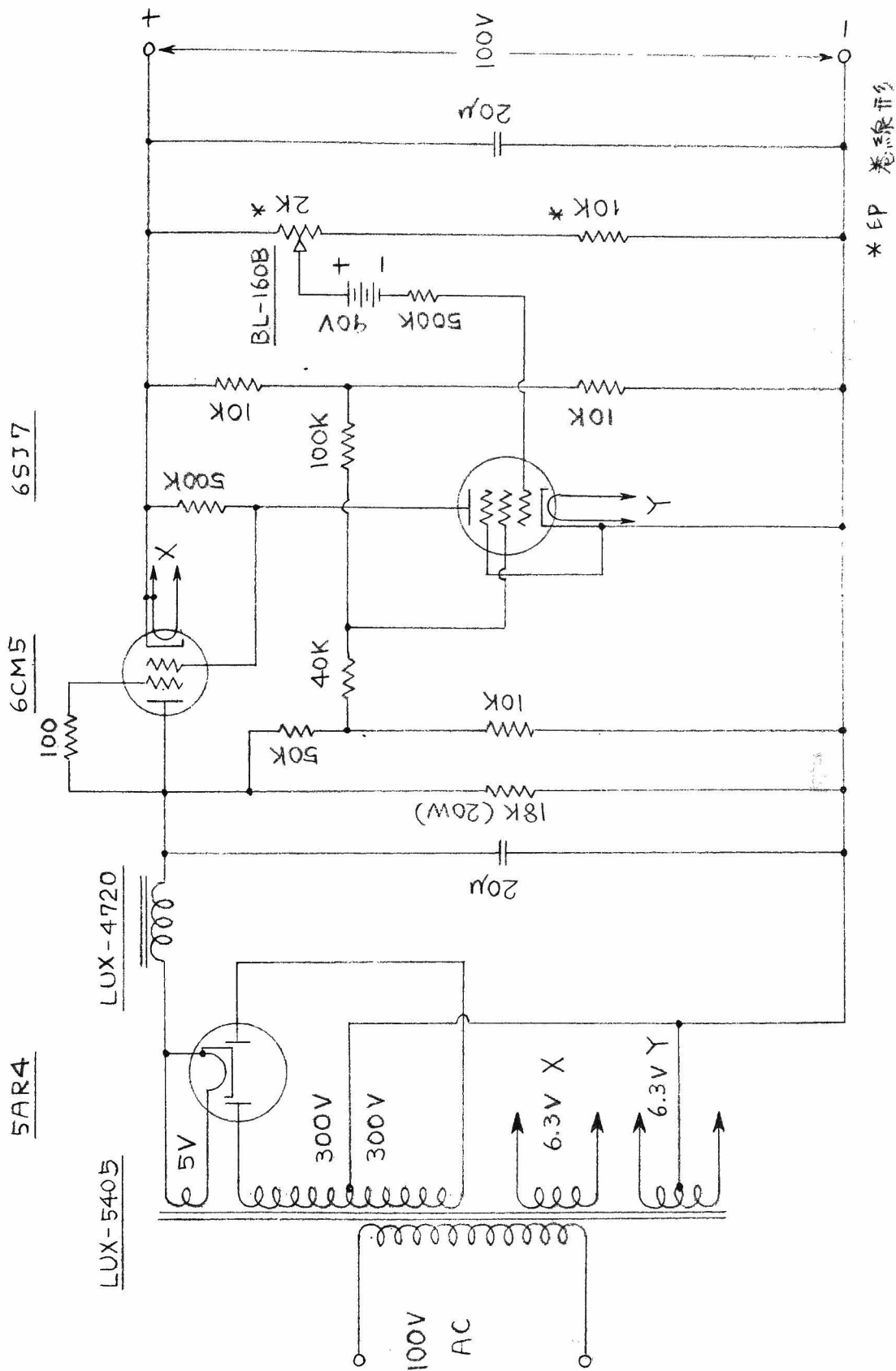




第1.39図 (b) 350V LC 定電圧電源の負荷特性

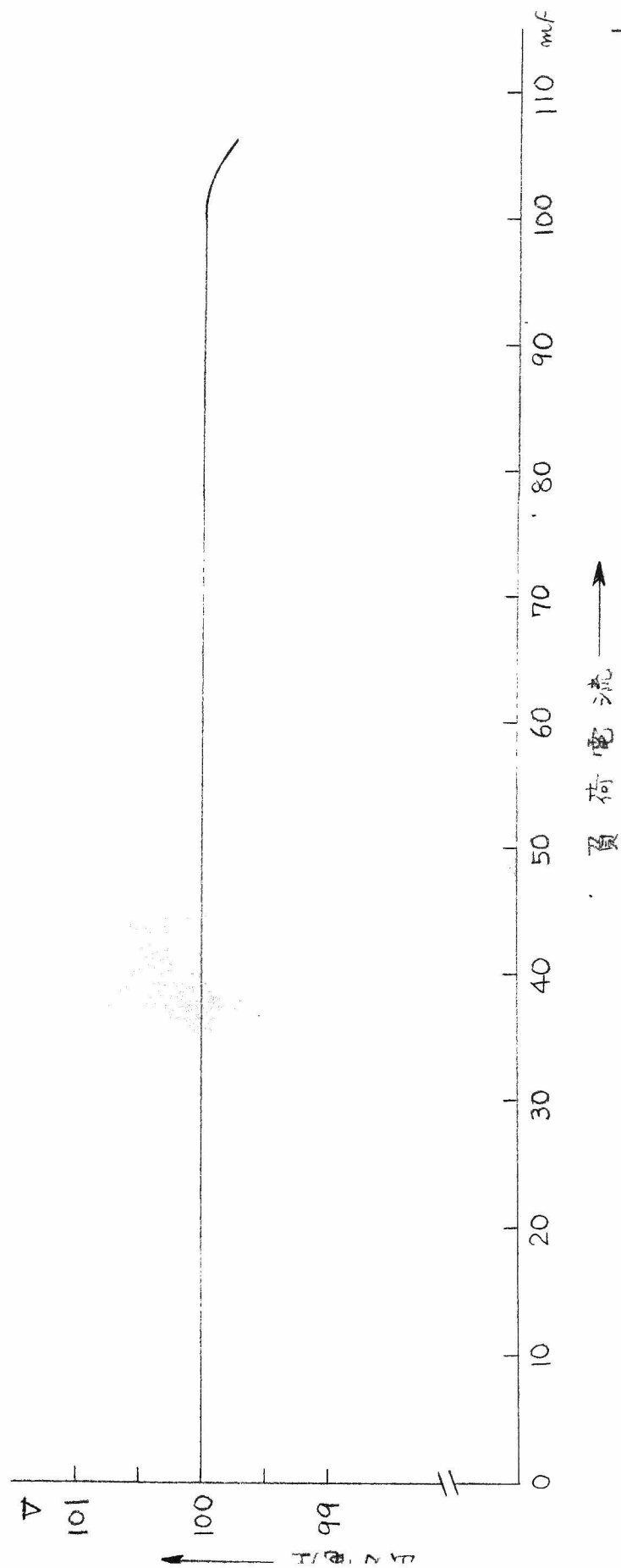






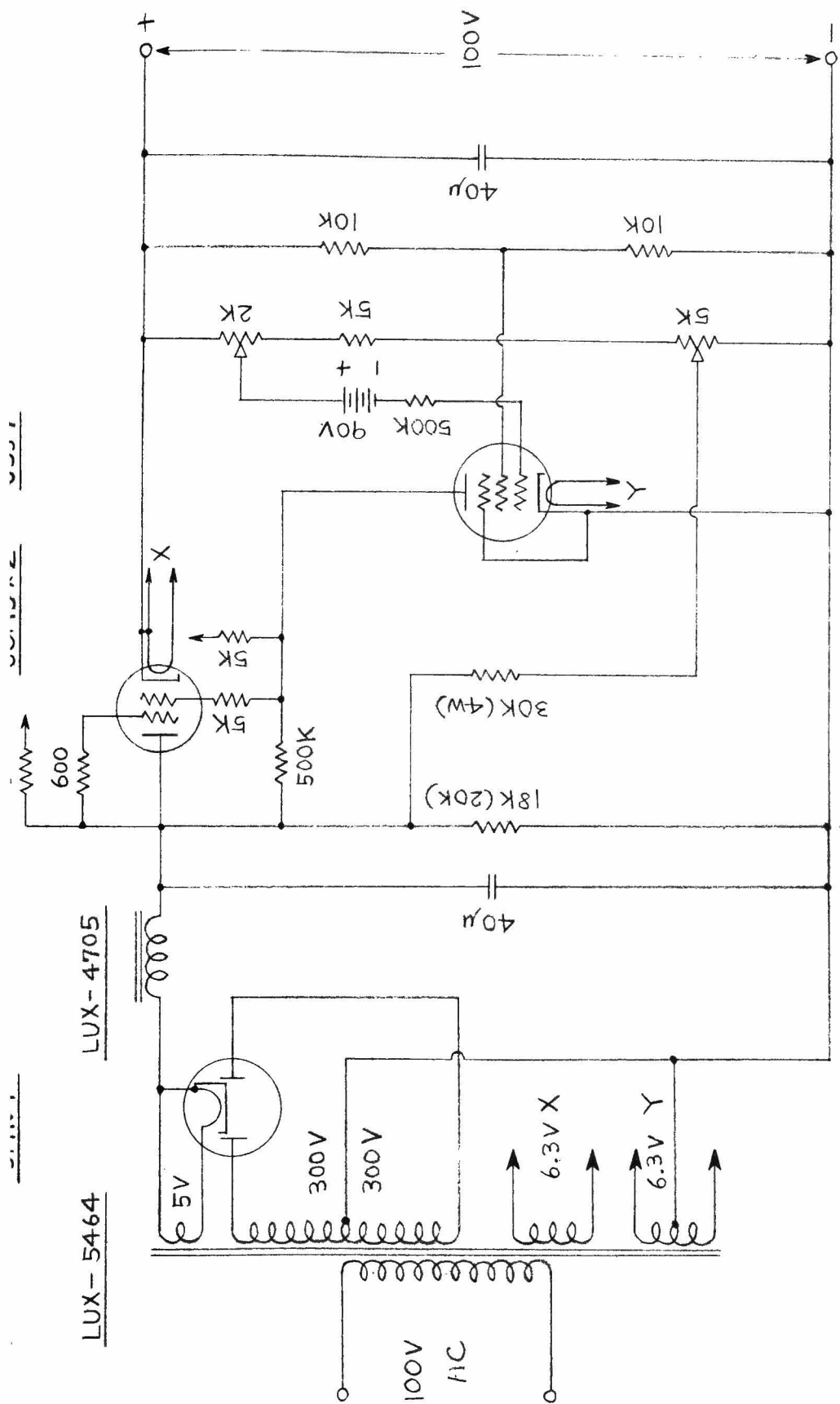
第1.40圖 (a) 100V DC 標準電源 (電池形)





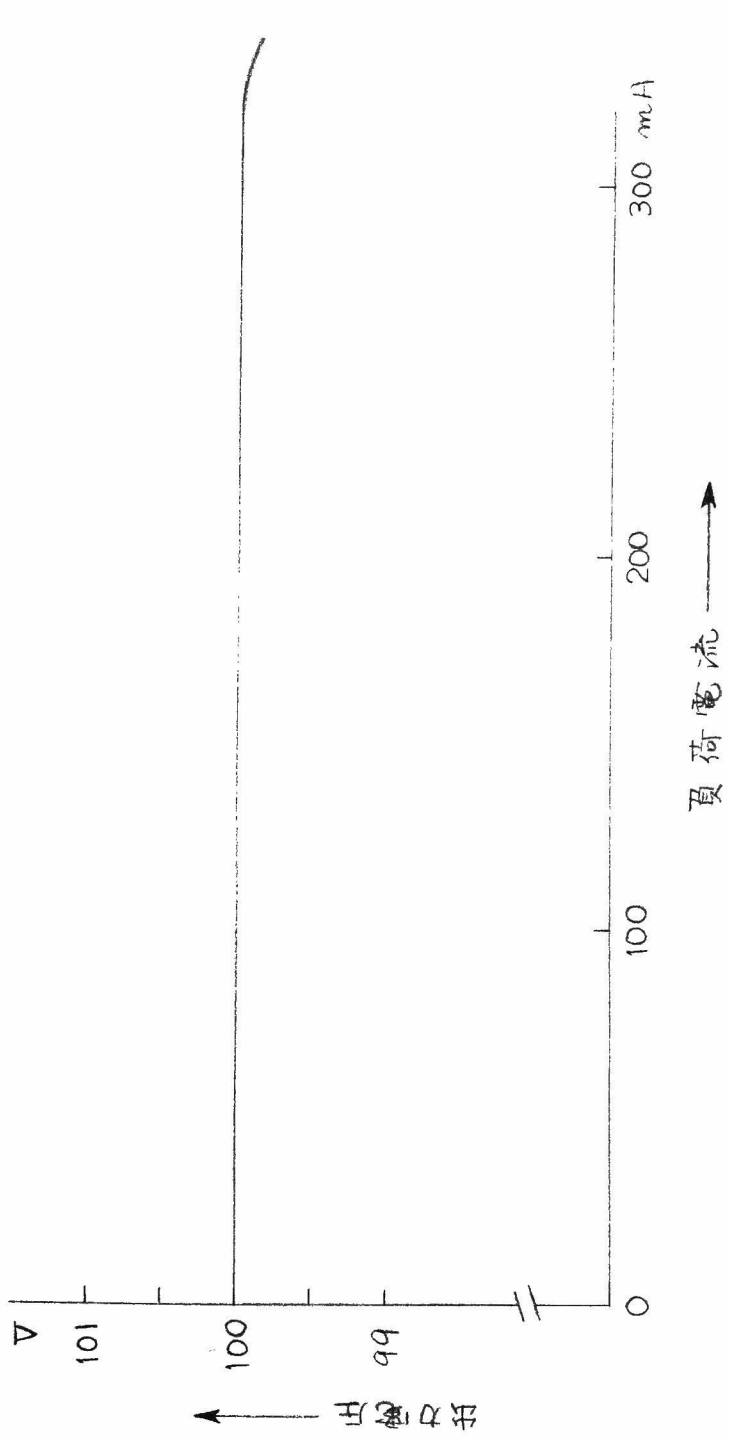
第 1.40 図 (b) 100V DC 標準電圧電源の負荷特性





第 1.41 图 (a) 100V DC 标准电压电源 (函数发生器用)





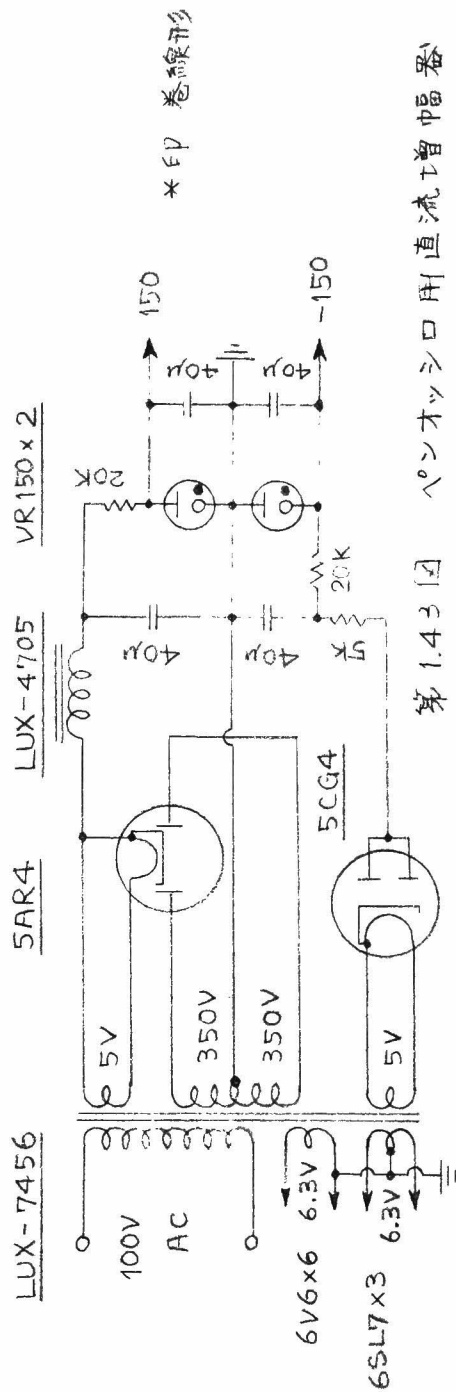
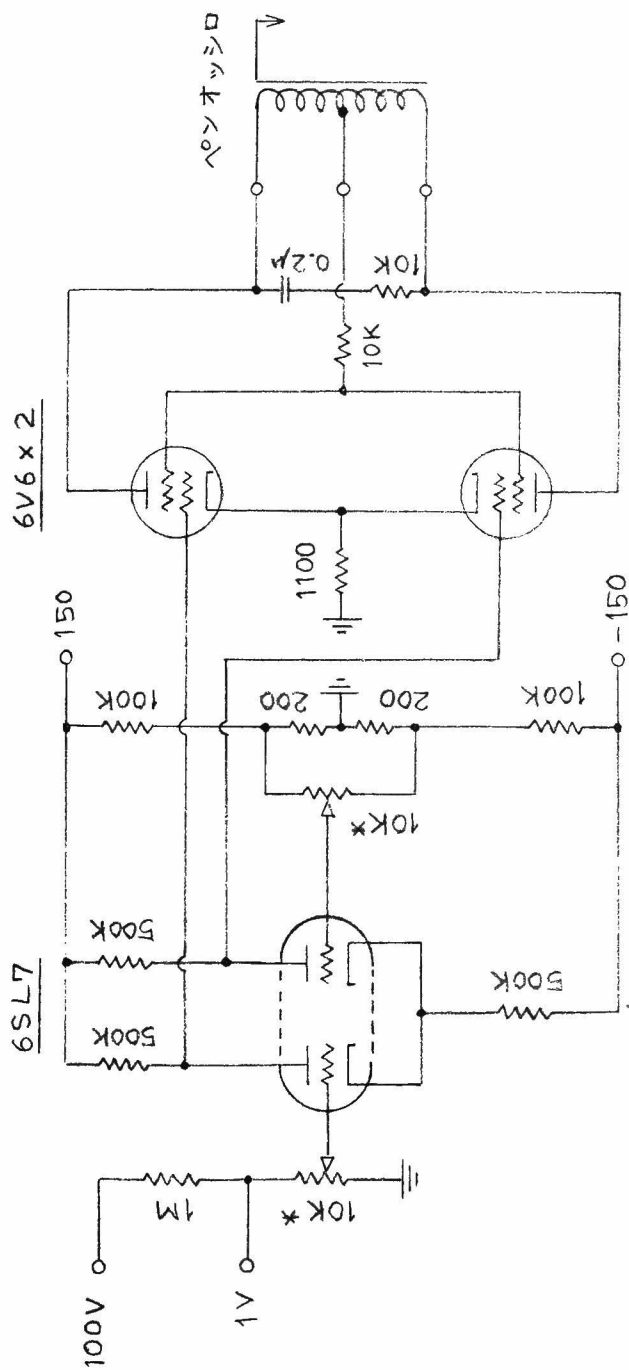
第 1.41 図 (b) 100V DC 標準電圧電源 (肉数発生器用) の負荷特性



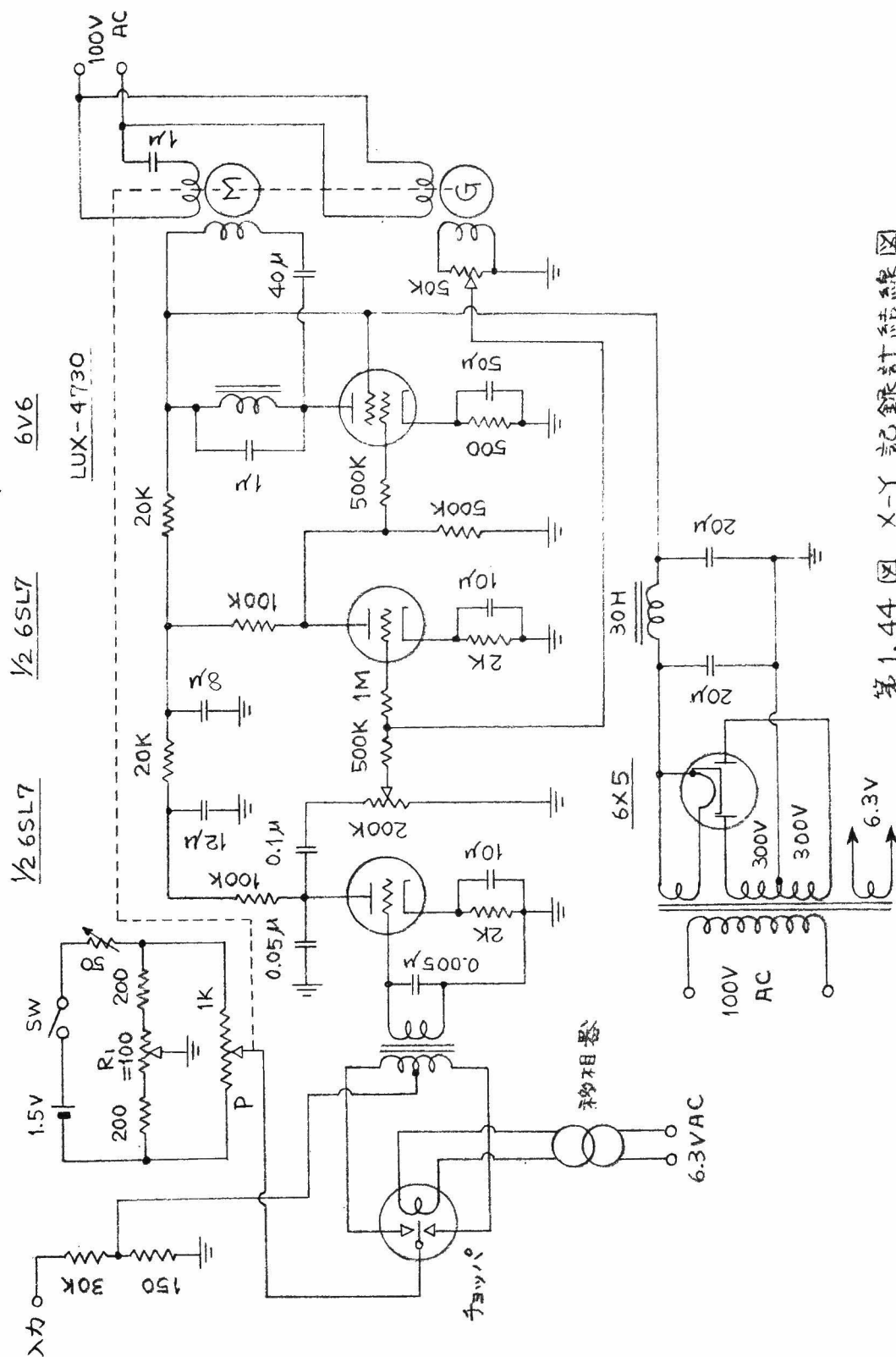














シヨメータに相当しその両端に電源スイッチと連動したスイッチ $S$ を通して乾電池から1.5ボルトの電圧を与える。 $R_f$ は零点調整用のポテンシヨメータである。また移相器はチヨツパの動作遅れ（島津製作所のチヨツパで60サイクルの交流電圧に対して $80^\circ$ 前後）を補償するもので簡単なRC回路を使用している。なおドラム駆動用の回路も同様である。

## 1.6 演算制御装置

低速度形アナログ計算機は演算は積分器に設けられた高速度リレーの開閉によって行われる。その一例を第1.45図に示す。同図(a)の結線においてリレー $X$ 及び $Y$ の開閉により、(b)図に示すように

- (1) 初期値設定 (Reset)
- (2) 演算 (Compute)
- (3) 信号保持 (Hold)

の三役に切替えられる。演算を行うに当つてはまず(1)の状態にて所定の初期値を積分器に与え、次に(2)の状態に切替えると演算を開始するから、これと同期して記録装置を動作せしめる。(3)は演算中の任意の時刻における各要素の信号電圧をそのまま保持するものであつて、必ずしも必要なものではない。製作した計算機ではホールドの結線も行なつている。なお加算器、積分器に対してそれらに含まれる演算増幅器のドリフトをなくするための平衡点検を行うときは、加算器、積分器の入力端子を抵抗で接地し、出力電圧が零となるように平衡せしめる。入力抵抗は通常一定値(1M $\Omega$ )とするので、実際の演算回路の入力抵抗が異なればドリフト自動補償のない増幅器を使用しているものでは若干の誤差を生じる。そのため演算回路を組んでいるときの平衡点検は実際に使用している入力端子を全部接地して点検するのが望ましい。

第1.46図は製作した演算制御装置の結線図である。各積分器の演算制御リレーは図の数個の端子に接続してある。図において“**AUTO**”の端子は演算制御スイッチ(図の“**CONTROL SWITCH**”)と並列に接

続してあり、必要に応じて遠隔操作を可能にしたものであり、“FUNCTION SWITCH”は演算の途中で別の入力を加えたい場合に内蔵するリレーを用いて所要の入力を加えることが出来るようにしたものである。

## 1.7 その他の補助装置

### (a) バランスメータ

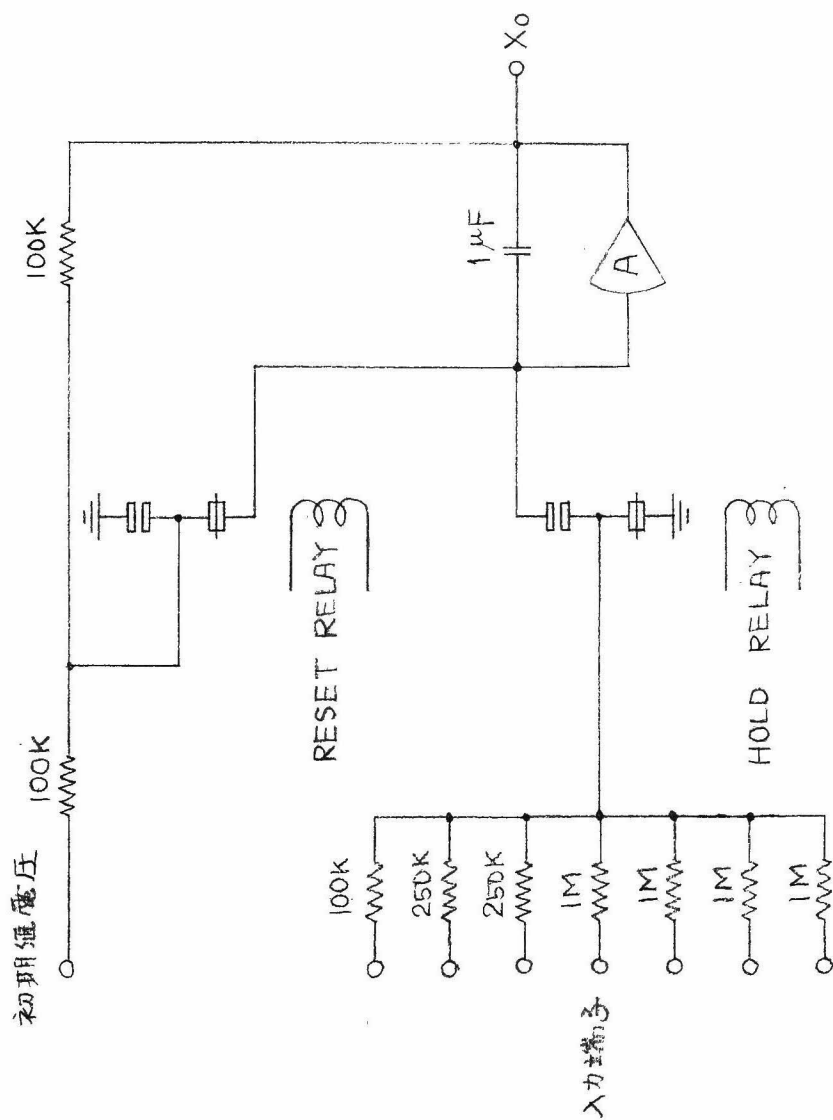
加算器、積分器等に含まれる演算増幅器の平衡点検を行うのに使用するメータで、通常  $mV$  計 (測定範囲  $\pm 100 mV$ )、 $\mu A$  計 (測定範囲  $\pm 100 \mu A$ ) 等が用いられる。なおこのメータによつて演算中の各部の電圧点検等も可能であるように、直列抵抗を適当に切換えて数百ボルトの電圧も測定出来るようにするのが普通である。第 1.47 図は製作した計算機のバランスメータ装置の結線図を示す。同図のものでは  $\pm 100 \mu A$  の電流計を使用し  $100 mV$  から  $200 V$  までの範囲の電圧を測定出来るようにした。

### (b) サイクル・カウンタ

製作したアナログ計算機では正弦波入力のある非線形振動系の問題を取扱ふことが多い。その際、演算を開始した瞬間から数えて外力の 1 サイクル、2 サイクル、---- おきにタイムマークを入れる装置があれば便利である。即ち解の振動波形が外力の一週期おきにもとの位置に帰るようなものであるときは基本調波振動であると判定出来、2 週期おきに帰るものであれば  $1/2$  調波振動と判定出来る。ここに述べるサイクル・カウンタとはこの種の動きをする装置を指す。

第 1.48 図は製作した装置の結線図を示すものである。その原理は正弦波入力をまず高利得の増幅器によつて矩形波に近い波形とし、それを微分してパルス信号に変え計数放電管を動作せしめるものである。同図においてリレー I は前節の演算制御装置によつて動き、リレー II は解指示装置に適当な信号を与えて記録中の解にタイム・マークを入れる動き

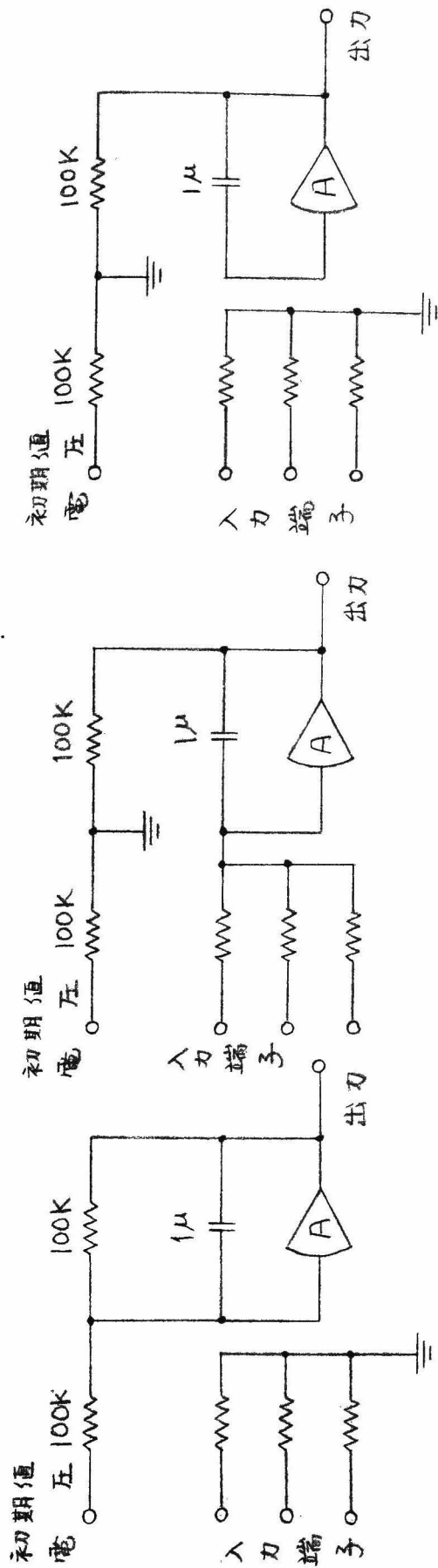




	RESET RELAY	HOLD RELAY
初期値設定	無励石並	無励石並
演算	励石並	励石並
保持	励石並	無励石並

第1.45図 (a) 積分型の演算制御リレー回路





(1)

(2)

(3)

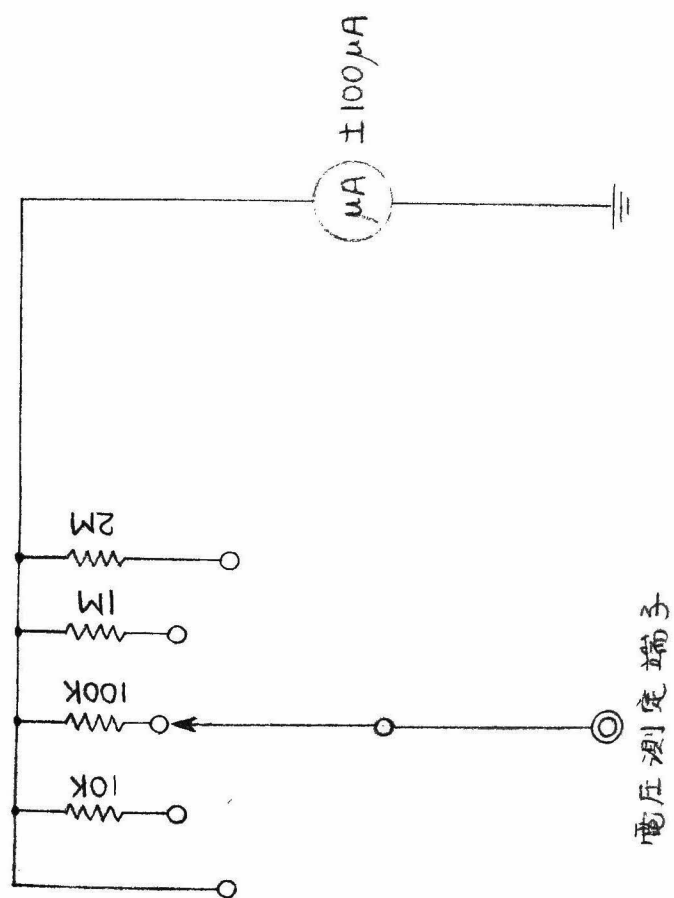
初期値設定		演算		保持	
RESET RELAY	無励磁	励磁	励磁	励磁	励磁
HOLD RELAY	無励磁	励磁	励磁	無励磁	無励磁

第1.45図 (b) リレーの切替によって起る3種の状態





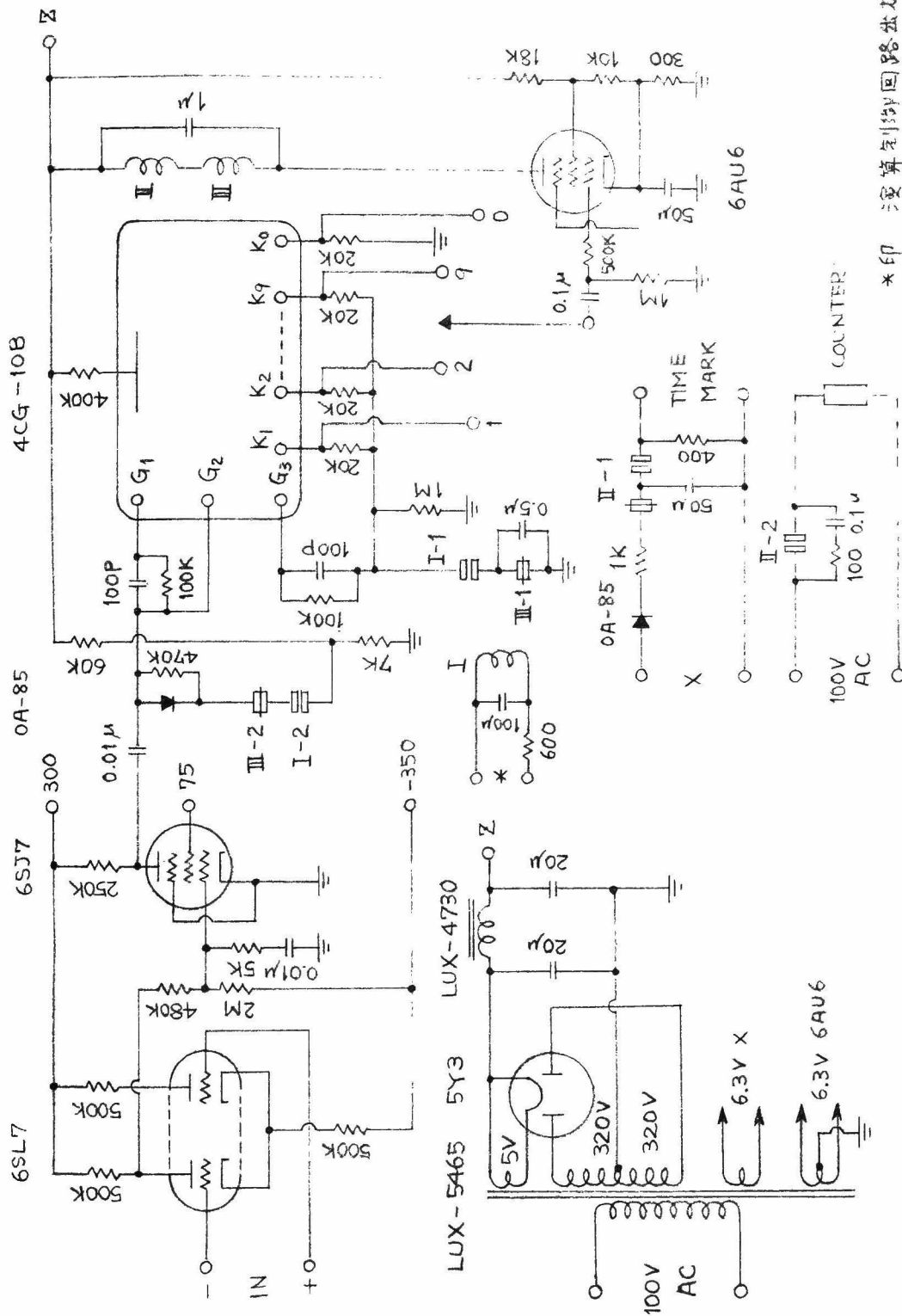




第 1.47 図 バランスメータパネル 結線







\*印 演算を制御回路出力より



を，リレーⅢは本装置の動作が繰返し行われるように計数放電管の放電位置をもとに返す（リセットする）働きをする。なお入力正弦波の何サイクルおきにタイムマークを入れるかは図のロータリースイッチの切替によつて最高 10 まで任意に選ぶことが出来る。

### (c) 正弦波電圧振幅安定装置

製作したアナログ計算機を応用して正弦波入力のある非線形振動系の問題を解析する場合にはその正弦波入力に対応する振動電圧を作り出す発振器としてアナログ計算機の積分器，加算器，ポテンシヨメータを第 1.49 図 (a) のように接続した回路を用いることにしている。同図の回路は微分方程式

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \omega^2 v = 0 \quad (1.19)$$

を計算機の演算時間  $t$  (秒) =  $\tau$  とおいて解く計算機ブロック線図であり，同図に示すように初期値電圧を与えておけば図の 1 の端子には  $100 \sin \omega t$  (ボルト)，2 の端子には  $100 \cos \omega t$  (ボルト) の電圧を得る。この回路を使用した場合の長所は発生される正弦波電圧（或いは余弦波電圧）の周波数がポテンシヨメータの調整によつて連続的に変えられること，および演算中の周波数変動が少いことなどであるが，短所は発生電圧の振幅が時間の経過とともに僅かづつ変化することである。その原因は積分器の積分コンデンサの吸収，漏洩，演算増幅器初段のグリッド電流が積分コンデンサの漏洩と同様の効果を招くことなどいくつかあげられる。

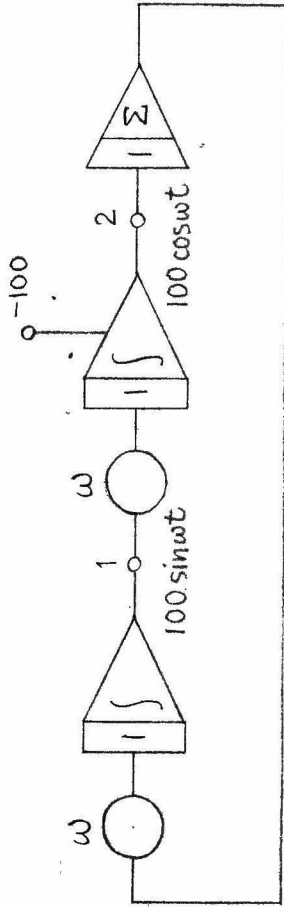
製作したアナログ計算機について演算開始後 600 秒間の変動を実測すると第 1.3 表のようになり，発生する振動電圧の振幅は時間と共に減少する。もし第 1.49 図 (a) の回路に使用した各演算要素が理想的なものであれば発生する電圧の振幅は常に一定である筈であつて，第 1.3 表のように減衰するのは事実上減衰項を含む微分方程式

$$\frac{d^2v}{dt^2} + k \frac{dv}{dt} + \omega^2 v = 0 \quad (1.20)$$

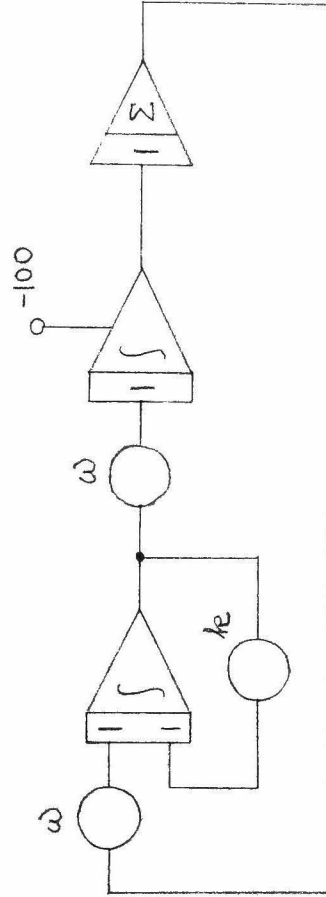
第1.3表 発生する正弦波電圧の振幅変動

発振角周波数	初期振幅	600秒後の振幅	減衰定数 $k$
1 ラジアン/秒	100 ボルト	96.83 ボルト	0.00011
0.9	"	96.35	0.00012
0.8	"	96.54	0.00012
0.5	"	96.76	0.00011
0.3	"	97.73	0.00008
0.2	"	98.23	0.00006

を解いていることになる。(1.20)式を計算機の演算時間  $t$ (秒) =  $\tau$  とおいて解く計算機プロック線図を求めると第1.49図(b)のようになる。一方(1.20)式の解を求めると時間  $\tau$  に関する振幅減衰率は  $e^{-\frac{k}{2}\tau}$  となるので、上述の実測結果から減衰定数  $k$  を逆算することが出来る。第1.3表にこの  $k$  の値を付記した。したがって第1.3表の減衰定数を補償する正帰還を発振回路に附加してやれば長時間にわたって一定な振幅を持つ振動電圧を得ることが出来るが、同表に見られるように、この減衰定数は発振する角周波数によって値が異なり、また実験によれば湿度あるいは気温などにも影響をうけるので一意的に補償を行なうことは困難である。筆者はこの事情を考慮して積極的に振幅変化を補償する方法を考案した。第1.50図はこの目的のために試作した振幅安定化装置の結線図である。この装置の原理を簡単に説明する、入力信号電圧は同図に示した正弦波電圧、余弦波電圧(いずれも初期振幅100ボルト)であつて、正弦波電圧は直流増幅器によつて増幅した後微分回路を通してパルス信号を得る。微分回路に続く真空管は正のパルスが加わった瞬間にのみ通電してリレーIを励磁する。すなわちリレーIが励磁される瞬間は正弦波電圧が負から正に変わる瞬間であつて、このとき余弦波電圧は最大値をとっていることになる。余弦波電圧は常に図のコンパレータ要素によつて標準電圧-100ボルトと比較されており、上述のリレーIが励磁され



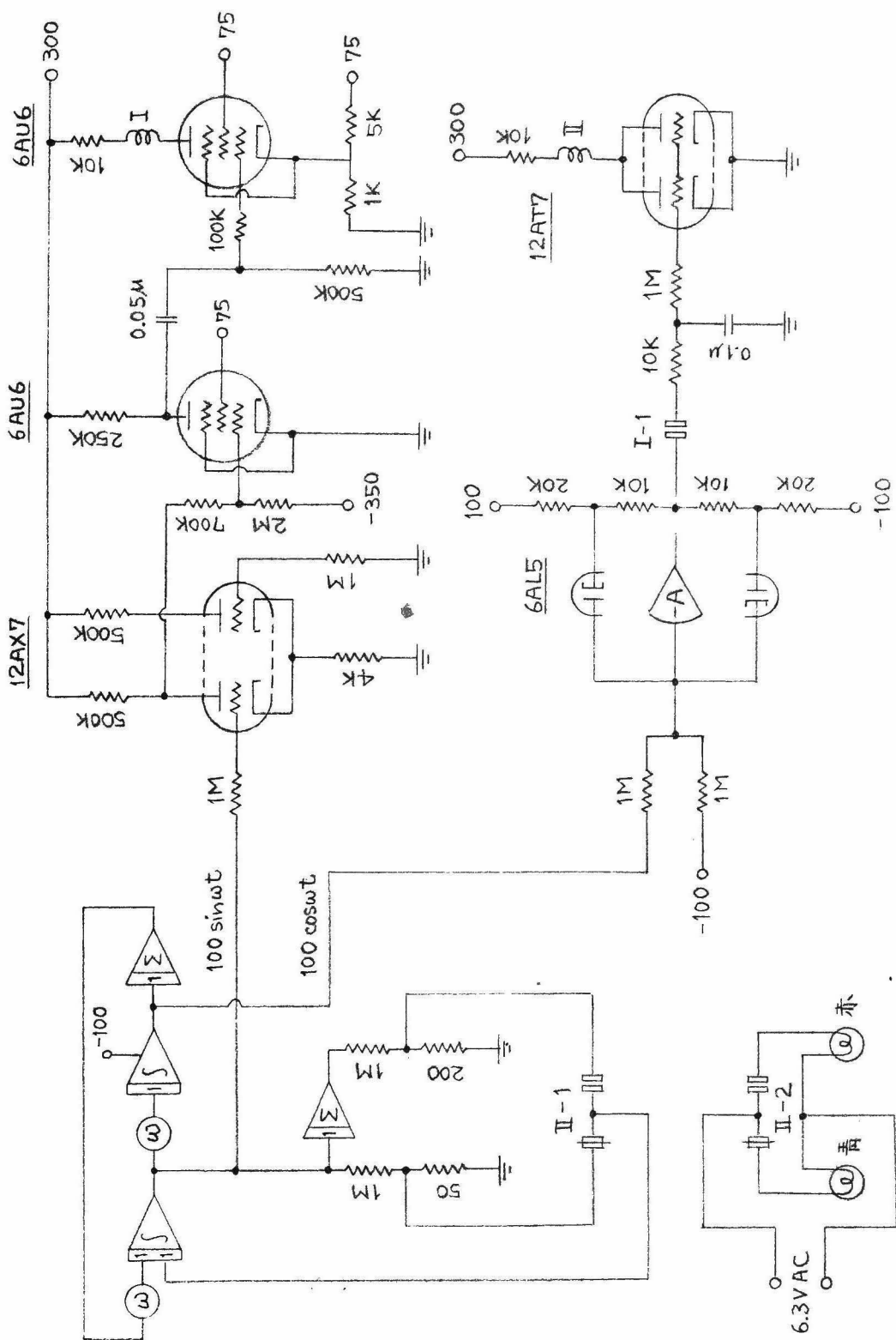
(a) (1.20) 式を解く計算機ブロック線図



(b) (1.21) 式を解く計算機ブロック線図

第1.49図 (1.20), (1.21) 式を解く計算機ブロック線図





第 1.50 图 正弦波电压自动振幅稳定装置





た瞬間だけコンパレータの出力電圧が読み出されて、図の RC 回路 ( $10\text{ k}\Omega$ ,  $0.1\text{ }\mu\text{F}$ ) にホールドしておく。ホールド回路に続く真空管は制御格子の電圧が  $-5$  ボルト以下であればカットオフになり、リレー II の励磁を切るが、 $-5$  ボルトより高いときは通電してリレー II を励磁する。またこのホールド回路の保持能力について実験した結果、入力電圧が  $-10$  ボルト以下であれば (コンパレータの出力電圧は  $\pm 50$  ボルトである) 少なくとも 10 分間はリレー II を無励磁の状態に保持することが確認された。リレー II の動作は図に示すように、正弦波発振回路に適用する帰還回路を切替えて発振電圧の振幅を調整することである。

以上を要するに本装置は正弦波電圧の振幅を 1 サイクル毎に読み取り、これを標準電圧と比較して振幅の自然変化を補償するように働くものである。最後に帰還量の選定について述べると、前述のようにこの発振回路は常に減衰振動を発生しようとするので、これに附加する負帰還の量は小さくてすむが、逆に正帰還の量は自然に減衰するのを補償し更に振幅を増加させなくてはならないので第 1.3 表に示した値の最大のものの約 2 倍にとっている。

本装置を使用した結果、振動の振幅は標準電圧を中心して約  $50\text{ mV}$  程度の増減に抑えられ、略々 1 サイクルおきに正帰還と負帰還とを切替えて動作する。また本装置で正帰還のみをにかけている場合と負帰還のみをにかけている場合とで振幅の増減の程度を比較すると角周波数  $0.5$  (ラジアン/秒) のとき略々バランスレ約  $30\text{ mV/}$  サイクル 程度である。

## 第2章 磁気増幅器式アナログ計算機

### 2.1 緒言

最近自動制御の部門で特に問題となっているのはオンライン計算制御の問題である。例えば或る化学反応を応用したプロセスにおいて反応塔の温度、触媒の濃度、反応速度等を刻々に測定してそのデータを直ちに計算機に入れて計算を行ない、生産物の量を最大にするためには原料の給供量を如何にするべきかを決定し、自動的に原料供給用バルブを調節するような制御方式はオンライン計算制御方式と名づけてよいと考えられる。また航空機の自動操縦なども計算機を機体に積み込んで操縦を行なう場合はオンライン計算制御と考えられる。

これに対して上述の各データを一旦整理し、普通現場から離れた場所にある計算室に送りそのデータに基いて同様の計算を行なった結果を再び現場に送り返して自動的に或いはマニュアルで制御を行なう場合をオフライン計算制御と呼ぶことにする。

上に述べたオンライン計算制御用の計算機としてはアナログ計算機の方が便利である場合が多い。その理由をあげると次のごとくである。

- (1) 計算のプログラムが容易であること。また計算中のパラメータ変更などが比較的容易であること。
- (2) 種々の測定値は電圧または電流などのアナログ量として連続的に取り出すことが出来る。デジタル計算機を使用した場合には結果が数値の形で得られるから、電圧、電流などの信号に変換するためには適当な D-A 変換器が必要である。
- (3) 計算機の計算結果を利用して自動的にバルブの調節あるいは操縦桿の制御を行なう場合、アナログ計算機の出力は電圧の形で取り出されるからこれを直ちに利用出来る。
- (4) アナログ計算機の方が全体としての計算時間が短い場合が多いこと。

上述の理由でオンライン計算制御用の計算機にはアナログ計算機が使用されることが多いが、この種の計算機に要求される条件は他の研究用計算機に比べて相当きびしくなり、その中でも特に重要なものを挙げると次のごとくである。

- (1) 各演算要素の寿命が極めて長いこと。
- (2) 外界の条件変化例えば気温、湿度、太陽の直射による温度上昇、振動等に対して充分強いこと。
- (3) ドリフト電圧が小さく、長時間にわたって無調整で動作させられること。
- (4) 演算増幅器の数が極めて多くなる可能性があるので各増幅器の消費電力が小さくまた小型、軽量であることが望ましい。

以上述べた諸条件を満足する演算増幅器として有力であるのは磁気増幅器式演算増幅器である。磁気増幅器を使用すればその構成部品はわずかに鉄心、巻線用銅線および整流器の三種であつて寿命は極めて長く、また小型、軽量である。

更に実験によれば温度特性は良好で、常温から  $60 \sim 70^{\circ}\text{C}$  程度まで特性の変化はない。また湿度に対しても強い。ドリフトに関しては二つの磁気増幅器リアクトルをプッシュアップルに接続することにより著しくドリフトを軽減することが出来る。このような長所があるため最近オンライン計算制御用の演算要素として磁気増幅器式演算増幅器が脚光を浴びて来た。

磁気増幅器をアナログ計算機要素として使用する場合、電流相似形（電流値と変数の値とを対応させるもの）として使用するか、電圧相似形（電圧と変数値とを対応させるもの——例えば電子管式アナログ計算機）として使用するかの二つの方式が考えられる。前者を採用すれば、磁気増幅器本来の電流動作を応用することになる点で設計が比較的容易であると言う利点があるが、従来電圧相似形アナログ計算機について得られている技術をそのまま応用することが出来ないこと、磁気増幅器の電流容量を大きくとらなくてはならないため、一台当りの消費電力が大き

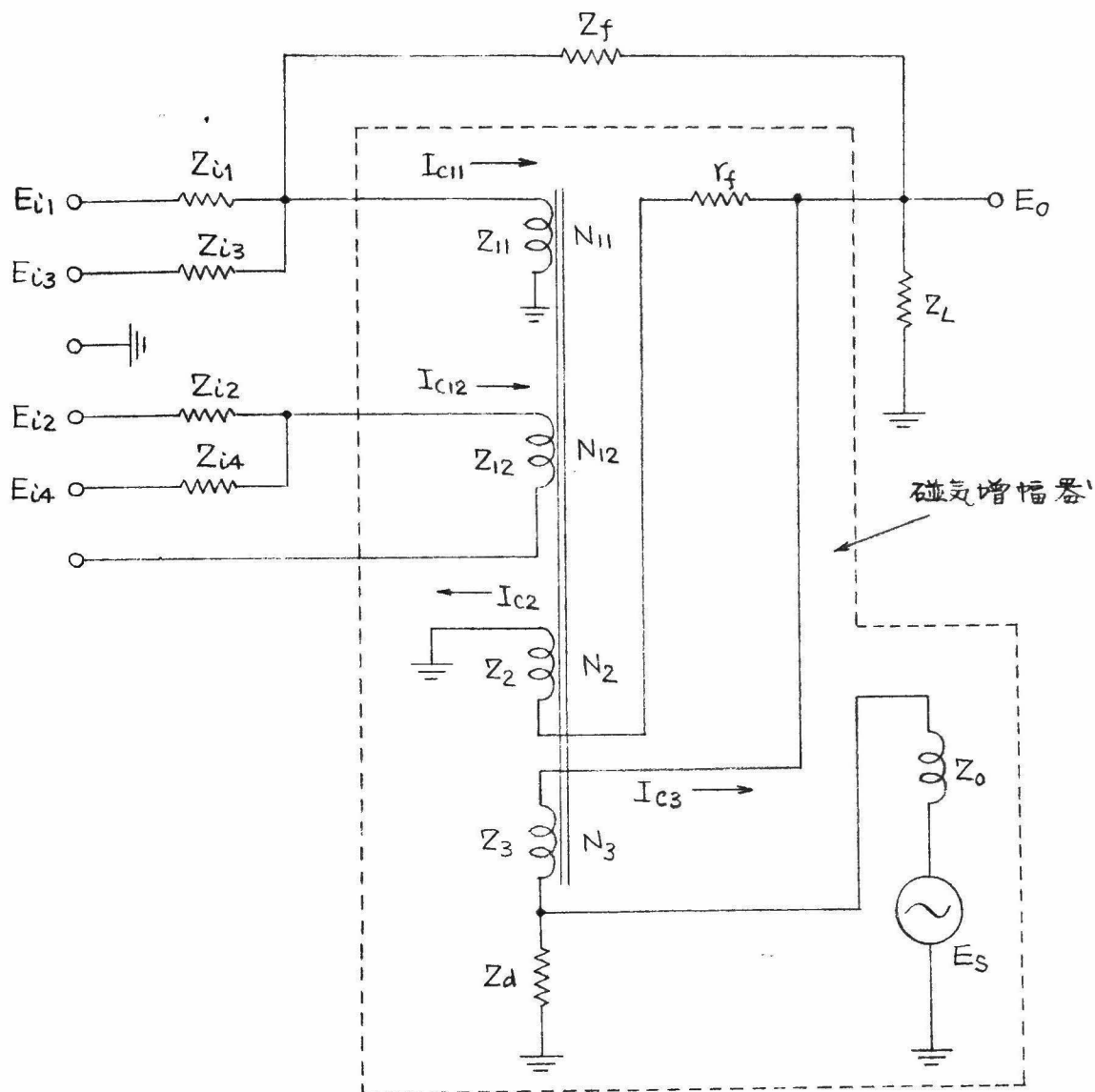
なることなどの不利がある。これに対し後者を採用すれば従来の技術を直ちに応用することが可能であり、消費電力も少なくすむ。筆者はこのような観点から電圧相似形磁気増幅器式アナログ演算器（特に演算増幅器および加算器）について研究を行なった。

磁気増幅器式演算増幅器は上述のように種々の長所を備えている一方、他の真空管式あるいはトランジスタ式の増幅器に比較して周波数特性が悪いと云う短所をもっている。例えば 50 サイクル/秒の交流電源を使用した磁気増幅器式演算増幅器を入力抵抗 100 k $\Omega$ 、帰還抵抗 100 k $\Omega$  の加算器（係数 1）として使用した場合の周波数特性は 12 サイクル/秒で -3 db 程度である。この短所を改善する方法は後述するようになんとか考えられるが、最も有効な方法は電源周波数を上げることである。筆者はこの観点から電源周波数を 5 Kc/秒とした磁気増幅器式演算増幅器の試作研究を行なうとともに磁気増幅器式アナログ演算要素に関する演算誤差の一般式を誘導し、演算誤差を少なくするためには磁気増幅器リアクトルをどのように設計すればよいかについて理論的ならびに実験的に検討した。<sup>(7), (8)</sup> 本章ではその結果について報告する。なお本章の研究は株式会社日立製作所中央研究所において行なったものである。

## 2.2 磁気増幅器式加算器の入力・出力関係式

第 2.1 図は研究の対象とした磁気増幅器式加算器のブロック線図を示したものである。図において  $N_{11}$  および  $N_{12}$  の 2 つの入力巻線の巻数を表わし、 $N_2$  および  $N_3$  は磁気増幅器の利得を上げるための正帰還巻線の巻数を表わす。同図の回路の特徴は磁気増幅器の入力巻線を 2 回路設けている点であって、入力電圧  $E_{i2}$ ,  $E_{i4}$  を絶縁された独立の入力巻線 ( $N_{12}$ ) に加えることが出来るので、大地から絶縁された入力電圧に対しても  $E_{i1}$ ,  $E_{i2}$  に対すると同様に演算することが可能となる。

また上述のように 2 回路の入力巻線を設けておけばこれらの入力巻線の接続を適宜切替えることにより、第 2.2 図 (a), (b), (c) に示すように



$E_{11} \sim E_{14}$  : 入力電圧

$Z_{i1} \sim Z_{i4}$  : 入力演算インピーダンス

$Z_f$  : 帰還演算インピーダンス

$E_0$  : 出力電圧

$R_L$  : 負荷抵抗

$Z_{11}, Z_{12}$  : 入力巻線インピーダンス

$Z_2, Z_3$  : 帰還巻線インピーダンス

$N_{11}, N_{12}, N_2, N_3$  : 各巻線巻数

$r_f$  : 正帰還抵抗

$E_s$  : 電源電圧

$Z_d$  : 死負荷インピーダンス

第 2.1 図 磁気増幅器式加算器のブロック線図



いくつかの種類の加算器回路を構成することが出来る。それぞれの接続法について簡単に説明すると次のごとくである。

(a) 図は2つの入力巻線を直列に接続して使用する場合を示し、加算器としては最も簡単な接続法である。以下の考察ではこの型の加算器を便宜上標準形加算器と呼ぶことにする。

(b) 図は絶縁された入力巻線を使用して演算を行なうことが出来るように接続した場合を示す。以下の考察ではこの型の加算器を便宜上入力絶縁形加算器と呼ぶことにする。

(c) 図は2つの入力巻線を使用することにより1台の加算器で同符号の入力電圧の引算が行なえるように接続した場合を示す。以下の考察ではこの型の加算器を便宜上2入力巻線形加算器と呼ぶことにする。

第2.1図と第2.2図とを比較すると、第2.2図に示した3つの場合はいずれも第2.1図の回路の変形と見る事が出来るので、まず第2.1図の回路の伝達関数を求め、その結果を応用して第2.2図の各種の場合に対応する演算誤差について考察を行なう。なお以下の考察では簡単のため2つの入力巻線の巻数が等しい場合 ( $N_{11}=N_{12}$  の場合) を考えることにする。第2.1図のブロック線図より次の回路方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned}
 I_{C11} &= \frac{E_{i1} - I_{C11} Z_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{E_{i3} - I_{C11} Z_{i1}}{Z_{i3}} + \frac{E_o - I_{C11} Z_{i1}}{Z_f} \\
 I_{C12} &= \frac{E_{i2} - I_{C12} Z_{i2}}{Z_{i2}} + \frac{E_{i4} - I_{C12} Z_{i2}}{Z_{i4}} \\
 I_{C2} &= \frac{E_o}{r_f + Z_2} \\
 I_{C3} + \frac{I_{C3}(Z_3 + Z_L')}{Z_d} &= \frac{(E_s - E_R) - I_{C3}(Z_3 + Z_L')}{Z_o} \\
 E_R &= R_A (I_{C11} N_{11} + I_{C12} N_{12} - I_{C2} N_2 - I_{C3} N_3) \\
 E_o &= I_{C3} Z_L' \\
 \text{但し } Z_L' &\cong \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_2 + r_f} + \frac{1}{Z_f}}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

ここに  $R_A$  は鉄心の利得を表わす係数であつて、その物理的意味は磁気増幅器の制御巻線（入力巻線、正帰還巻線の総称）1 ターンに1 アンペアの電流を流した場合、それによつて磁気増幅器の出力巻線（交流巻線）に発生する電圧（ボルト）を表わす。すなわち  $R_A$  は ボルト/アンペアターンで表わされインピーダンス（オーム）の次元を持つ。この意味で本章では  $R_A$  のことを鉄心の伝達インピーダンスと呼ぶことにする。なお  $R_A$  は鉄心の材質、形状、大きさ、出力巻線の巻数、使用する電源周波数等によつて決定されるものであつて、鉄心の材質、形状、電源周波数が与えられている場合にはほぼ次の関係が成立する。<sup>(8)</sup>

(1) 鉄心の磁路長に反比例する。

(2) 出力巻線の巻数に比例する。

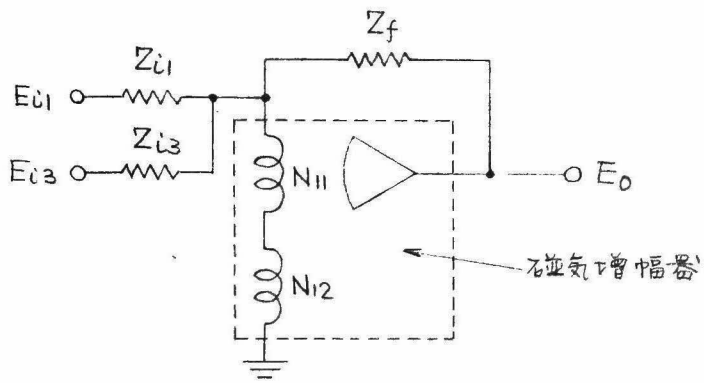
磁気増幅器リアクトルをプッシュプルに接続している場合には電源電圧  $E_S$  の効果は相殺されるので、(2.1) 式に  $E_S=0$  を代入して整理すれば

$$\left. \begin{aligned} I_{C11} \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_{i3}} + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right) &= \frac{E_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{E_{i3}}{Z_{i3}} + \frac{E_0}{Z_f} \\ I_{C12} \left( 1 + \frac{Z_{12}}{Z_{i2}} + \frac{Z_{12}}{Z_{i4}} \right) &= \frac{E_{i2}}{Z_{i2}} + \frac{E_{i4}}{Z_{i4}} \\ I_{C3} \left\{ 1 + \frac{(Z_3 + Z'_L)}{Z_d} + \frac{(Z_3 + Z'_L)}{Z_0} \right\} &= -\frac{E_R}{Z_0} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

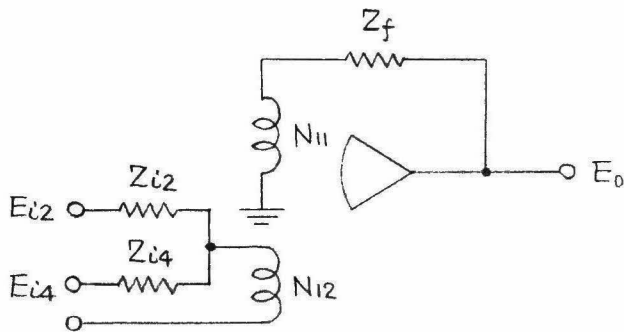
を得る。(2.1), (2.2) 両式より求める入力・出力関係式は次式で与えられる。

$$E_0 = - \frac{\left( \frac{E_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{E_{i3}}{Z_{i3}} \right) Z_f + \frac{N_{12}}{N_{11}} B Z_f \left\{ \frac{E_{i2}}{Z_{i2} \left( 1 + \frac{Z_{12}}{Z_{i2}} + \frac{Z_{12}}{Z_{i4}} \right)} + \frac{E_{i4}}{Z_{i4} \left( 1 + \frac{Z_{12}}{Z_{i2}} + \frac{Z_{12}}{Z_{i4}} \right)} \right\}}{1 + \frac{Z_f}{N_{11} R_A} B \left\{ A - R_A \left( \frac{N_2}{r_f + Z_2} + \frac{N_3}{Z'_L} \right) \right\}} \quad (2.3) \quad \left. \begin{aligned} &\text{但し} \\ &A = \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_d} \right) + \frac{Z_0 + Z_3 \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_d} \right)}{Z'_L} \end{aligned} \right\}$$

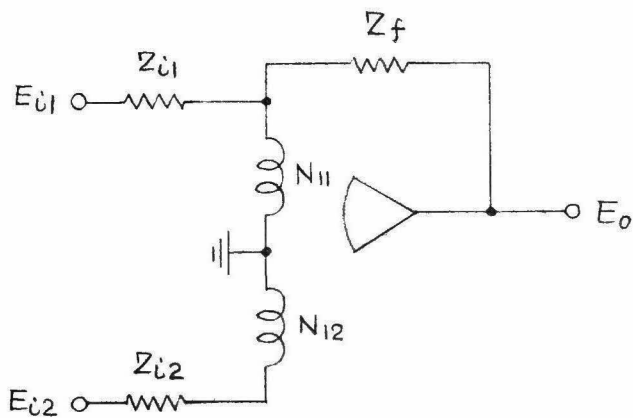




(a) 標準形加算器



(b) 入力絶縁形加算器



(c) 2入力巻線形加算器

第 2.2 図 磁気増幅器式加算器の結線法



$$B = 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_{i3}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}$$

(2.3) 式において、もし次の完全補償条件

$$\left(1 + \frac{Z_0}{Z_d}\right) + \frac{1}{Z'_L} \left\{ Z_0 + Z_3 \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d}\right) \right\} = R_A \left( \frac{N_2}{r_f + Z_2} + \frac{N_3}{Z'_L} \right) \quad (2.4)$$

が成立すれば伝達関数の分母は1となり

$$E_0 = - \left( \frac{E_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{E_{i3}}{Z_{i3}} \right) Z_f - \frac{N_{12}}{N_{11}} B Z_f \left\{ \frac{E_{i2}}{Z_{i2} \left(1 + \frac{Z_{12}}{Z_{i2}} + \frac{Z_{12}}{Z_{i4}}\right)} + \frac{E_{i4}}{Z_{i4} \left(1 + \frac{Z_{12}}{Z_{i2}} + \frac{Z_{12}}{Z_{i4}}\right)} \right\}$$

となる。さらに  $B \cong 1$ ,  $\frac{Z_{12}}{Z_{i2}} \cong 0$ ,  $\frac{Z_{12}}{Z_{i4}} \cong 0$ ,  $\frac{N_{12}}{N_{11}} = 1$  が成立すれば

$$E_0 = - \left( \frac{E_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{E_{i3}}{Z_{i3}} \right) Z_f - \left( \frac{E_{i2}}{Z_{i2}} + \frac{E_{i4}}{Z_{i4}} \right) Z_f \quad (2.5)$$

となつて理想的な演算が可能になるが、実際には上に述べた諸条件は完全には満足されないので演算誤差の原因になる。

## 2.3 入力巻線のインピーダンス

第2.1図のブロック線図に示した2つの入力巻線のインピーダンス  $Z_{11}$  および  $Z_{12}$  を使用鉄心の大きさ、電源周波数、巻線の占積率をパラメータとして求める。使用する鉄心の体積、形状が与えられたとして、これに交流巻線  $N_G$ 、バイアス巻線  $N_B$ 、正帰還巻線  $N_F$  を施し、残りの部分に入力巻線を2回路設ける場合を考察する。ここに述べたバイアス巻線とは2つの磁気増幅器の単体をプッシュプルに接続したとき、個々の単体の動作のばらつきによつて一般に零点がずれるので、これを補償するための巻線である。第2.3図にプッシュプル磁気増幅器を用いた演算増幅器の結線図を示す。但し同図では入力巻線を1回路だけ設けた場合を例にとつた。図の  $N_B$  が上述のバイアス巻線であつて、この巻線を流れる電流を可変抵抗器  $VR_1$  によつて調整することにより演算増幅器の零点調整を行なう。

さて、考察を簡単にするために2つの入力巻線の巻数  $N_{11}$ ,  $N_{12}$  は等しいとする。巻線の占積率を  $\beta$  とし、入力巻線を巻くべき窓面積を  $A_s (mm^2)$  とすれば、巻線1本の断面積は  $N_{11} = N_{12}$  であることを考慮して  $\frac{\beta A_s}{2N_{11}} (mm^2)$  となり、1ターン当りの直流抵抗  $r_l (\Omega)$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} r_l &= k_l l \frac{2N_{11}}{\beta A_s} \\ \text{但し } k_l &: \text{銅線の固有抵抗 } (\Omega mm^2/cm) \\ l &: \text{巻線1ターン当りの平均長}(cm) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

$$\text{今} \quad K = \frac{2k_l l}{\beta A_s} \quad (2.7)$$

とおけば、 $K$  は鉄心の大きさ、巻線の占積率、入力巻線以外の巻線特に交流巻線の占める面積によってきまる常数となり、(2.6)式は

$$r_l = K N_{11} \quad (2.8)$$

と書きかえられる。個々の磁気増幅器リアクトルの  $K$  の値はそのリアクトルの巻線仕様から簡単に計算することが出来る。例えば、入力巻線に使用する銅線の断面積を  $S (mm^2)$  とすると、この銅線を合計  $2N_{11}$  ターン巻くことになるから  $\beta A_s = 2N_{11} S$  となる。一方、巻線1ターン当りの平均長は巻上り寸法の図から図式的に求めることが出来るので  $K$  の値は直ちに計算できる。

上の考察は入力巻線を巻くべき窓面積  $A_s$  が与えられたとして  $K$  の値を計算する方法を述べたものであるが、前述のように  $A_s$  は鉄心の窓面積から巻上りの中央空孔の面積、バイアス巻線の占める面積、正帰還巻線の占める面積、交流巻線の占める面積を差引いたものである。簡単のため鉄心の窓面積から中央空孔、バイアス巻線、正帰還巻線の占める面積をあらかじめ引いた面積を  $a (mm^2)$  とすれば、交流巻線によって占められる面積は電源電圧が一定である場合には電源周波数  $f$  に逆比例するので、<sup>\*</sup>

$$A_s = a - \frac{b}{f} \quad (2.9)$$





と表わすことが出来る。(2.7), (2.9) 両式より

$$K = \frac{2kl}{\beta \left( a - \frac{b}{f} \right)} \quad (2.10)$$

が得られる。(2.10)式は電源周波数と $K$ との関係を示すものである。ここに比例定数 $b$ はリアクトルの巻線仕様から交流巻線の占める面積を求めることにより個々のリアクトルについて直ちに計算することが出来る。以上の考察により、巻数 $N_{II}$ の入力巻線の全抵抗 $r_{N_{II}}$ は次式で与えられる。

$$r_{N_{II}} = r_1 N_{II} = K N_{II}^2 = \frac{2kl}{\beta As} N_{II}^2 = \frac{2kl}{\beta \left( a - \frac{b}{f} \right)} N_{II}^2 \quad (2.11)$$

次に入力巻線のリアクタンス分について考察する。磁気増幅器リアクトルの入力巻線のインダクタンスは鉄心の材質、形状、渦電流特性および電源周波数によってきまるものである。第2.2図に示した回路による磁気増幅器の時定数は一般に用いられている関係から<sup>(10)</sup>次式で与えられる。但し簡単のため入力巻線は1回路のみの場合を考え、交流巻数以外の巻線(正帰還巻線、バイアス巻線)の影響は巻数が少ないので無視して考える。

$$T = \frac{1}{2f} \frac{N}{N_G} |G_E| \quad (\text{MKS 単位}) \quad \left. \vphantom{\frac{1}{2f} \frac{N}{N_G} |G_E|} \right\} (2.12)$$

但し  $f$  : 電源周波数,  $N$  : 入力巻線巻数,  
 $N_G$  : 交流巻線巻数,  $G_E$  : 磁気増幅器の電圧利得

一方、実験によれば、磁気増幅器の電圧利得は交流巻線巻数 $N_G$ , 入力巻線巻数 $N$ , 鉄心の有効断面積 $S$ に比例し、入力抵抗 $R_i$ , 鉄心の平

\* 電源電圧を $V_{ac}$ (ボルト), 鉄心の有効断面積を $S(\text{cm}^2)$ , 鉄心の飽和磁束密度を $B_m(\text{gauss}/\text{cm}^2)$ , 電源周波数を $f$ , 交流巻線の巻数を $N_G$ とすれば

$$V_{ac} = 4.44 f S B_m N_G \times 10^{-8}$$

均磁路長  $\ell$ , 鉄心の渦電流定数  $\Delta H_1^*$  に逆比例する。<sup>(11)</sup> 即ち

$$|G_E| = \frac{1}{R_i} \frac{Ng}{\Delta H_1} \frac{S}{\ell} N \quad (\text{MKS 単位}) \quad (2.13)$$

と表わすことが出来る。さらに, フォツシユプル接続によつて時定数が2倍になること<sup>\*\*</sup>を考慮に入れると求める時定数は次式で表わされる。

$$T = \frac{1}{f} \frac{1}{\Delta H_1} \frac{1}{R_i} \frac{S}{\ell} N^2 \quad (\text{MKS 単位}) \quad (2.14)$$

入力巻線のインダクタンス  $L_N$  は (2.14) 式の時定数に入力抵抗  $R_i$  を乗ずることによつて得られるから

$$L_N = \frac{1}{f} \frac{1}{\Delta H_1} \frac{S}{\ell} N^2 \quad (\text{ヘンリー}) \quad (2.15)$$

と表わされる。(2.15) 式の結果は入力巻線が巻数  $N$  のもの1回路しかないとして考察した結果であるが, 同じ巻数  $N_{11}$  の入力巻線が2回路あるときには, 2つの入力巻線を直列に接続した場合のインダクタンスが (2.15) 式で表わされると考えてよい。従つて巻数  $N_{11}$  の入力巻線1個あたりのインダクタンス  $L_{N11}$  は

$$L_{N11} = \frac{1}{4f} \frac{1}{\Delta H_1} \frac{S}{\ell} N_{11}^2 \quad (\text{ヘンリー}) \quad (2.16)$$

\* 鉄心のヒステリシス曲線は直流によつて測定した場合と交流によつて測定した場合とでその形が異なる。すなわち, 測定に使用する交流の周波数をあげて行くと, ヒステリシス曲線のループがふくらんで見かけの抗磁力  $H_c$  が増加して来る。この  $H_c$  の増加を磁束密度の変化速度で割つた値を  $\Delta H_1$  とする。例えばセンパ-マクスを用いたトロイダルコアの直流における  $H_c$  を  $H_{c0}$ , 50 サイクル/秒の交流で測定した  $H_c$  を  $H_{c1}$  とする。センパ-マクスコアの折点磁束密度は約  $0.5 \text{ Wb/m}^2$  であるので, 50 サイクル/秒の交流を加えた場合には  $\frac{dB}{dt} = 1 \text{ Wb/m}^2 / 10^{-2} \text{ 秒}$  となり,  $\Delta H_1 = (H_{c1} - H_{c0}) / \frac{dB}{dt} = 10^2 (H_{c1} - H_{c0})$  (MKS 単位) となる。

\*\* 入力巻線が2個直列に接続されていることに起因すると考えられる。これは実験的にも確かめられる。



で表わされる。

$$L = \frac{1}{4f} \frac{1}{\Delta H_1} \frac{S}{\ell} \quad (\text{ヘンリー}) \quad (2.17)$$

とおけば

$$L_{N_{II}} = L N_{II}^2 \quad (\text{ヘンリー}) \quad (2.18)$$

となる。(2.17), (2.18)両式より巻数  $N_{II}$  の入力巻数のインピーダンス  $Z_{N_{II}}$  は次式で与えられる。

$$Z_{N_{II}} = (R + pL) N_{II}^2, \quad p = j\omega \quad (2.19)$$

磁気増幅器式演算増幅器では(2.19)式に求めたインピーダンスをもつ入力巻線を単体接続の場合には2個、プッシュプル接続の場合には4個直列に接続して1組の入力巻線とするので、実際のインピーダンスは、(2.19)式の値の2倍または4倍となる。さらに1つの鉄心に2回路の入力巻線を施す場合、内側の巻線と外側の巻線とでは巻数は等しくても巻線抵抗が異なる。その比を $\alpha$ で表わし、インダクタンスの変化は小さいとして無視すると、求むる入力巻線のインピーダンスは次式で与えられる。但し  $Z_{II}$  の巻線の方が内側にあるとする。実際のデータによれば $\alpha$ の値は約0.9程度である。

$$\left. \begin{aligned} Z_{II} &= 2\gamma(\alpha R + pL) N_{II}^2 \\ Z_{I2} &= 2\gamma(R + pL) N_{II}^2 \\ \text{但し } \gamma &= 1 : \text{単体接続の場合} \\ \gamma &= 2 : \text{プッシュプル接続の場合} \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

## 2.4 演算誤差の一般式

### (a) 演算誤差の一般式

(2.3)式に求めた磁気増幅器式加算器の入力・出力関係式を利用して演算誤差の一般式を誘導する。演算誤差の原因となる要素をあげると次のごとくである。以下の考察では特に断らない限り相対誤差を取り扱う。

(1) 入力・出力関係式の分母を1とおいたために生ずる誤差。これを

$K_0$  で表わす。

(2) 伝達インピーダンス  $R_A$  がはじめの調整点からずれることによって生ずる誤差。これを  $K_1 \frac{dR_A}{R_A}$  で表わす。

(3) 正帰還インピーダンス  $r_f$  が変化したことによる誤差。これを  $K_2 \frac{dr_f}{r_f}$  で表わす。

(4) 死負荷インピーダンス  $Z_d$  が変化したことによる誤差。これを  $K_3 \frac{dZ_d}{Z_d}$  で表わす。

以上の誤差の要因を考慮すると演算器の出力電圧  $E_o$ 、正しい演算結果を  $[E_o]$  として次の関係が成立する。

$$E_o = [E_o] \left( 1 + K_0 + K_1 \frac{dR_A}{R_A} + K_2 \frac{dr_f}{r_f} + K_3 \frac{dZ_d}{Z_d} \right) \quad (2.21)$$

簡単のために以下の考察では  $\frac{dr_f}{r_f} \cong 0$ ,  $\frac{dZ_d}{Z_d} \cong 0$  とおくとすれば (2.21) 式は

$$E_o = [E_o] \left( 1 + K_0 + K_1 \frac{dR_A}{R_A} \right) \quad (2.22)$$

となる。(2.22) 式より相対誤差  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = \frac{dE_o}{[E_o]} = K_0 + K_1 \frac{dR_A}{R_A} \quad (2.23)$$

で与えられる。

簡単のため第 2.1 図および第 2.2 図において  $Z_{i3} = Z_{i4} = \infty$  である場合を考え、第 2.2 図に示した各種の加算器に対応する  $K_0$  を求めると (2.23) 式より次の結果が得られる。

(1) 標準形加算器の場合 (第 2.2 図 (a))

この場合は  $E_{i2} = 0$  であって

$$K_0 = - \left( \frac{Z_f}{Z_{i1}} \right) + \left( \frac{Z_f}{Z_{i1}} \right) / \left( - \frac{Z_f}{Z_{i1}} \right) = 0 \quad (2.24)$$

(2) 入力絶縁形加算器の場合 (第 2.2 図 (b))

この場合は  $Z_{i1} = \infty$  であって

$$K_0 = -Z_f \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \frac{1}{Z_{i2} + Z_{12}} + \left(\frac{Z_f}{Z_{i2}}\right) \left/ \left(-\frac{Z_f}{Z_{i2}}\right) \right. \quad (2.25)$$

(3) 2入力巻線形加算器の場合 (第2.2図(C))

$E_{i2} = -k_1 E_{i1} \neq 0$  において  $K_0$  を求めると

$$\begin{aligned} K_0 &= \left\{ -Z_f \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \frac{E_{i2}}{Z_{i2} + Z_{12}} + \left(\frac{Z_f}{Z_{i2}}\right) E_{i2} \right\} \left/ \left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} E_{i1} - \frac{Z_f}{Z_{i2}} E_{i2} \right\} \right. \\ &= \left\{ Z_f \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \frac{k_1}{Z_{i2} + Z_{12}} - \left(\frac{Z_f}{Z_{i2}}\right) k_1 \right\} \left/ \left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} + \frac{Z_f}{Z_{i2}} k_1 \right\} \right. \end{aligned} \quad (2.26)$$

次に上の各場合について  $K_1 \frac{dR_A}{R_A}$  を求める。(2.3)式の関係を  $R_A$  について微分して出力電圧の変分  $dE_{o1}$  を求めると次式が得られる。但し  $Z_3$  の巻線の巻数は非常に小さいので無視する。

$$\begin{aligned} dE_{o1} &= - \frac{1}{\left[ 1 + \frac{Z_f}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \left\{ \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) - R_A \left(\frac{N_2}{r_f + Z_2} + \frac{N_3}{Z'_L}\right) \right\} \right]^2} \\ &\times \left[ \frac{Z_f}{Z_{i1}} E_{i1} \frac{Z_f}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) \frac{dR_A}{R_A} \right. \\ &\quad \left. + Z_f^2 \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right)^2 \frac{E_{i2}}{Z_{i2} + Z_{12}} \frac{1}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) \frac{dR_A}{R_A} \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

磁気増幅器式演算器はまず直流入力に対して誤差が最小になるように調整されるので、そのときほぼ完全補償条件(2.4)が成立すると考え、分母を1とおいて

$$\begin{aligned} dE_{o1} &= - \frac{Z_f}{Z_{i1}} E_{i1} \frac{Z_f}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) \frac{dR_A}{R_A} \\ &\quad - Z_f^2 \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right)^2 \frac{E_{i2}}{Z_{i2} + Z_{12}} \frac{1}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) \frac{dR_A}{R_A} \end{aligned} \quad (2.28)$$

と書くことが出来る。(2.28)式より前述の各使用法に対応した  $K_1 \frac{dR_A}{R_A}$  を求めると次式のようなになる。

(1) 標準形加算器の場合

$$\begin{aligned} K_1 \frac{dR_A}{R_A} &= \left\{ - \frac{Z_f}{Z_{i1}} E_{i1} \frac{Z_f}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) \frac{dR_A}{R_A} \right\} \left/ \left(-\frac{Z_f}{Z_{i1}}\right) E_{i1} \right. \\ &= \frac{Z_f}{N_{11} R_A} \left(1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f}\right) \left(1 + \frac{Z_0}{Z_d} + \frac{Z_0}{Z'_L}\right) \frac{dR_A}{R_A} \end{aligned} \quad (2.29)$$

(2) 入力絶縁形加算器の場合

$$\begin{aligned} K_I \frac{dR_A}{R_A} &= \left\{ -Z_f^2 \left( 1 + \frac{Z_{i1}}{Z_f} \right)^2 \frac{E_{i2}}{Z_{i2} + Z_{i2}} \frac{1}{N_{i1} R_A} \left( 1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \right) \frac{dR_A}{R_A} \right\} / \left( -\frac{Z_f}{Z_{i2}} \right) E_{i2} \\ &= Z_{i2} Z_f \left( 1 + \frac{Z_{i1}}{Z_f} \right)^2 \frac{1}{Z_{i2} + Z_{i2}} \frac{1}{N_{i1} R_A} \left( 1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \right) \frac{dR_A}{R_A} \end{aligned} \quad (2.30)$$

(3) 2入力巻線形加算器の場合

$$\begin{aligned} K_I \frac{dR_A}{R_A} &= \left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} E_{i1} \frac{Z_f}{N_{i1} R_A} \left( 1 + \frac{Z_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{i1}}{Z_f} \right) \left( 1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \right) \frac{dR_A}{R_A} \right. \\ &\quad \left. - Z_f^2 \left( 1 + \frac{Z_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{i1}}{Z_f} \right)^2 \frac{E_{i2}}{Z_{i2} + Z_{i2}} \frac{1}{N_{i1} R_A} \left( 1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \right) \frac{dR_A}{R_A} \right\} / \left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} E_{i1} - \frac{Z_f}{Z_{i2}} E_{i2} \right\} \\ &= \left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} \frac{Z_f}{N_{i1} R_A} \left( 1 + \frac{Z_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{i1}}{Z_f} \right) \left( 1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \right) \frac{dR_A}{R_A} \right. \\ &\quad \left. + Z_f^2 \left( 1 + \frac{Z_{i1}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{i1}}{Z_f} \right)^2 \frac{k_1}{Z_{i2} + Z_{i2}} \frac{1}{N_{i1} R_A} \left( 1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \right) \frac{dR_A}{R_A} \right\} / \left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} + \frac{Z_f}{Z_{i2}} k_1 \right\} \end{aligned} \quad (2.31)$$

上の各式において  $1 + \frac{Z_o}{Z_d} \gg \frac{Z_o}{Z'_L}$  であるので近似的に

$$1 + \frac{Z_o}{Z_d} + \frac{Z_o}{Z'_L} \cong 1 + \frac{r_o}{r_d} \quad (2.32)$$

と表わすことが出来る。<sup>(12)</sup>ここに  $r_o$ ,  $r_d$  はそれぞれ  $Z_o$ ,  $Z_d$  の抵抗分を示す。さらに周知の如く磁気増幅器の動作には電源周期の半サイクル分に相当するむだ時間がある。<sup>(13)</sup>この遅れ動作を考慮に入れて伝達インピーダンス  $R_A$  にむだ時間を含ませると

$$R_A = R_{A0} e^{-p\tau} \cong R_{A0} (1 - p\tau) \quad (2.33)$$

となり,  $R_A$  を  $R_{A0}$  および  $p\tau$  の関数として  $\frac{dR_A}{R_A}$  を求めると

$$\frac{dR_A}{R_A} = \frac{1}{R_{A0} e^{-p\tau}} \left( dR_{A0} e^{-p\tau} - R_{A0} e^{-p\tau} d(p\tau) \right)$$

と表わすことが出来る。ここに  $p\tau$  ははじめの考察で常数と考えていた伝達インピーダンスにむだ時間を導入することによって出たものである。考察の対象とする  $\tau$  の大きさは後述するように  $\frac{1}{100}$  以下であるので

近似的に  $d(p\tau) \cong p\tau$  とおけば次式を得る。

$$\frac{dR_A}{R_A} \cong \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \quad (2.34)$$

(2.33), (2.34) 両式を  $K_0$ ,  $K_1 \frac{dR_A}{R_A}$  の式に代入して第2.2図に示す各場合の演算誤差を求めると次のようになる。

(1) 標準形加算器の演算誤差  $\varepsilon_1$

$$\varepsilon_1 = \frac{Z_f}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right) \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau) \quad (2.35)$$

(2) 入力絶縁形加算器の演算誤差  $\varepsilon_2$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 = & Z_{i2} \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right) \frac{1}{Z_{i2} + Z_{12}} - 1 \\ & + Z_{i2} Z_f \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right)^2 \frac{1}{Z_{i2} + Z_{12}} \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau) \end{aligned} \quad (2.36)$$

(3) 2入力巻線形加算器の場合の演算誤差  $\varepsilon_{12}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12} = & \frac{1}{\left\{ -\frac{Z_f}{Z_{i1}} + \frac{Z_f}{Z_{i2}} k_1 \right\}} \left\{ Z_f \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right) \frac{k_1}{Z_{i2} + Z_{12}} - \frac{Z_f}{Z_{i2}} k_1 \right. \\ & - \frac{Z_f}{Z_{i1}} \frac{Z_f}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right) \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau) \\ & \left. + Z_f^2 \left( 1 + \frac{Z_{11}}{Z_{i1}} + \frac{Z_{11}}{Z_f} \right)^2 \frac{k_1}{Z_{i2} + Z_{12}} \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau) \right\} \end{aligned} \quad (2.37)$$

以下 (2.35) ~ (2.37) 式の結果を用いて各場合の演算誤差を算出し、入力巻線の巻数に対する考察を行なう。

(b) 標準形加算器の演算誤差

標準形加算器の誤差  $\varepsilon_1$  は (2.35) 式によって与えられるが、この場合の入力巻線巻数は2倍に、巻線インピーダンスは各巻線インピーダンスの総和になるので求むる演算誤差は (2.35) 式より次式で与えられる。

$$\varepsilon_1 = \frac{Z_f}{2N_{11} R_{A0}} \left\{ 1 + \frac{(Z_{11} + Z_{12})}{Z_{i1}} + \frac{(Z_{11} + Z_{12})}{Z_f} \right\} \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau)$$

上式に (2.20) 式を代入し,  $Z_{i1} = Z_f = R$  とおくと\*プッシュアップル接続の場合には

$$\varepsilon_i = \frac{R}{2N_{11}R_{A0}} \left[ 1 + \frac{8}{R} \left\{ (1+\alpha)K + 2pL \right\} N_{11}^2 \right] \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1+p\tau) \quad (2.38)$$

を得る。

### (1) 直流入力の場合

直流入力に対する標準形加算器の誤差を  $\varepsilon_{1S}$  とすれば, (2.38) 式に  $p=0$  を代入して

$$\varepsilon_{1S} = \frac{R}{2N_{11}R_{A0}} \left[ 1 + \frac{8}{R} \left\{ (1+\alpha)K \right\} N_{11}^2 \right] \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.39)$$

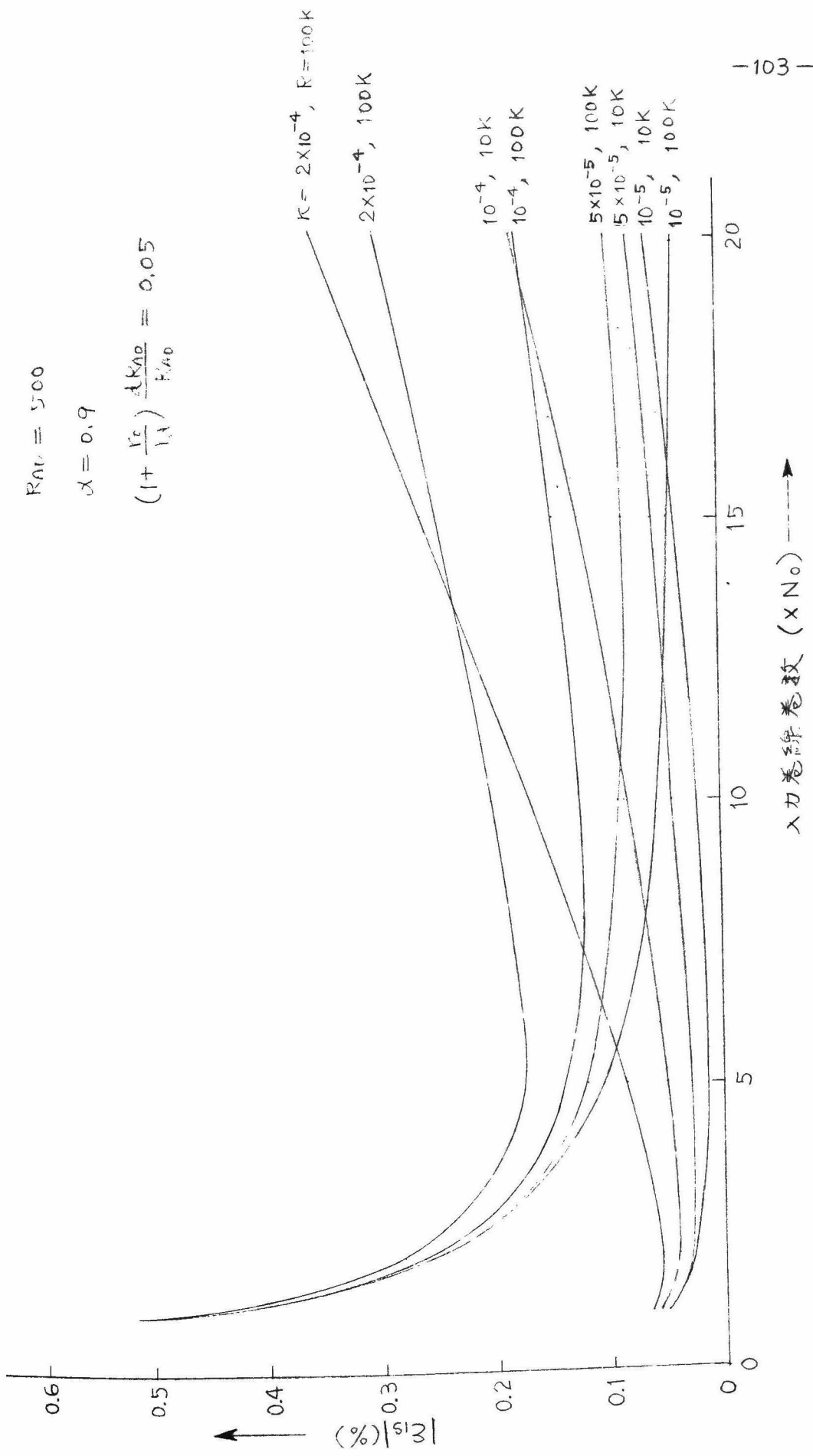
で与えられる。実験に使用したセンバークス鉄心 (トロイダル形外径 35 mm 中, 内径 25 mm 中, 高さ 10 mm) を例にとり, 必要なパラメータを求めると

$$\left. \begin{aligned} R_{A0} &= 500 \text{ (オーム)} \\ \alpha &= 0.9 \\ \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} &= 0.05^{**}, \quad \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \cong 1.2 \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

となる。(2.40) 式の値を (2.39) 式に代入した場合について  $K$  と  $R$  とをパラメータとした  $|\varepsilon_{1S}| - N_{11}$  曲線を計算すると第 2.4 図が得られる。同図によると標準形加算器誤差  $\varepsilon_{1S}$  は巻線  $N_{11}$  の増加と共に減少するが, 巻数が或る値をこえるとかえって誤差が増加することがわかる。従つて標準形加算器誤差を最小にする入力巻線巻数が存在する。これについては後に改めて考察する。また演算抵抗  $R$  を 100 kΩ に選んだ場合には入力巻線巻数が 5  $N_0$  ターン以上では  $\varepsilon_{1S}$  の変化が少くなるので, 巻数を増加する

\* 演算インピーダンスとして純抵抗を使用した場合について考察する。積分器として使用する場合には  $Z_f = 1/pC$  ( $C$  は積分コンデンサの容量) とおけばよい。

\*\*  $\frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$  は鉄心の非線形性などの原因から  $R_{A0}$  の変動する変動率であつて, 正, 負いずれの符号でもとり得るが, ここでは便宜上正号を用いておく。



第 2.4 図 直流入力に対する標準形加算器の特性曲線 ( $N_o$  は単位巻数と仮定)





効果あまり現われなくなる。

以上の考察結果は実際に種々の入力巻線巻数を持つ磁気増幅器式加算器で実験した結果良好な一致を見た。

## (2) 交流入力の場合

交流入力に対する標準形加算器の誤差  $\varepsilon_1$  は (2.38) 式に  $p=j\omega$  を代入して

$$\varepsilon_1 = \frac{R}{2N_0 R_{A0}} \left(1 + \frac{r_0}{R_0}\right) \left[1 + \frac{\beta}{R} \left\{ (1+\alpha)k + 2j\omega L \right\} N_{11}^2 \right] \left[ \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} + \omega^2 \tau^2 \right) + j\omega \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - 1 \right) \tau \right] \quad (2.41)$$

より計算することが出来る。(2.41) 式の  $L$  の値は (2.17) 式より求められる。直流入力の場合に述べた実験例によれば、電源周波数 50 サイクル/秒に対して  $L = 2.5 \times 10^{-4}$ ,  $\tau = 0.01$ ,  $k = 4.39 \times 10^{-5}$ ,  $N_{11} = 2N_0$  となり、その他のパラメータは (2.40) 式で表わされる。第 2.5 図は上述の各常数を与えた場合に  $R$  をパラメータとした  $|\varepsilon_1| - \omega$  曲線を計算した結果である。同図によれば前述の直流入力に対する誤差の考察結果が  $\omega = 1.0$  程度までは少くとも適用出来ることがわかる。

## (C) 入力絶縁形加算器の演算誤差

入力絶縁形加算器の誤差  $\varepsilon_2$  は (2.36) 式によつて与えられる。(b) の場合と同様に  $Z_f = Z_{i2} = R$  とおき、(2.20) 式を代入して整理すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 = & \frac{R}{R + 4(k + pL)N_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{4}{R} (\alpha k + pL) N_{11}^2 \right\} - 1 \\ & + \frac{R^2}{R + 4(k + pL)N_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{4}{R} (\alpha k + pL) N_{11}^2 \right\}^2 \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{R_0} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \right. \\ & \left. - p\tau \right) (1 + p\tau) \end{aligned} \quad (2.42)$$

(2.42) 式によつてこの場合の演算誤差を決定することが出来る。

### (1) 直流入力の場合

直流入力に対する演算誤差  $\varepsilon_{2S}$  は (2.42) 式に  $p=0$  を代入して

$$\varepsilon_{2s} = \frac{R}{R+4\kappa N_{II}^2} \left( 1 + \frac{4\alpha}{R} \kappa N_{II}^2 \right) - 1 + \frac{R^2}{R+4\kappa N_{II}^2} \left( 1 + \frac{4\alpha}{R} \kappa N_{II}^2 \right)^2 \frac{1}{N_{II} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.43)$$

と表わすことが出来る。(2.43)式において前と同様に $\alpha = 0.9$ とおくと  
オ1項は1より小さい値をとるから

$$\frac{R}{R+4\kappa N_{II}^2} \left( 1 + \frac{4\alpha}{R} \kappa N_{II}^2 \right) - 1 < 0$$

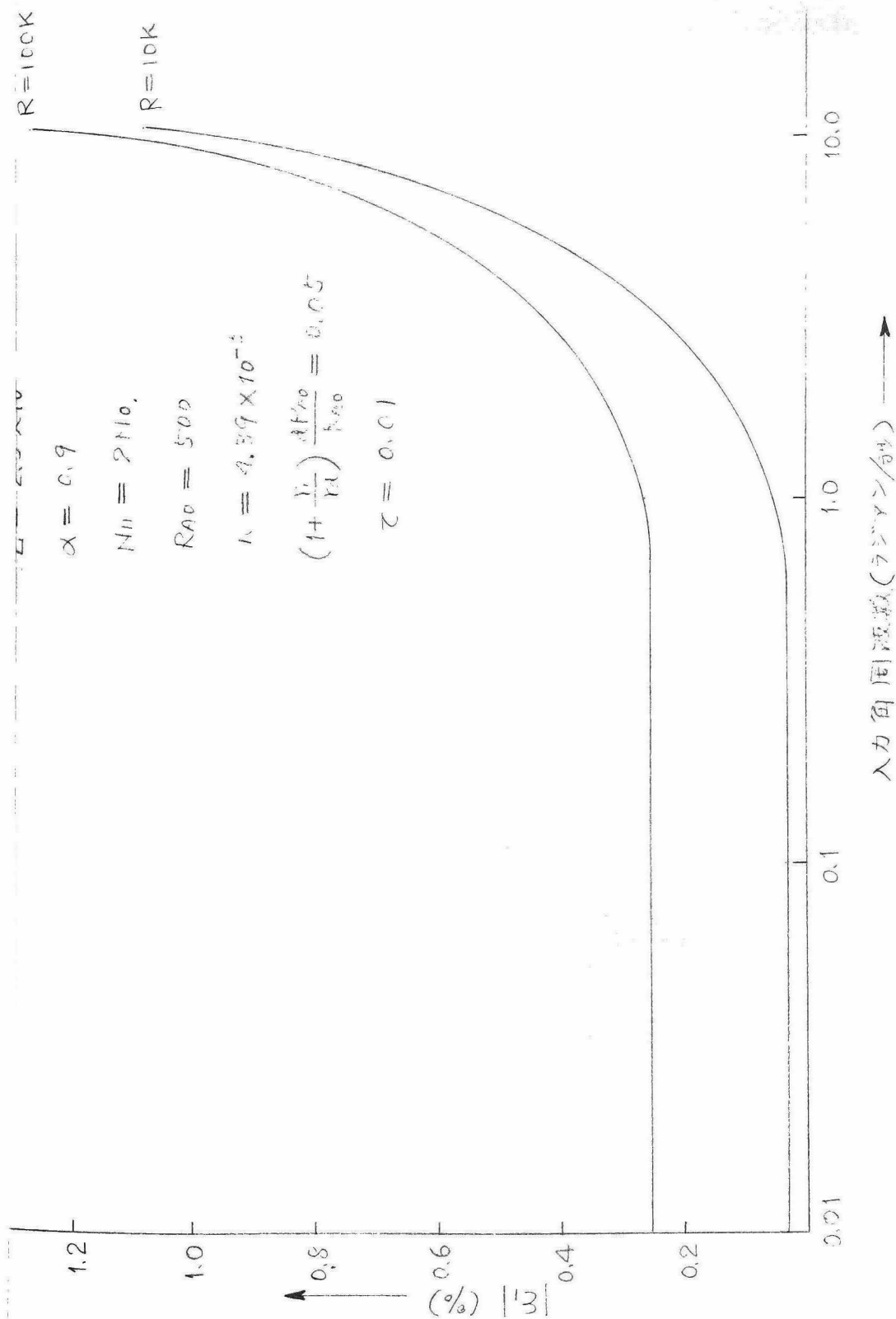
となる。一方  $\frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$  は前述のように正、真いずれの符号でも取り得るのでこの符号のいかんによって誤差が相殺されて小さく出る場合と相加されて大きく出る場合とがある。しかし更に詳しく検討すると  $N_{II}$  が小さい範囲では(2.43)式のオ1項は1に充分近い値をとるので演算誤差は殆んどオ3項によって与えられ、逆に  $N_{II}$  が充分大きくなるとオ3項の値は極めて小さくなって演算誤差は $\alpha - 1$  (10%) に近づくことがわかる。したがって  $\frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$  の符号が変わっても演算誤差の絶対値  $|\varepsilon_{2s}|$  と  $N_{II}$  との関係を表わす曲線の形には殆んど影響を与えないことがわかる。(2.43)式を用いて(2.40)式の仮定のもとに誤差が相加される場合の  $|\varepsilon_{2s}| - N_{II}$  曲線を計算すると第2.6図が得られる。

同図によれば入力絶縁形加算器の誤差は前に考察した加算器誤差の場合と異なり、入力巻線巻数の小さい方が精度が良く、巻数を増加すると急激に誤差が増加することがわかる。この結果は実験に供した数種の磁気増幅器式演算器の精度測定結果と良く一致する。

## (2) 交流入力の場合

交流入力に対する入力絶縁形加算器誤差  $\varepsilon_2$  は(2.42)式に  $p = j\omega$  を代入して

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 = & \frac{R}{R+4(\kappa+j\omega L)N_{II}^2} \left\{ 1 + \frac{4}{R} (\alpha\kappa+j\omega L) N_{II}^2 \right\} - 1 \\ & + \frac{R^2}{R+4(\kappa+j\omega L)N_{II}^2} \frac{1}{N_{II} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left\{ 1 + \frac{4}{R} (\alpha\kappa+j\omega L) N_{II}^2 \right\}^2 \\ & \times \left\{ \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} + \omega^2 \tau^2 \right) + j\omega \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - 1 \right) \tau \right\} \end{aligned} \quad (2.44)$$



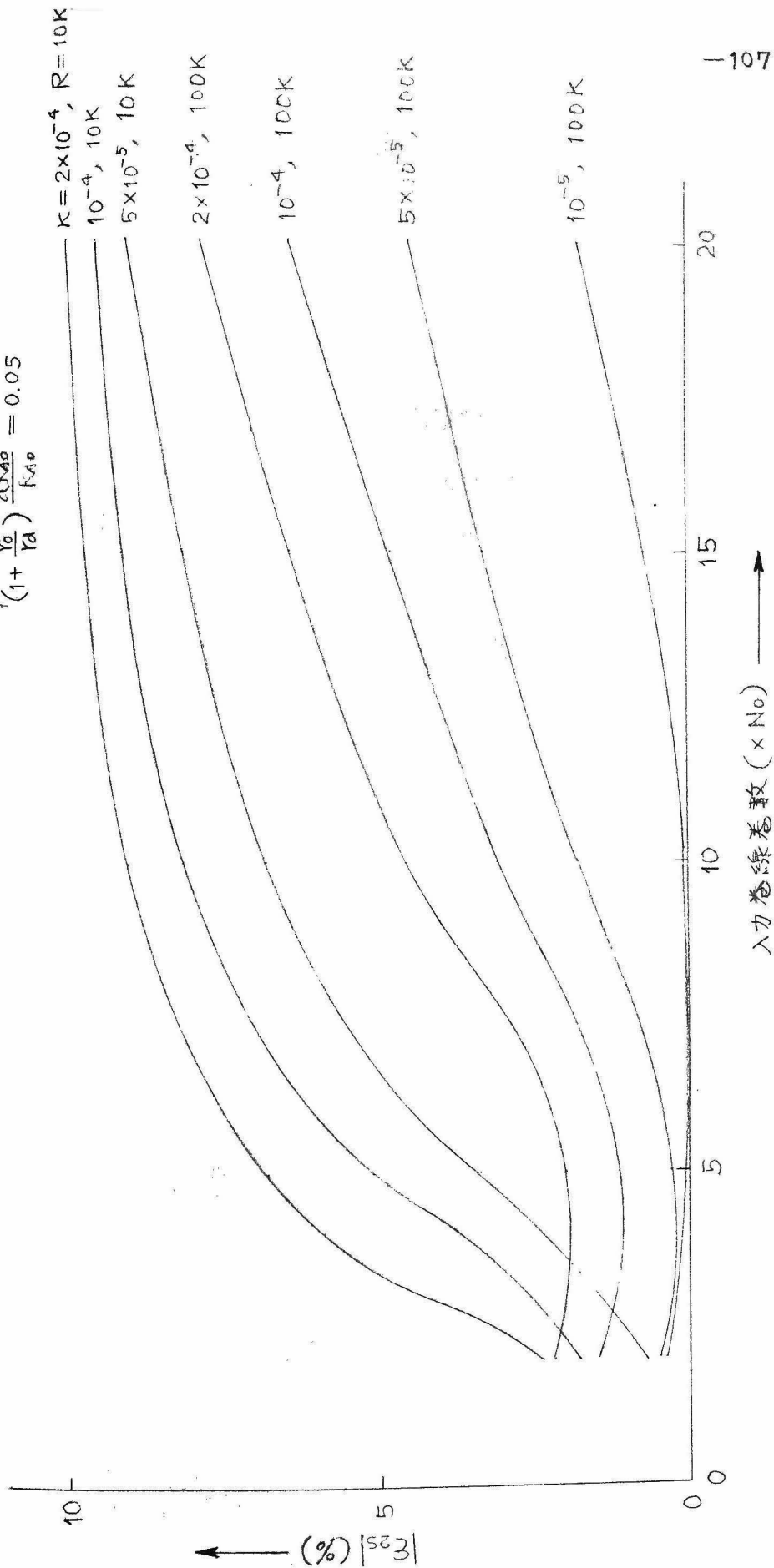
第2.5図 入力電圧の角周波数と標準形加算誤差との関係



$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{Y_0}{R_A}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$



第 2.6 図 直流入力に対する入力信号波形加算器の誤差曲線



で与えられる。

加算器の場合と同様の仮定のもとに  $|E_2|-\omega$  曲線を計算すると第 2.7 図が得られる。同図によれば直流入力に対する考察結果がほぼ  $\omega=1.0$  程度までは適用出来ることがわかる。なお同図は第 2.6 図と同様に誤差が相加される場合の計算値を示す。

#### (d) 2入力巻線形加算器の演算誤差

引算器の誤差  $E_{12}$  は (2.37) 式によって与えられる。(2.37) 式は 2 つの入力巻線に与える入力電圧を  $E_{i1}$  および  $E_{i2}$  とするとき  $E_{i2} = -k_1 E_{i1} \neq 0$  として求めたものである。今  $k_1 = 1$  とすれば正しい演算結果は零であり、相対誤差を定義することが出来ないので簡単のために  $k_1 \gg 1$  であるとして考察を行なう。<sup>\*</sup>  $k_1 \gg 1$  として (2.37) 式を整頓し、前と同様に  $Z_{i1} = Z_{i2} = R$  において書きかえると求める演算誤差は次式によって与えられる。

$$E_{12} = \frac{R}{R+4(k+pL)N_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (\alpha k + pL) N_{11}^2 \right\} - 1 \\ + \frac{R^2}{R+4(k+pL)N_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (\alpha k + pL) N_{11}^2 \right\}^2 \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau) \quad (2.45)$$

#### (1) 直流入力の場合

直流入力に対する 2 入力巻線形加算器の演算誤差  $E_{12S}$  は (2.45) 式に  $p=0$  を代入して

$$E_{12S} = \frac{R}{R+4kN_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{8}{R} \alpha k N_{11}^2 \right\} - 1 \\ + \frac{R^2}{R+4kN_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{8}{R} \alpha k N_{11}^2 \right\}^2 \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.46)$$

で与えられる。(2.46) 式を用いて前と同様のパラメータに対する  $|E_{12S}| - N_{11}$  曲線を計算すると第 2.8 図が得られる。同図によって 2 入力巻線

---

\*  $k_1=0$  の場合の誤差は (2.35 式より)  $2E_1$  となるので省略する。

形加算器の誤差も入力絶縁形の場合と同様に入力巻数が多くなるにつれて急激に増加する傾向にあることがある。しかしこの場合には後述するように演算誤差を補償する方法が考えられる。それについては2.6節に述べることにする。この結果は実験結果と良く一致する。なお同図は前項(C)と同様に誤差が相加される場合の計算値を示す。

## (2) 交流入力の場合

交流入力に対する2入力巻線形加算器の演算誤差  $\varepsilon_{12S}$  は(2.45)式に  $p=j\omega$  を代入して

$$\varepsilon_{12} = \frac{R}{R+4(\kappa+j\omega L)N_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (\alpha\kappa+j\omega L)N_{11}^2 \right\} - 1 + \frac{R^2}{R+4(\kappa+j\omega L)N_{11}^2} \\ \times \frac{1}{N_{11}R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left\{ 1 + \frac{8}{R} (\alpha\kappa+j\omega L)N_{11}^2 \right\} \left\{ \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} + \omega^2\tau^2 \right) + j\omega\tau \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - 1 \right) \right\} \quad (2.46)'$$

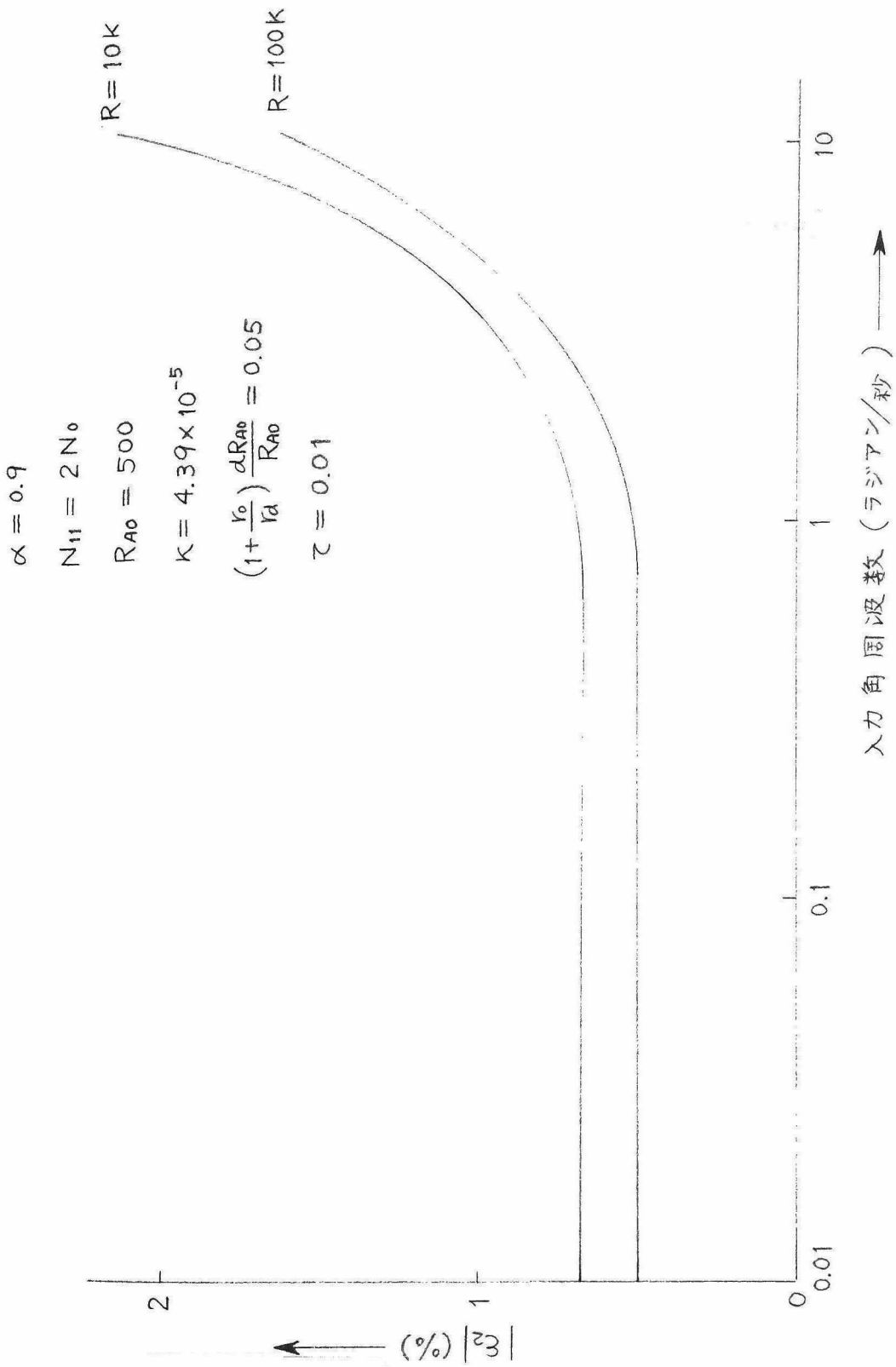
にて与えられる。(2.46)'式を用いて前と同様の仮定のもとに  $R$  をパラメータとした  $|\varepsilon_{12}|-\omega$  曲線を計算すると第2.9図が得られる。

同図によれば直流入力に対する誤差の考察結果が  $R=100K\Omega$  では  $\omega=1$  程度まで適用出来ることがわかる。但し  $R=10K\Omega$  のときは  $\omega=0.1$  程度までしか適用出来ないので注意を要する。なお同図は前項(C)の場合と同様に誤差が相加される場合の計算値を示す。

## 2.5 最適入力巻線巻数の決定

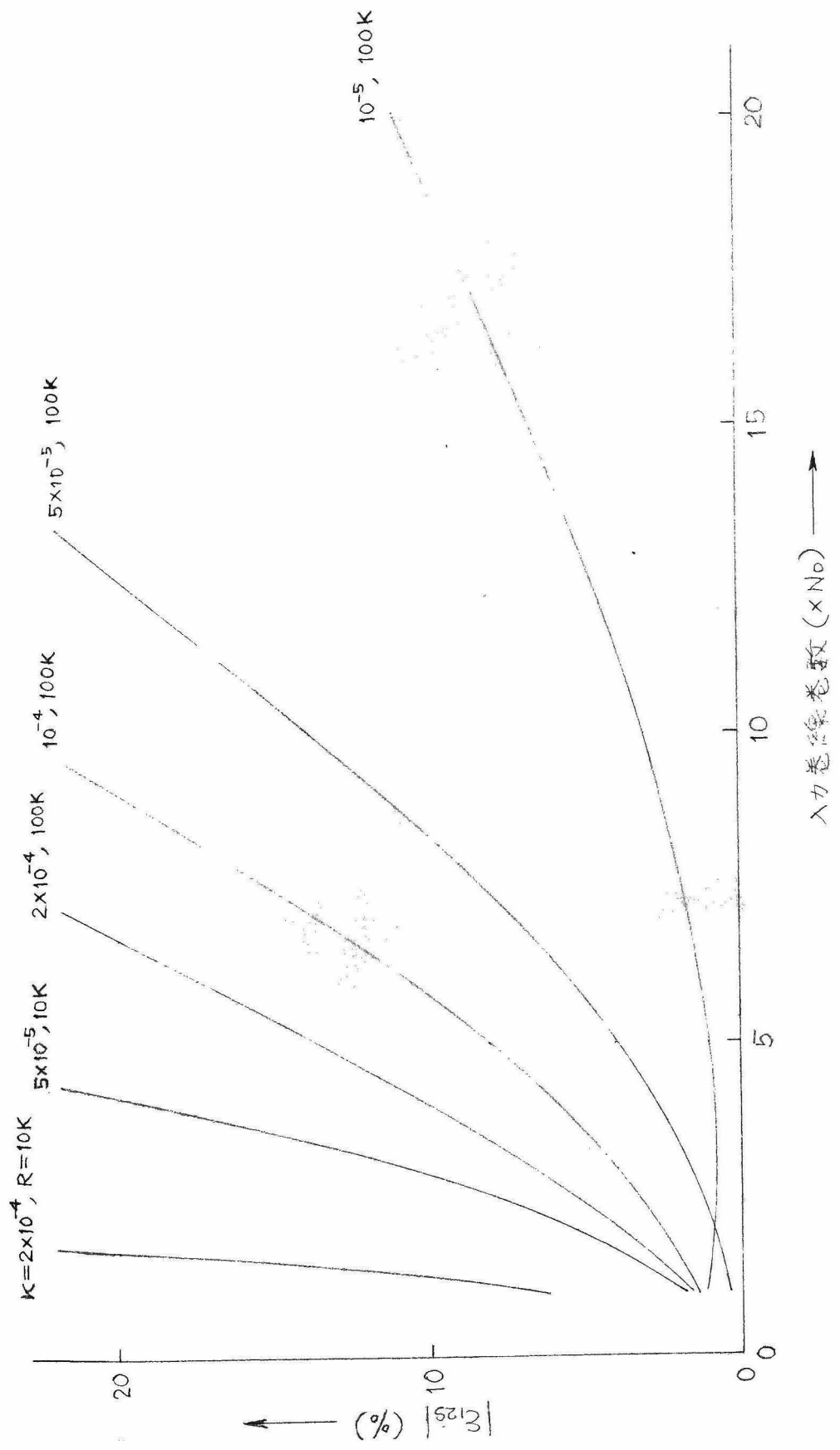
前節の演算誤差に関する検討結果にもとづいて、磁気増幅器を演算増幅器として使用する場合、入力巻線数  $N_{11}$  をどのように選ぶべきであるかについて考察し、リアクトル設計上の資料とすることが本節の目的である。前節の考察結果によると、標準形加算器誤差  $\varepsilon_1$  は演算インピーダンスを  $100K\Omega$  とした場合実用的な範囲では入力巻線巻数  $N_{11}$  の増加と共に減少するが、 $10K\Omega$  の場合には必ずしもそうでない。また入力絶縁形加算器および2入力巻線形加算器の誤差  $\varepsilon_2$  および  $\varepsilon_{12}$  は  $N_{11}$  の増加とともに急激に増大する。入力巻線を1個の鉄心につき2回路づつ設





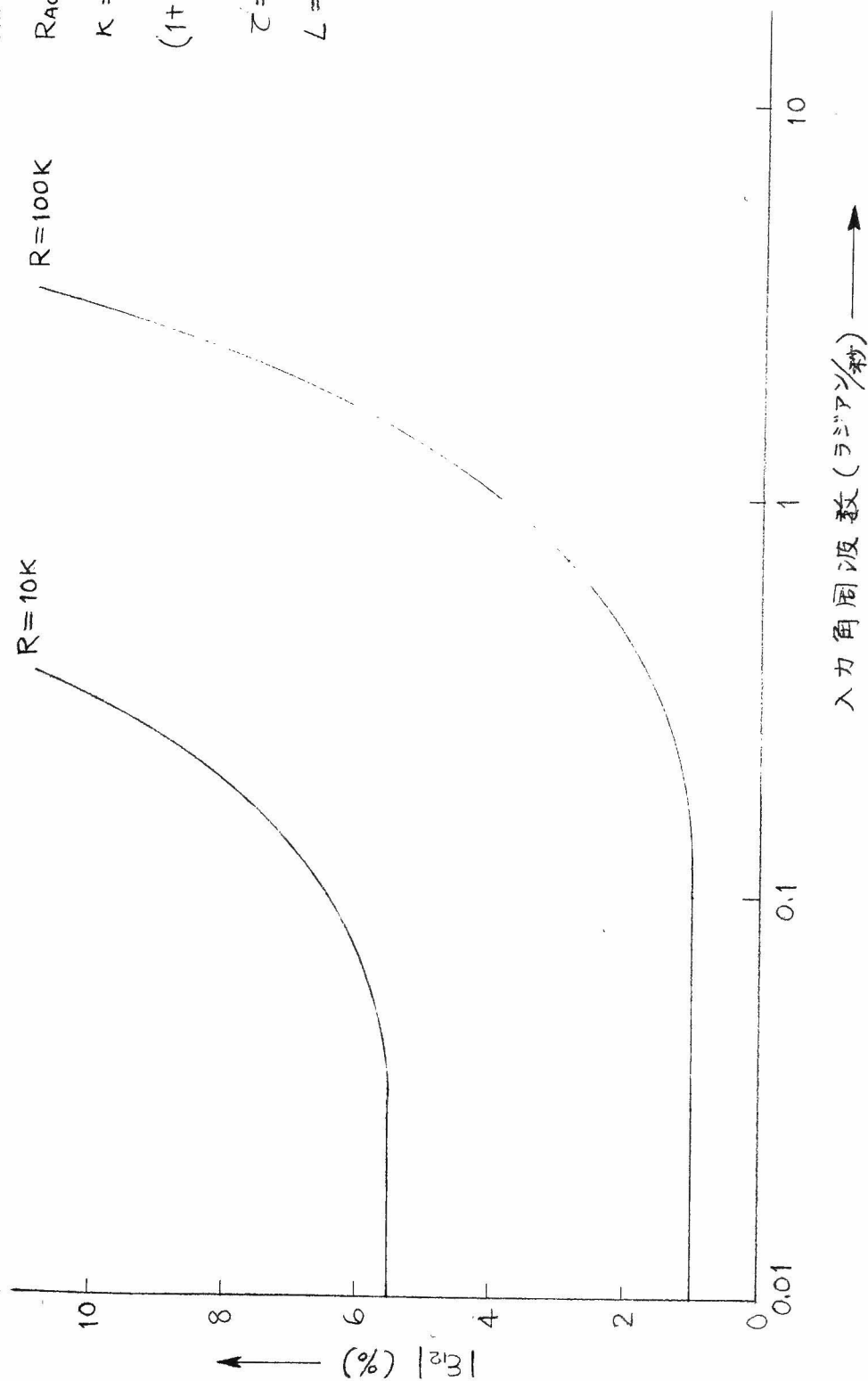
第 2.7 図 入力電圧の角周波数と入力絶縁形加算器誤差との関係





第 2.8 図 直流入力に対する 2 入力巻線形加算器の差曲線





第 2.9 図 入力電圧の角周波数と 2 入力巻線形加算器誤差との関係

$$\begin{aligned}
 N_{11} &= 2N_0 \\
 R_{A0} &= 500 \\
 K &= 4.39 \times 10^{-5} \\
 \left(1 + \frac{V_0}{V_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} &= 0.05 \\
 \tau &= 0.01 \\
 L &= 2.5 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$



けて入力絶縁形としても使用出来るようにした演算器の長所については前に述べたが、そのうち最も大きい長所は1台の演算器で同符号の入力電圧の加算と引算が可能である点である。したがって入力回路の接続を切り替えることにより、標準形加算器としてもまた入力絶縁形加算器としても使用可能であるように結線されるのが普通である。その場合どちらの使用状態に切り替えられても同程度の精度で演算が出来るように設計しておくことが必要である。本節では演算誤差の点から標準形加算器ならびに上述の各種用途に使用する加算器の最適入力巻線巻数を求める。なお以下の考察では特にことわらない限り静的精度を考察の対象とするので、前節の誤差の一般式における  $p=0$  の場合を論じる。

#### (a) 標準形加算器の誤差を最小にする入力巻線巻数

前節 (b) の考察によれば標準形加算器誤差  $\varepsilon_I$  は入力巻線巻数  $N_{II}$  の増加とともに減少するが、 $N_{II}$  がある値を超えるとかえって誤差が増加する傾向にあるので、標準形加算器としての最適入力巻線巻数が存在する。(2.39)式より直流入力に対しては

$$\varepsilon_{IS} = \frac{R}{2N_{II}R_{A0}} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (1+\alpha) \kappa N_{II}^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$$

と表わされるから  $\frac{d\varepsilon_{IS}}{dN_{II}} = \lambda$  となる条件を求めると

$$\frac{d\varepsilon_{IS}}{dN_{II}} = \left\{ -\frac{R}{2N_{II}^2} + 4(1+\alpha)\kappa \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \frac{1}{R_{A0}} = \lambda \quad (2.47)$$

が得られる。

(2.47)式は  $\varepsilon_{IS}-N_{II}$  曲線の傾斜を  $\lambda$  に等しくするための条件であつて、 $\lambda=0$  とすれば曲線の最低点を求める条件になる。(2.47)式で  $\lambda=0$  とおけば

$$N_{II} = \frac{R}{8(1+\alpha)\kappa} \quad (2.48)$$

となり、(2.48)式を満足する  $N_{II}$  を求めれば標準形加算器誤差  $\varepsilon_{IS}$  を最小にする入力巻線巻数を求めることが出来る。

しかし第2.4図にも見られるように誤差  $\varepsilon_{IS}$  は演算インピーダンス  $100\text{K}\Omega$  の場合  $N_{II}$  が  $5N_0$  程度を超えると入力巻線巻数を増加してもあまり低下しなくなる。したがって  $\varepsilon_{IS}-N_{II}$  曲線の傾斜がある程度小さくなった点を求めておけばそれ以上  $N_{II}$  を増加してもあまり効果がないことになる。例えば  $N_{II}$  を  $1000$  ターンだけ増加して  $\varepsilon_{IS}$  が  $0.1\%$  減少する場合は  $\lambda = \frac{d\varepsilon_{IS}}{dN_{II}} = -10^{-6}$  となり、 $1000$  ターンで  $0.05\%$  減少する場合は  $\lambda = -5 \times 10^{-7}$  となる。第2.10図は(2.47)、(2.48)両式の関係を(2.40)式の仮定のもとに、 $\lambda$ 、 $R$ をパラメータとして示したものである。同図の○印は実験に供した試作リアクトルの巻線仕様を図示したものである。同図より標準形加算器誤差を最小にする入力巻線巻数は  $\lambda = -10^{-6}$ 、 $-5 \times 10^{-7}$  となる巻数よりもはるかに大きくなることがわかる。しかし製造原価の低減、信頼性の向上の点より考えると同図の点線程度の巻数があれば充分である。

(2.48)式は電源周波数を  $50$  サイクル/秒として固定した場合であるが、電源周波数  $f$  を固定しないで考えると(2.10)式を用いて表わさなくてはならない。前節で実例に使用したリアクトル(鉄心サイズ  $25\phi \times 35\phi \times 10\text{mm}$ 、体積  $1.5\pi\text{cm}^3$ )で各常数を巻線仕様から逆算すると  $\beta = 0.3$  として

$$\kappa = \frac{2.705 \times 10^{-3}}{0.3 \left( 450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f} \right)} \quad (\text{鉄心体積 } 1.5\pi\text{cm}^3) \quad (2.49)$$

となるので、(2.49)式の  $\kappa$  の値を(2.48)式に代入すれば加算器誤差を最小にする入力巻線巻数は

$$N_{II}^2 = \frac{R}{8(1+\alpha) \frac{2.017 \times 10^{-3}}{\left( 450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f} \right)}} \quad (\text{鉄心 } 1.5\pi\text{cm}^3) \quad (2.50)$$

が得られる。

また筆者等は後述するように電源周波数を  $5\text{KC/秒}$  とした磁気増幅器式加算器(標準形)の試作研究を行なった。その巻線仕様の一例を示すと第2.1表の通りである。

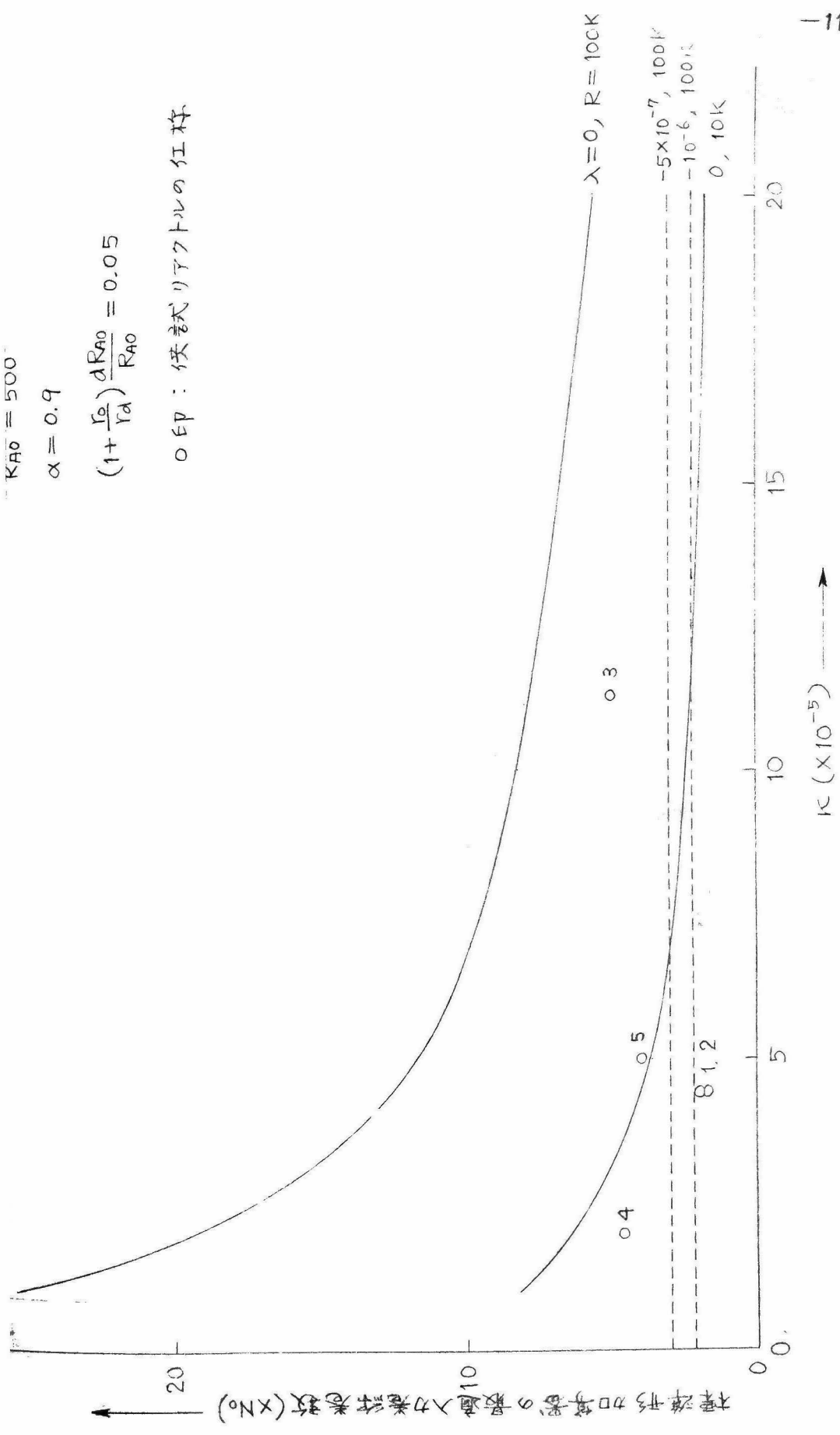


$$K_{A0} = 500$$

$$\alpha = 0.9$$

$$\left(1 + \frac{r_0}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

○印：伝試リアクトルの位置



第2.10図 標準形加算器の最適入力巻数

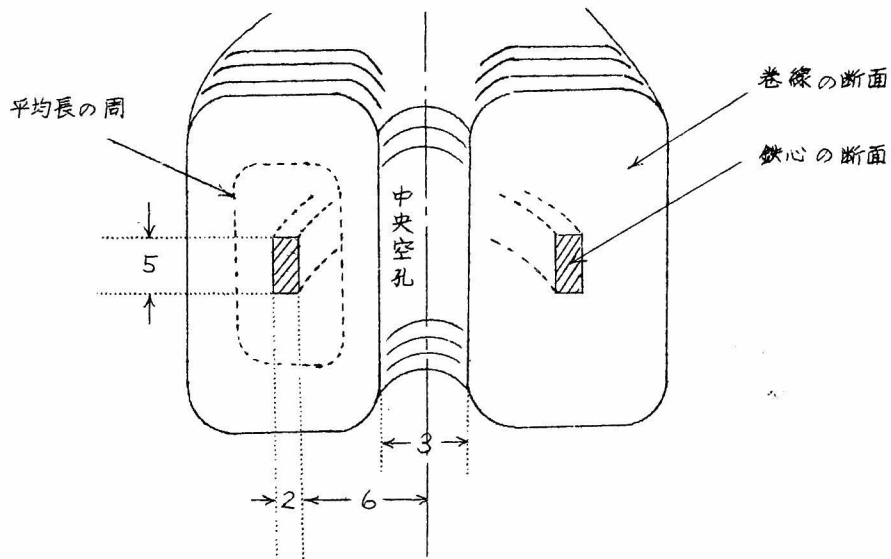


第2.1表 5000 サイクル/秒 電源を用いた磁気増幅器リ  
アクトルの巻線仕様

鉄 心	センプーマクス, $19\phi \times 15\phi \times 5mm$ , 体積 $0.17cm^3$	
交 流 巻 線	$0.12\phi$ PVF 線	150 回
入 力 巻 線 (2N $\parallel$ )	$0.1\phi$ PVF 線	1500 "
正 帰 還 巻 線	$0.12\phi$ PVF 線	100 "
バ イ ア ス 巻 線	同 上	30 "
$R_{A0}$ (実 測 値)	120	

第1表ならびに実測結果を用いてこの場合の $k$ を計算する。

鉄心の窓面積は  $(\frac{15}{2})^2 \pi (mm^2)$  であり, 第2.11図に示すように巻上りで $3\phi$ の中央空孔があくとすれば, 実際に巻線に供し得る面積は $170 (mm^2)$ となる。入力巻線は $0.1\phi$ の電線を合計1500回巻いているので



第2.11図 磁気増幅器リアクトルの巻上り断面

その面積は $11.8 (mm^2)$ である。巻線の占積率は鉄心が小さい程悪くなるので, この場合の占積率を0.2に選ぶと入力巻線の占める面積は $59 (mm^2)$ となり, 他の巻線に占められている面積は $111 (mm^2)$ となる。入

力巻線の平均長は第 2.11 図を利用して同図の点線の位置を適当に定めることにより約 3.8 cm となる。したがってこれらの値を (2.7) 式に代入すれば求むる  $k$  の値は次式で与えられる。

$$k = \frac{2kl}{11.8} = \frac{1.3528 \times 10^{-3}}{0.2(170-111)} = 1.146 \times 10^{-4} \quad (2.51)$$

(2.51) 式が電源周波数  $f$  KC/秒のときに成立することを考慮すれば

$$k = \frac{1.3528 \times 10^{-3}}{0.2 \left( 170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f} \right)} \quad (\text{鉄心 } 0.17\pi \text{ cm}^3) \quad (2.52)$$

が得られる。(2.52) 式を (2.48) 式に代入すれば鉄心体積  $0.17\pi \text{ cm}^3$  のものに対して標準形加算器誤差を最小にする入力巻線巻数を次式によって求めることが出来る。

$$N_{11}^2 = \frac{R}{8(1+\alpha) \frac{6.764 \times 10^{-3}}{\left( 170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f} \right)}} \quad (\text{鉄心 } 0.17\pi \text{ cm}^3) \quad (2.53)$$

第 2.12 図は上述の 2 種類の大きさの鉄心に対して (2.50), (2.53) 両式の関係をもとに  $\alpha = 0.9$  として  $R$  をパラメータにとつて  $N_{11}$ - $f$  曲線で表わしたものである。同図の O 印は実験に使用したリアクトルの仕様を示す。また同図に示した点線はすべての巻線に 0.1 中の電線を用いたと仮定して出来るだけ多く入力巻線を巻いたとした場合の巻数であつて、巻線加工の限界の一例を示すものである。但し鉄心体積が  $1.5\pi \text{ cm}^3$  のものは巻線の占積率を 0.3,  $0.17\pi \text{ cm}^3$  のものは 0.2 として計算した。

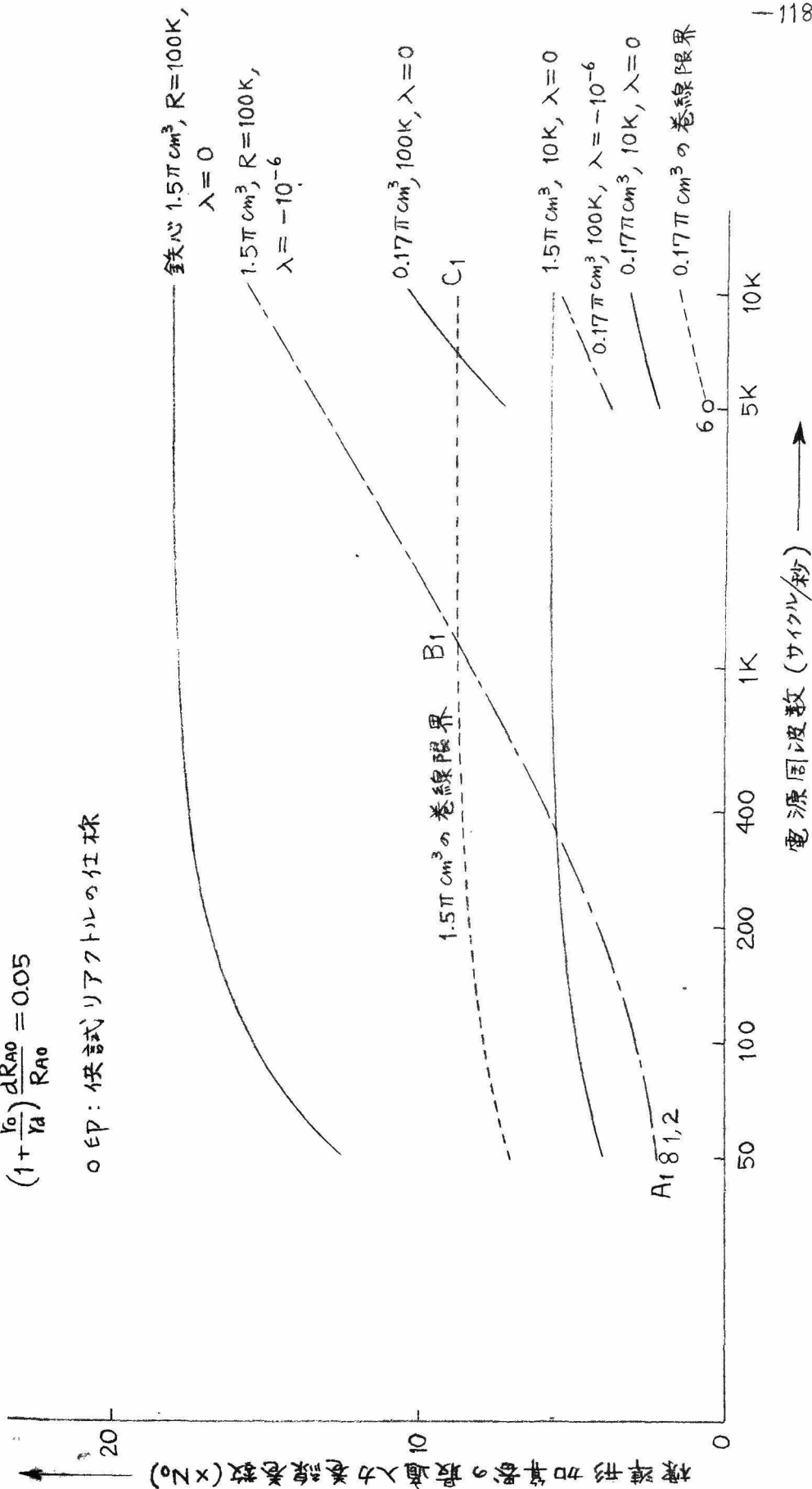
次に  $\lambda \neq 0$  の場合について標準形加算器の最適入力巻線巻数と  $f$  との関係を検討するため、まず伝達インピーダンスの実数部  $R_{A0}$  と  $f$  との関係を探しておく。2.1 節に述べたように鉄心の大きさが一定である場合には交流巻線巻数は電源周波数  $f$  に逆比例する。一方  $R_{A0}$  は交流巻線巻数に比例するので結局  $R_{A0}$  は  $f$  に逆比例することになり

$$R_{A0} = \frac{k_2}{f} \quad (2.54)$$

$$\alpha = 0.9$$

$$\left(1 + \frac{V_0}{V_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

○印: 伝試リアクトルの仕様



第2.12図 電源周波数と標準形加算器の最適入力巻線巻数との関係



と表わすことが出来る。上述の2種類の大きさの鉄心を用いたリアクトルでは鉄心体積  $1.5\pi \text{ cm}^3$  のものでは  $f=50$  サイクル/秒で  $R_{A0}=500$  であり

$$R_{A0} = \frac{2.5 \times 10^4}{f} \quad (\text{鉄心 } 1.5\pi \text{ cm}^3) \quad (2.55)$$

となり、 $0.17\pi \text{ cm}^3$  のものでは  $f=5000$  サイクル/秒で  $R_{A0}=120$  であるから

$$R_{A0} = \frac{6 \times 10^5}{f} \quad (\text{鉄心 } 0.17\pi \text{ cm}^3) \quad (2.56)$$

と表わすことが出来る。

(2.55), (2.56) 両式の  $R_{A0}$  および (2.50), (2.52) 両式の  $K$  を (2.47) 式に代入すれば次式を得る。

$$\left[ -\frac{R}{2N_{II}^2} + 4(1+\alpha) \frac{2.017 \times 10^{-3}}{\left(450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}\right)} \right] \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \frac{f}{2.5 \times 10^4} = \lambda$$

(鉄心  $1.5\pi \text{ cm}^3$ ) (2.57)

$$\left[ -\frac{R}{2N_{II}^2} + 4(1+\alpha) \frac{6.764 \times 10^{-3}}{\left(170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}\right)} \right] \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \frac{f}{6 \times 10^5} = \lambda$$

(鉄心  $0.17\pi \text{ cm}^3$ ) (2.58)

第2.12図の鎖線は  $R=100 \text{ K}\Omega$  のとき (2.40) 式の仮定のもとに  $\lambda = -10^{-6}$  に対応する標準形加算器の最適入力巻線巻数を示したものである。以上の考察より電源周波数を考慮した場合の最適巻数は鉄心体積  $1.5\pi \text{ cm}^3$  のとき例えば第2.12図の曲線  $A, B, C_1$  にて与えられる。

(b) 標準形加算器誤差と入力絶縁形加算器誤差とを考慮した最適入力巻線巻数

前節に述べたように標準形加算器誤差は入力巻線巻数  $N_{II}$  の増加と共に減少する傾向にあるが、入力絶縁形加算器誤差は  $N_{II}$  の増加と共に急激に増加する。1台の磁気増幅器式加算器で標準形加算器としても、入

力絶縁形加算器としても使用出来るようにどちらの場合にも同程度の精度で演算出来るようにすることが1つの理想条件である。その場合入力巻線巻数を如何に選ぶべきであるかを決定するのが本項の目的である。

(2.38), (2.42)両式より標準形加算器誤差  $\varepsilon_1$  と入力絶縁形加算器誤差  $\varepsilon_2$  とが等しいとみると

$$\begin{aligned} & \frac{R}{2N_{II}R_{A0}} \left[ 1 + \frac{8}{R} \left\{ (1+\alpha)K + 2pL \right\} N_{II}^2 \right] \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1+p\tau) \\ &= \frac{R}{R+4(K+pL)N_{II}^2} \left\{ 1 + \frac{4}{R} (\alpha K + pL) N_{II}^2 \right\} - 1 \\ &+ \frac{R^2}{R+4(K+pL)N_{II}^2} \left\{ 1 + \frac{4}{R} (\alpha K + pL) N_{II}^2 \right\} \frac{1}{N_{II}R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1+p\tau) \end{aligned}$$

となる。この式を整頓して実数部、虚数部に分けると  
実数部より\*

$$\begin{aligned} & 8N_{II}^3 R_{A0} (\alpha-1)K + \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left[ \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p^2\tau^2 \right) \left\{ R^2 + 4RK N_{II}^2 (2\alpha-3) \right. \right. \\ & \left. \left. + 32N_{II}^4 (\alpha^2 - \alpha - 1)K^2 - p^2L^2 \right\} + 4p^2\tau L \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - 1 \right) \left\{ 8KN_{II}^4 (\alpha-3) - RN_{II}^2 \right\} \right] = 0 \quad (2.59) \end{aligned}$$

が得られる。静的精度をバランスさせることを目的として(2.59)式に  $p=0$  を代入して整頓すれば

$$8N_{II}^3 R_{A0} (1-\alpha)K + \left\{ R^2 + 4R(2\alpha-3)KN_{II}^2 + 32N_{II}^4 (\alpha^2 - \alpha - 1)K^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0 \quad (2.60)$$

を得る。(2.60)式によって求める入力巻線巻数を計算することが出来る。

第2.13図は  $f=50$  サイクル/秒と固定し、鉄心体積  $1.5\pi \text{ cm}^3$  のものについて(2.40)式の仮定のもとに  $R$  をパラメータとして(2.60)式を満足する  $N_{II}-K$  曲線を示したものである。同図の○印は供試リアクトルの仕様を表わす。なお最適巻線巻数にした場合の誤差は例えば第2.4図

---

\* 簡単のため静的精度を問題にする。虚数部には全ての項に  $p$  を含むから実数部のみ整理しておく。



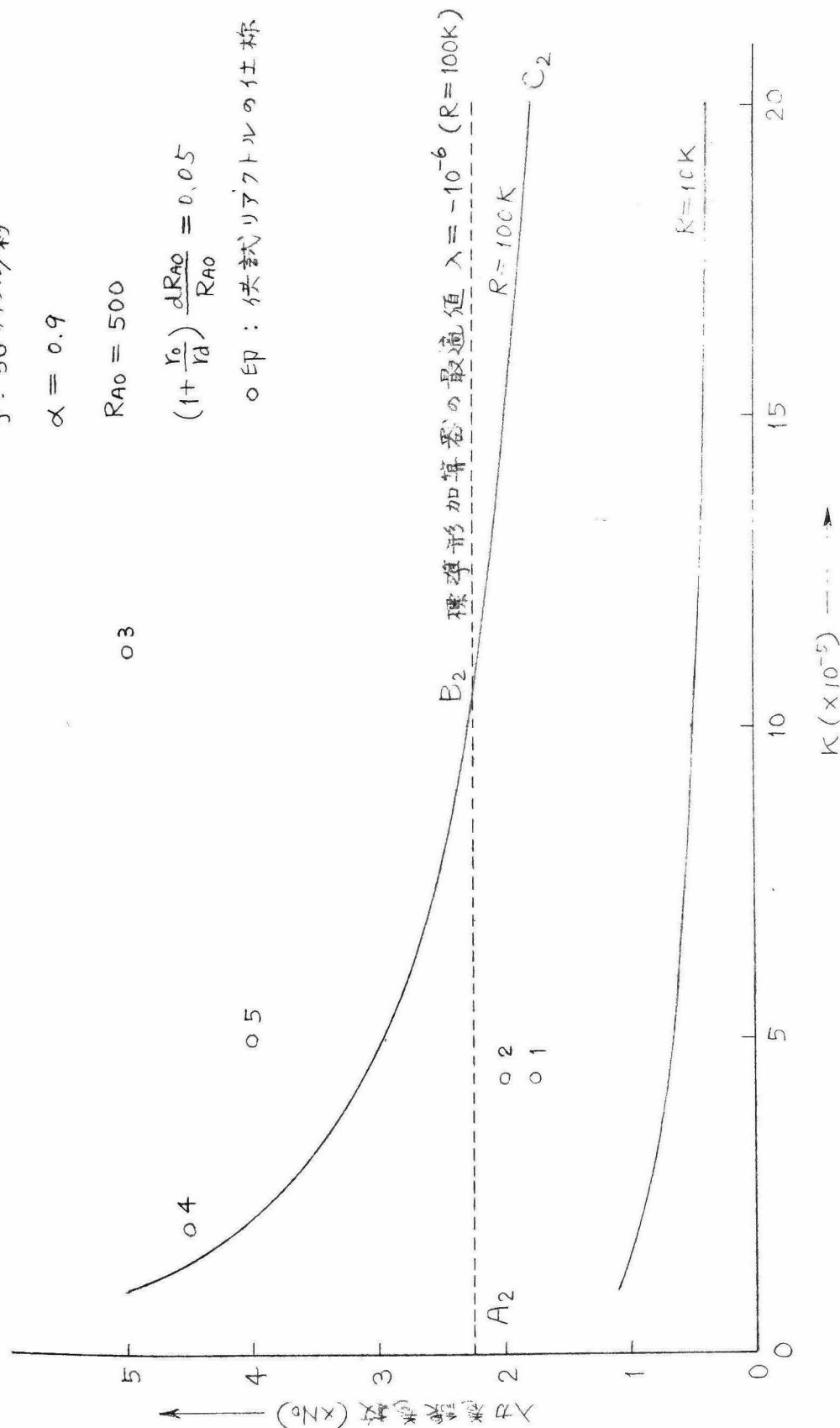
$f: 50 \text{ サイクル/秒}$

$\alpha = 0.9$

$R_{A0} = 500$

$(1 + \frac{r_0}{r_d}) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$

○印: 供試リアクトルの仕様



第 2.13 図 標準形加算器誤差と入力絶縁係形加算器誤差とを考慮した最適入力巻線数



から読みとることが出来る。また同図の点線は標準形加算器誤差の項で示した  $\lambda = -10^{-6}$  に対応する巻線数を表わす。第2.13図について考察する。2.5節(a)に述べたように標準形加算器誤差の点から云えば第2.13図の点線よりも  $N_{11}$  を大きくすることは有効でない。したがって演算インピーダンス 100 KΩ の場合の標準形加算器誤差および入力絶縁形加算器誤差を考慮した最適巻線巻数としては第2.13図の点線と実線とを連結した曲線  $A_2 B_2 C_2$  にて与えられるとすれば妥当である。

さらに電源周波数を考慮に入れると前と同様にして(2.60)式の  $R_{A0}$  および  $f$  を  $f$  の関数で表わして

$$8N_{11}^3 \frac{2.5 \times 10^4}{f} (1-\alpha) \frac{9.017 \times 10^{-3}}{\left(450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}\right)} + \left\{ R^2 + 4R(2\alpha-3) \frac{9.017 \times 10^{-3}}{\left(450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}\right)} N_{11}^2 + 32N_{11}^4 (\alpha^2 - \alpha - 1) \left( \frac{9.017 \times 10^{-3}}{450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}} \right)^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0$$

(鉄心  $1.5 \pi \text{ cm}^3$ ) (2.61)

$$8N_{11}^3 \frac{6 \times 10^5}{f} (1-\alpha) \frac{6.764 \times 10^{-3}}{\left(170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}\right)} + \left\{ R^2 + 4R(2\alpha-3) \frac{6.764 \times 10^{-3}}{\left(170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}\right)} N_{11}^2 + 32N_{11}^4 (\alpha^2 - \alpha - 1) \left( \frac{6.764 \times 10^{-3}}{170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}} \right)^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0$$

(鉄心  $0.17 \pi \text{ cm}^3$ ) (2.62)

が得られる。第2.14図は(2.61), (2.62)両式の関係を(2.40)式の仮定のもとに  $R$  をパラメータとして計算した結果である。同図の○印は供試リアクトルの仕様であり、点線は巻線加工上の限界の一例を、鎖線は2.5節(a)にて述べた加算器の最適巻線巻数を表わす。同図によれば鉄心の大きさを変えないで電源周波数だけを上げて行くと伝達インピーダンス  $R_{A0}$  の低下が起り、その低下分を補償するために入力巻線を極めて多回数巻かなくてはならないことがわかる。またこの場合の最適巻数を表わす曲線としては前項(a)に述べた如く図の鎖線と点線とを連結した曲線

$A_3 B_3 C_3$  を選べばよいことがわかる。

(C) 標準形加算器誤差と2入力巻線形加算器誤差とを考慮した

最適入力巻線巻数

2.4節(d)にて述べたように2入力巻線形加算器の誤差は入力絶縁形加算器の場合に比べて入力巻線巻数の増加にともなう誤差の増加の程度が大きい。したがって標準形加算器誤差と2入力巻線形加算器誤差とをバランスさせるべき  $N_{11}$  の値は前項(b)の場合よりも小さい値となる。

(2.38), (2.45) 両式より,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{12}$  とおくと

$$\begin{aligned} & \frac{R}{2N_{11}R_{A0}} \left[ 1 + \frac{8}{R} \{ (1+\alpha)K + 2pL \} N_{11}^2 \right] \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1+p\tau) \\ &= \frac{R}{R+4(K+pL)N_{11}^2} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (\alpha K + pL) N_{11}^2 \right\} - 1 \\ &+ \frac{R^2}{p+4(K+pL)N_{11}^2} \frac{1}{N_{11}R_{A0}} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (\alpha K + pL) N_{11}^2 \right\}^2 \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1+p\tau) \end{aligned}$$

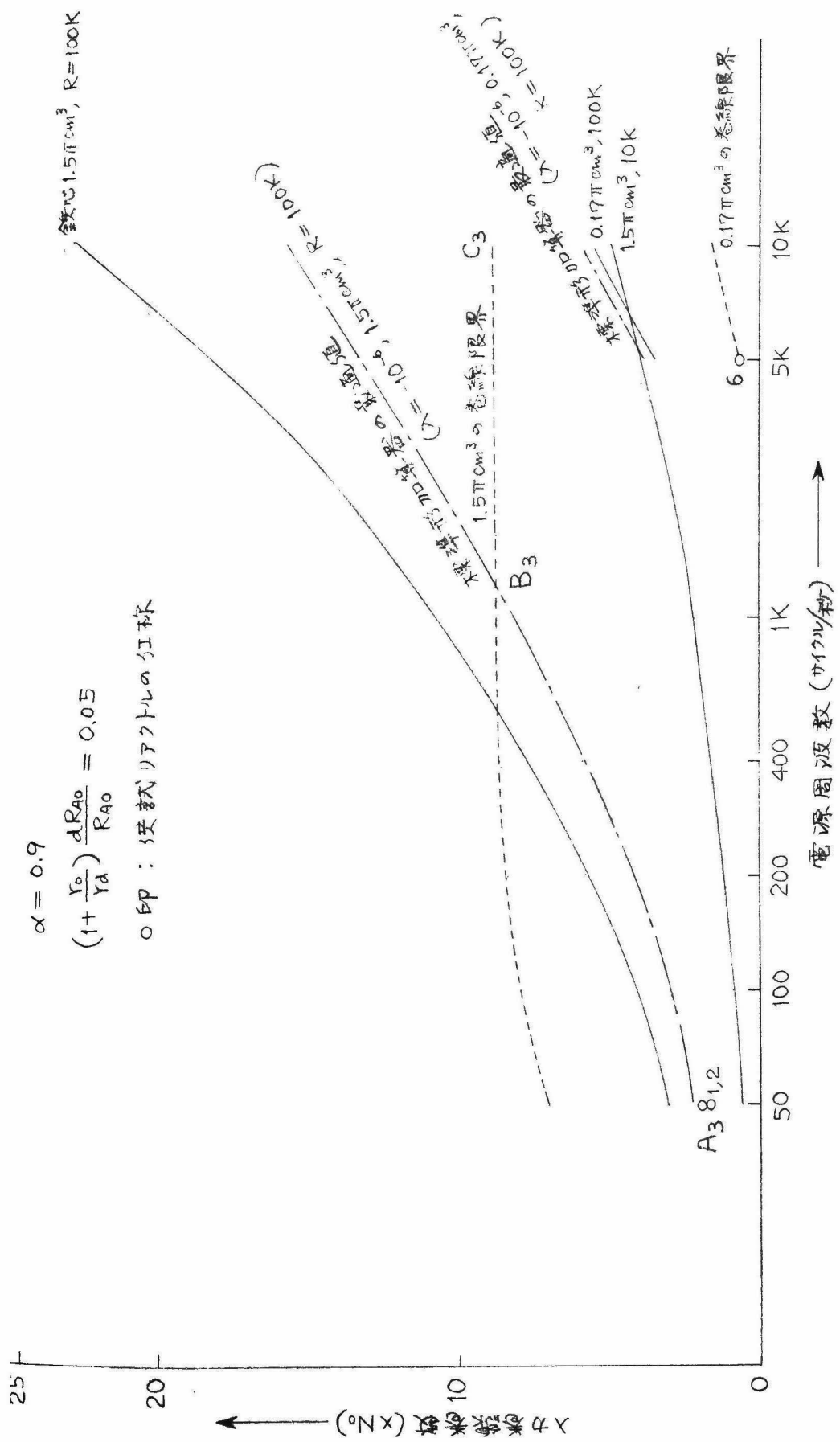
となり, この式を整頓して実数部をとると

$$\begin{aligned} & 8N_{11}^3(2\alpha-1)K + \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left[ \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p^2\tau^2 \right) \left\{ R^2 + 12RK N_{11}^2(2\alpha-1) + 32N_{11}^4(4\alpha^2 - \alpha - 1)K^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + 2p^2L^2 \right\} + 4p^2\tau L \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - 1 \right) \left\{ 3RN_{11}^2 + 8K(7\alpha-3)N_{11}^4 \right\} \right] = 0 \quad (2.63) \end{aligned}$$

が得られる。前項(b)と同様に静的精度を考え(2.63)式に  $p=0$  を代入すれば求める  $N_{11}$  を決定する式として

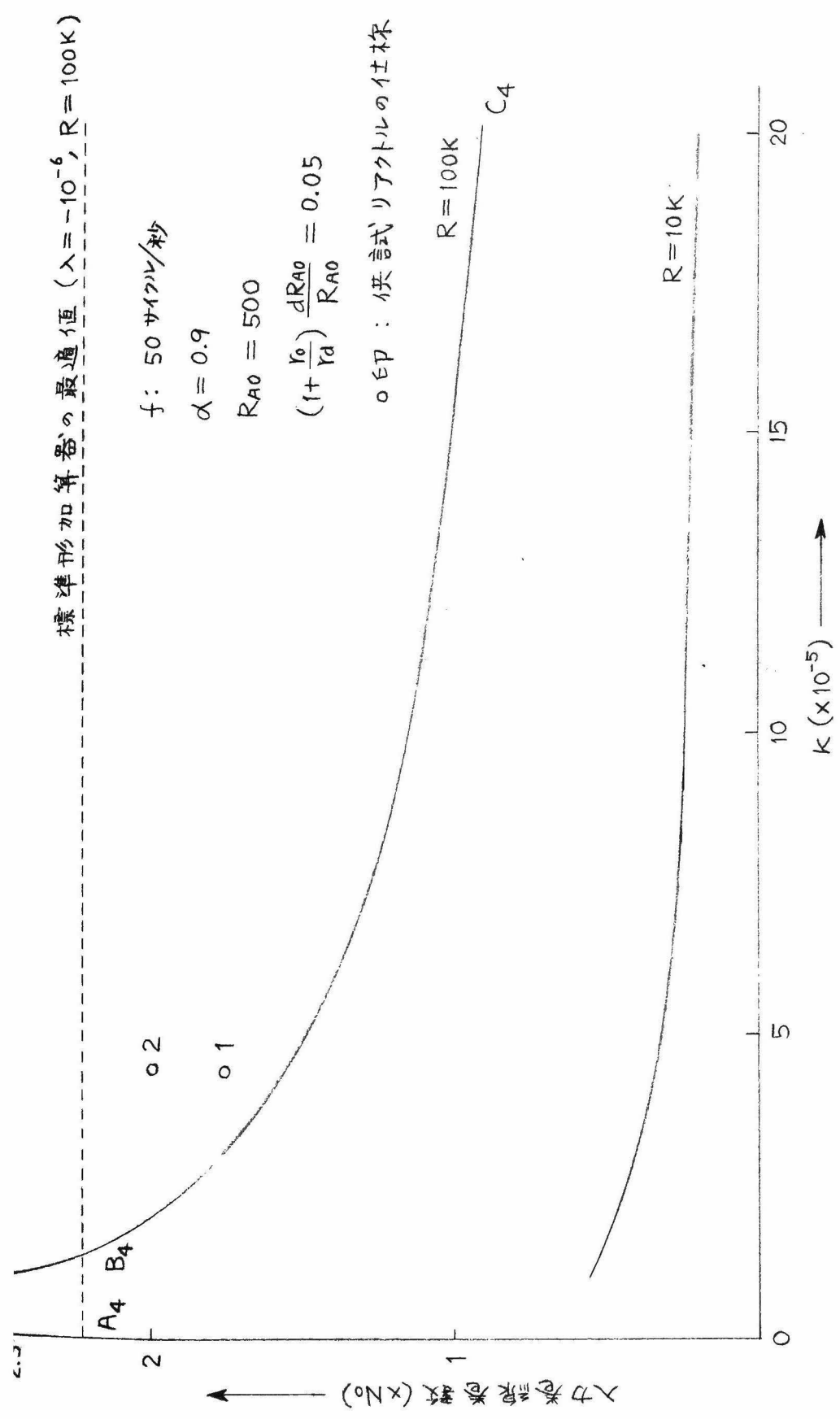
$$8N_{11}^3R_{A0}(2\alpha-1)K + \left\{ R^2 + 12R(2\alpha-1)KN_{11}^2 + 32N_{11}^4(4\alpha^2 - \alpha - 1)K^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0 \quad (2.64)$$

が得られる。(2.64)式において  $f=50$  サイクル/秒と固定し, (2.40)式の仮定のもとに  $R$  をパラメータとした  $N_{11}-K$  曲線を計算すると第2.15図のようになる。同図の○印は供試リアクトルの仕様を示し, 点線は本節(a)に述べた標準形加算器の最適入力巻線巻数を示したものである。第2.15図について考察する。



第2.14図 電源周波数, 標準形加算器誤差および入力認識線形加算器誤差の3者を考慮した最適入力巻線数





第2.15図 標準形加算器誤差と2入力巻線形加算器誤差とを考慮した最適入力巻線数





本節(b)にて述べたようにこの場合の最適入力巻線巻数は演算インピーダンス100 KΩの場合同図の点線と実線とを連結した曲線  $A_4 B_4 C_4$  にて与えられる。第2.13図と第2.15図とを比較するに、第2.13図の最適入力巻線巻数を表わす回線  $A_2 B_2 C_2$  は第2.15図の曲線  $A_4 B_4 C_4$  に比べて約2倍程度の入力巻線巻数を要求している。この理由は2入力巻線形加算器誤差の  $N_{II}$  に対する増加率が大きいために標準形加算器の誤差曲線との交点が  $N_{II}$  の小さい所に存在するからである。結論としてどちらの入力巻線巻数を選ぶかが問題となるが、後述するように2入力巻線形加算器の誤差は簡単な方法により補償することが可能であるので、むしろ第2.13図の入力絶縁形加算器誤差を考慮した最適巻線数の曲線  $A_2 B_2 C_2$  を採用すべきであろう。

さらに電源周波数  $f$  を考慮した場合について考察する。本節(b)の場合と同様にして  $R_{A0}$ ,  $k$  を  $f$  の関数で表わして

$$\begin{aligned}
 & 8N_{II}^3 \frac{2.5 \times 10^4}{f} (2\alpha - 1) \frac{9.017 \times 10^{-3}}{\left(450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}\right)} \\
 & + \left\{ R^2 + 12R(2\alpha - 1) \frac{9.017 \times 10^{-3}}{\left(450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}\right)} N_{II}^2 \right. \\
 & \left. + 32(4\alpha^2 - \alpha - 1) \left( \frac{9.017 \times 10^{-3}}{450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}} \right)^2 N_{II}^4 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0
 \end{aligned}$$

(鉄心  $1.5 \pi \text{ cm}^3$ ) (2.65)

$$\begin{aligned}
 & 8N_{II}^3 \frac{6 \times 10^5}{f} (2\alpha - 1) \frac{6.764 \times 10^{-3}}{\left(170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}\right)} \\
 & + \left\{ R^2 + 12R(2\alpha - 1) \frac{6.764 \times 10^{-3}}{\left(170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}\right)} N_{II}^2 \right. \\
 & \left. + 32(4\alpha^2 - \alpha - 1) \left( \frac{6.764 \times 10^{-3}}{170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}} \right)^2 N_{II}^4 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0
 \end{aligned}$$

(鉄心  $0.17 \pi \text{ cm}^3$ ) (2.66)

が得られる。第2.16図は(2.65), (2.66)両式を用いて(2.40)式の仮定のもとに $N_{II}$ — $f$ 曲線を計算した結果を示す。同図の○印は供試リアクトルの仕様を, 点線は前に計算した加工上の限界線の一例を, 鎖線は標準形加算器の最適値を示す。

この場合の最適値も2入力巻線形加算器の誤差補償が比較的簡単に出来ることを考慮して第2.16図の鎖線と点線とを連結した曲線 $A_5B_5C_5$ を選ばないと考えられる。

(d) 標準形加算器の性能係数を最大にする入力巻線巻数

本節の(a)から(c)にわたって静的精度を中心にして考察を進めて来たが, 加算器としての立場からすれば, 静的精度のみならずダイナミック特性についても考慮しておかなくてはならない。ここでは標準形加算器の性能係数 (figure of merit) の立場から考察を進める。

今, 標準形加算器の固有振動数を $\omega_0$ とし, 標準形加算器誤差 $E_i$ との比をとって $\frac{\omega_0}{E_i}$ を標準形加算器の性能係数と定義することにする。 $\frac{\omega_0}{E_i}$ が大きい程, 固有振動数すなわち標準形加算器の周波数特性の折点周波数が高く, また誤差 $E_i$ も小さいことになるので, この値を最大にするような入力巻線巻数を求めると良好なダイナミック特性を期待出来ると考えられる。

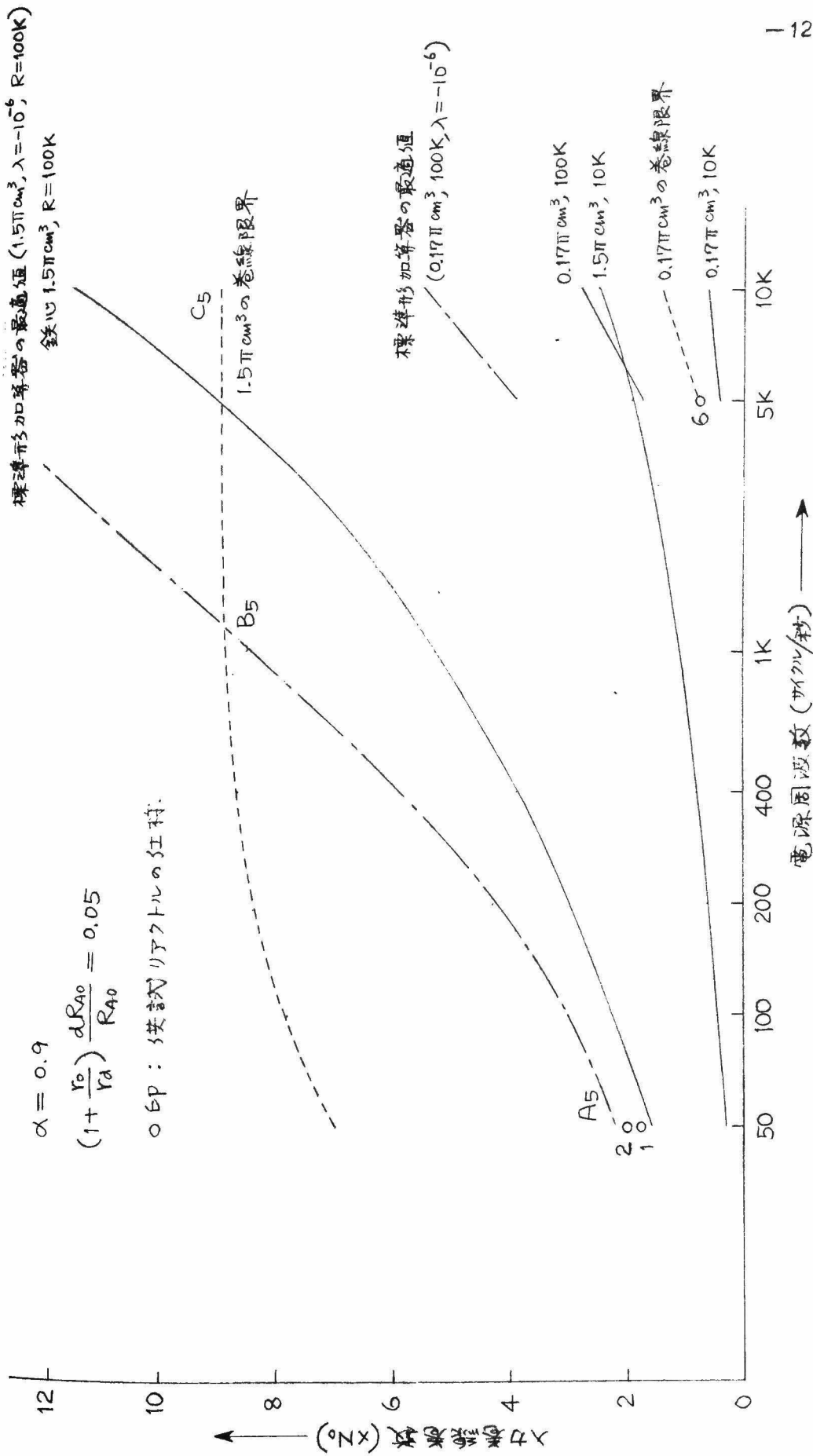
(2.22), (2.38)両式より標準形加算器の伝達関数は $Z_f=Z_{i1}=R$ のとき

$$\frac{E_o}{E_{i1}} = - \left[ 1 + \frac{R}{2N_{II}R_{A0}} \left\{ 1 + \frac{8}{R} (1 + \alpha K + 2pL) N_{II}^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \left( \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p\tau \right) (1 + p\tau) \right] \quad (2.67)$$

にて与えられる。前述のようにこの値は電源周波数が50サイクル/秒のとき $10^{-2}$ であり,  $\frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$ は0.04程度の値であるから,  $\tau \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$ ,  $\tau^2$ ,  $T \tau \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$ ,  $T \tau^2 p^2$ 等を0とおいて(2.67)式を変形すると

$$\frac{E_o}{E_{i1}} = - \left[ 1 + k_3 \left\{ \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p \left( \tau - T \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \right) - p^2 T \tau \right\} \right]$$

但し



第2.16図 電源周波数, 標準形加算器誤差および2入力巻線形加算器誤差の3番を考慮した最適入力巻線数



$$\left. \begin{aligned} k_3 &= \frac{R}{2N_{II} R_{A0}} \left(1 + \frac{r_0}{r_d}\right) \left\{1 + \frac{8}{R} (1+\alpha) k N_{II}^2\right\} \\ T &= \frac{\frac{16}{R} L N_{II}^2}{1 + \frac{8}{R} (1+\alpha) k N_{II}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

となり

$$\frac{E_o}{E_{i1}} \cong - \left(1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}\right) \left[ \frac{1}{1 + \frac{k_3 \left(\tau - T \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}\right)}{1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}} p + \frac{k_3 T \tau}{1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}} p^2} \right] \quad (2.69)$$

が得られる。(2.68)式より

$$E_i = k_3 \left\{ \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - p \left( \tau - T \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \right) - p^2 T \tau \right\} \quad (2.70)$$

となり(2.69)式より

$$\omega_o^2 = \frac{1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}}{k_3 T \tau} \quad (2.71)$$

となる。

したがって上に定義した性能係数は次式で与えられる。

$$\frac{\omega_o}{E_i} = \frac{\sqrt{1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}}}{\sqrt{k_3 T \tau}} \frac{1}{k_3 \left\{ \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} - \left( \tau - T \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \right) p - T \tau p^2 \right\}} \quad (2.72)$$

簡単のため直流入力に対する性能係数を考えることにすると

$$\frac{\omega_o}{E_{IS}} = \frac{\sqrt{1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}}}{\sqrt{T \tau} \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} k^{\frac{3}{2}}}$$

となる。(2.68)式より  $k_3 \ll 1$  であるから  $1 + k_3 \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \cong 1$  とおき(2.68)式の  $k_3$ ,  $T$  の値を代入すると

$$\frac{\omega_o}{E_{IS}} = \frac{1}{\sqrt{\tau} \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \left\{ \frac{R}{2R_{A0}} \left(1 + \frac{r_0}{r_d}\right) \right\}^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{16}{R} L \right\}^{\frac{1}{2}}} \frac{N_{II}^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{8}{R} (1+\alpha) k N_{II}^2} \quad (2.73)$$

となり  $\frac{d}{dN_{II}} \left( \frac{\omega_0}{\varepsilon_{IS}} \right) = 0$  を満足するための条件を求めると

$$N_{II}^2 = \frac{R}{24(1+\alpha)K} \quad (2.74)$$

が得られる。第2.17図は  $\alpha = 0.9$  とした場合に  $R$  をパラメータとして  $N_{II}-K$  曲線を計算した結果である。同図の○印は供試リアクトルの仕様を表わし、点線はさきに求めた加算器の最適値を示す。

第2.17図について考察するに  $\frac{\omega_0}{\varepsilon_{IS}}$  とした標準形加算器の性能係数を最大にする入力巻数は標準形加算器の静的誤差を最小にする入力巻線巻数と本節(a)で考察した最適値 ( $R=100\Omega$ ,  $\lambda=-10^{-6}$  を満足する入力巻線巻数) との間の値をとる。一方(2.18)式より入力巻線のインダクタンスは巻数  $N_{II}$  の2乗に比例して増加し、演算器の応答速度は演算インピーダンスが一定であれば入力巻線のインダクタンスが大きい程遅くなるのでこの関係を考慮すると巻数を増加するのは好ましくない。したがってさきに考察した標準形加算器の入力巻線巻数の最適値はダイナミック特性の見地から見ても妥当であろうと考えられる。

次に電源周波数を考慮に入れて考察すると前と同様にして

$$N_{II}^2 = \frac{R}{24(1+\alpha) \left( \frac{9.017 \times 10^{-3}}{450.7 - \frac{1.227 \times 10^4}{f}} \right)} \quad (\text{鉄心 } 1.5\pi \text{ cm}^3) \quad (2.75)$$

$$N_{II}^2 = \frac{R}{24(1+\alpha) \left( \frac{6.764 \times 10^{-3}}{170 - \frac{5.55 \times 10^5}{f}} \right)} \quad (\text{鉄心 } 0.17\pi \text{ cm}^3) \quad (2.76)$$

となる。第2.18図は  $\alpha = 0.9$  の場合について  $R$  をパラメータとして  $N_{II}-f$  曲線を計算した結果である。この場合も前と同じ考え方により、曲線  $A_6, B_6, C_6$  を最適値曲線として選べばよいと考えられる。

## 2.6 磁気増幅器式積分器の特性

2.5節では磁気増幅器式加算器の演算誤差の一般式を誘導し、これを応

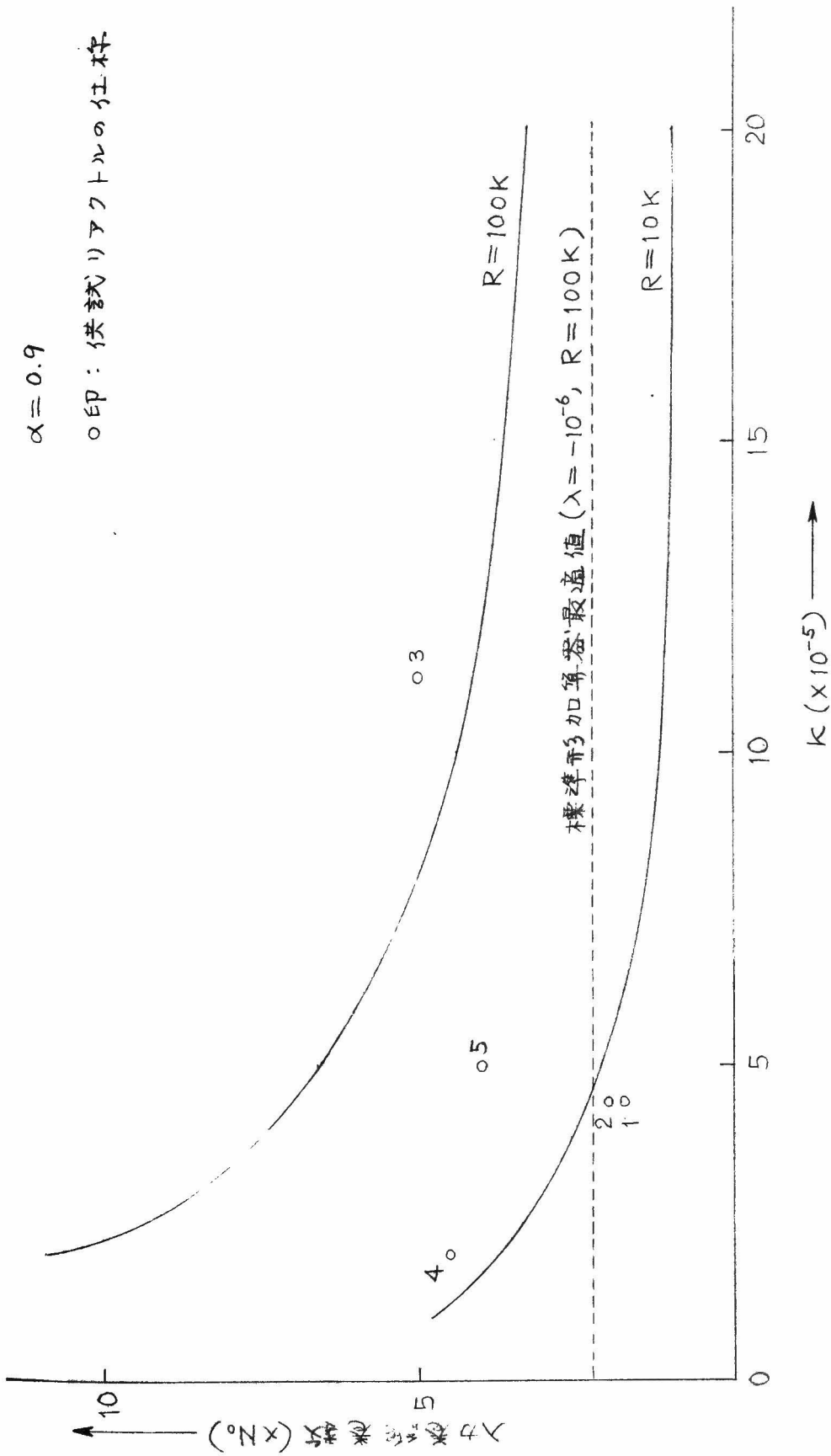
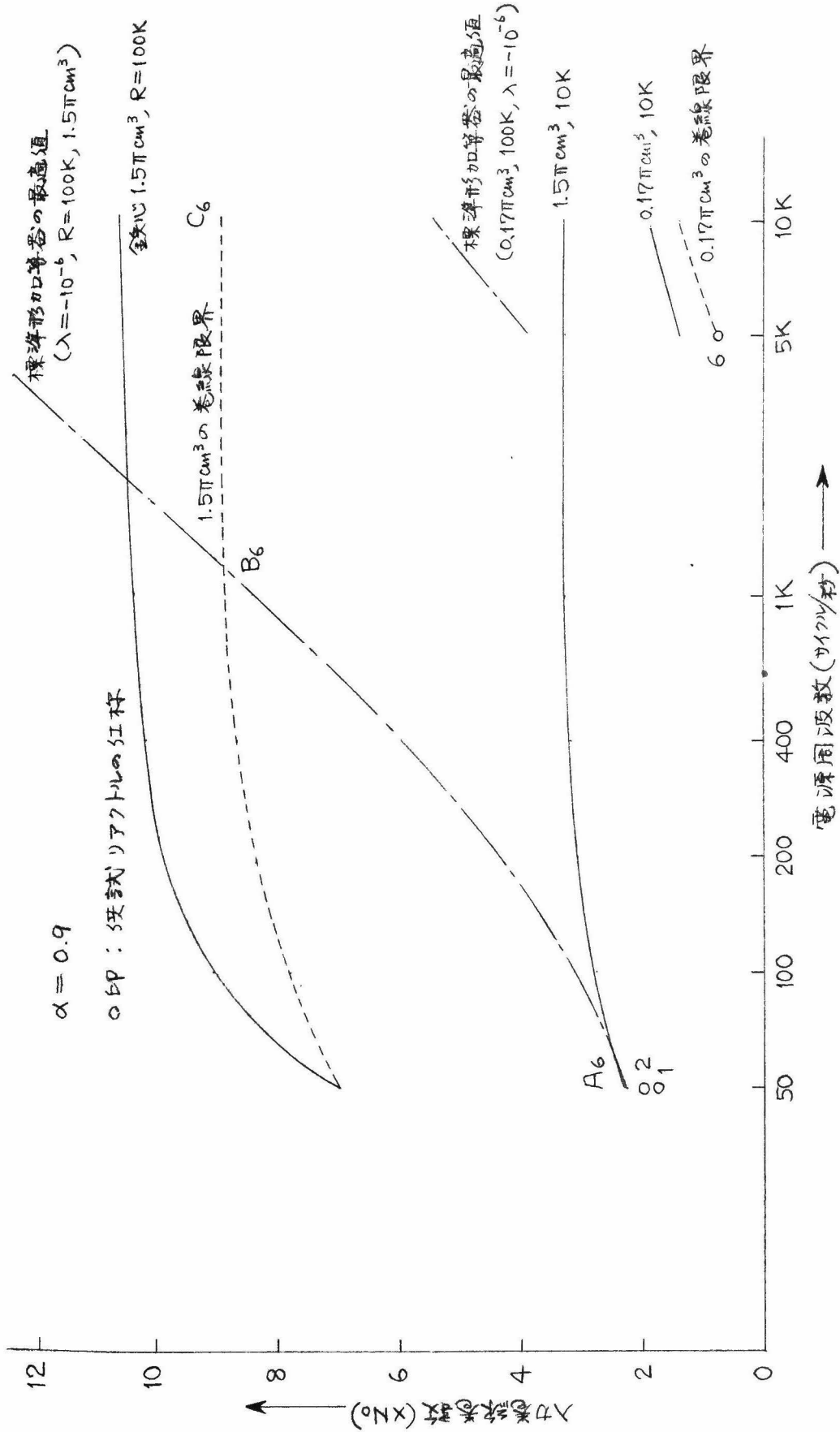


図 2.17 標準形加算器の性能係数を最大にする入力電力係数







第2.18 図 電源周波数, 標準形加算巻の性能係数の両者を考慮した最適入力巻線巻数



用して加算器の演算誤差の観点より見た最適入力巻線巻数を決定する方法について述べた。磁気増幅器式積分器の演算誤差について考慮する場合は演算増幅器のドリフト、積分コンデンサの漏洩、吸収等を無視すれば前節の解析において帰還インピーダンス  $Z_f$  に  $Z_f = 1/pC$  ( $C$  は積分コンデンサの容量  $\mu F$ ) を代入すればよく、前節と同様に取扱うことが出来る。しかし積分器として使用する場合には上述のような演算増幅器、積分コンデンサが不完全であることによる誤差が加わるので、これらの原因による演算誤差を含めた総合演算誤差について考察しなくてはならない。積分器の総合演算誤差を知る上に有力な目安となるのは積分器の保持特性と交流入力に対する応答（例えばサークルテスト特性<sup>\*</sup>）である。

第2.19図(a), (b)は50サイクル/秒の電源を用いた磁気増幅器式積分器（入力抵抗100k $\Omega$ ）において保持特性とサークルテスト特性とを実測した結果である。同図の実験に使用した磁気増幅器は前節で考察した最適入力巻線巻数を備えるよう設計したものである。

同図によればこの積分器の保持特性はポリエチレンコンデンサ(10 $\mu F$ )を使用したもので約0.2ボルト/分、MPコンデンサ(50 $\mu F$ )を使用したもので約0.1ボルト/分であり、また保持特性が出力電圧の初期値によって異なることがわかる。初期値によって保持特性が異なる原因は磁気増幅器の増幅特性の非線性によって、前節で述べた  $\frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$  の値が出力電圧の初期値と共に変動するためであると考えられる。また実験によると上記の  $\frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$  の値は電源電圧波形の変化によっても異なる。

次にサークルテストの結果ではポリエチレンコンデンサを用いた場合よりもMPコンデンサを用いた場合の方が特性が良く、MPコンデンサ(10 $\mu F$ )を用いたものでは同図(b)に示すように発振電圧の角周波数  $\omega = 1$  ラジアン/秒まで充分使用に耐えることがわかる。ポリエチレン

---

\* ここに述べるサークルテスト特性は第1章1.7節(C)に述べたように積分器2台と加算器1台とを組合せて正弦波電圧を発生せしめたときの振幅持続特性を云う。

コンデンサを用いたものよりも MP コンデンサを用いたものの方が特性が良い理由は正確にはわからないが、実験によると積分コンデンサの漏洩抵抗が極めて大きくなるとかえってサークルテストの特性が悪くなる傾向がある。この点からすれば磁気増幅器式積分器の積分コンデンサとしては MP コンデンサ程度のもので充分使用に耐えることになる。

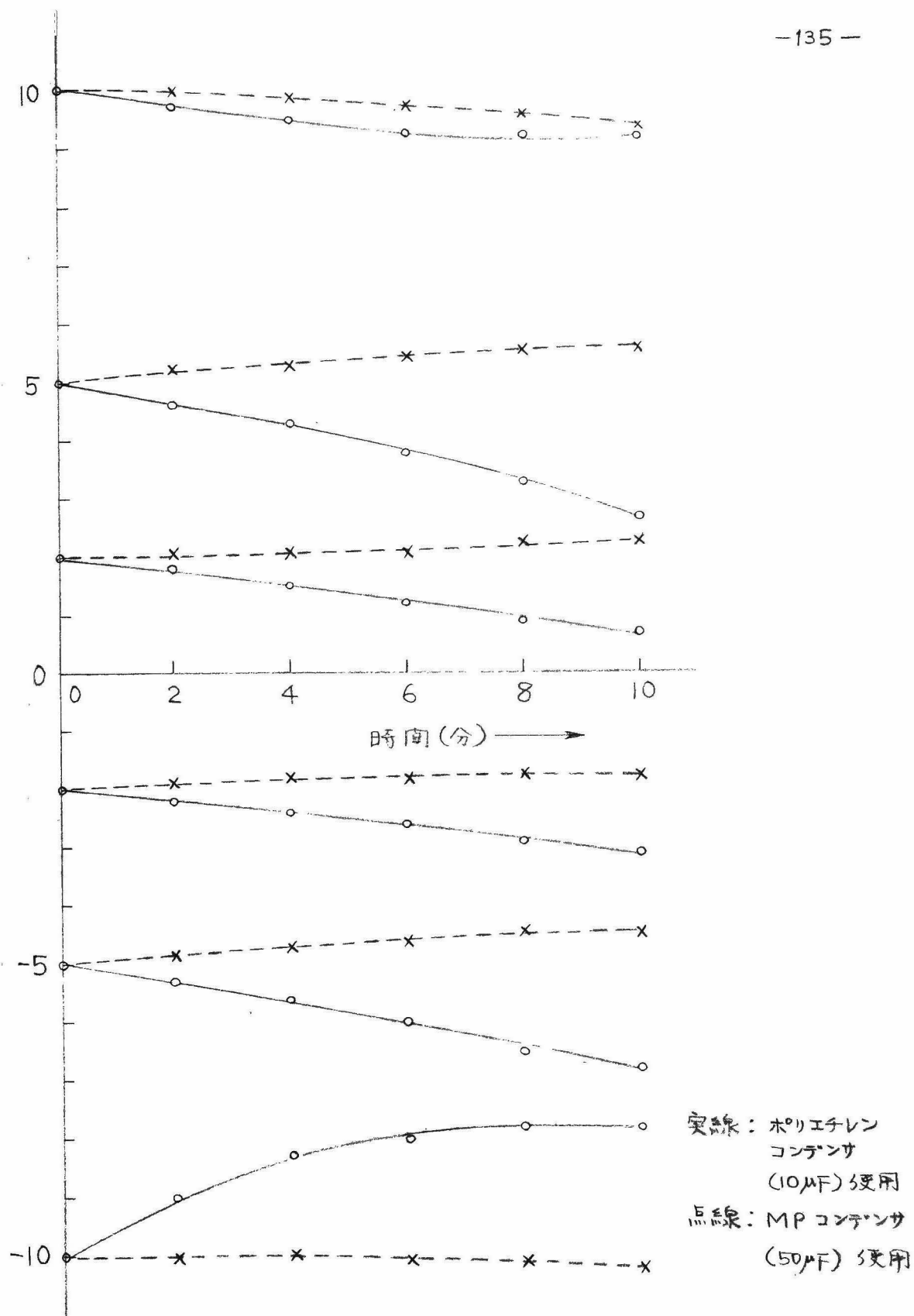
## 2.7 入力演算インピーダンスと演算誤差との関係

前節において磁気増幅器式加算器の精度と入力巻線巻数との関係について考察を行なったが、本節においては演算インピーダンスと各種加算器誤差との関係について考察する。演算インピーダンスのうち帰還インピーダンス  $Z_f$  は演算誤差に比率的影響を与えるのに対して、入力インピーダンス  $Z_i$  は入力巻線インピーダンスに比べて大きい範囲では殆んど影響を与えない。したがって演算インピーダンスの値を決定する手順は次のようになるのが普通である。まず許容演算誤差の点から  $Z_f$  を決定する。(試作器では 100 k $\Omega$  を標準値とした。) 次に  $Z_i$  を決定するに当っては必要な倍率 ( $\frac{Z_f}{Z_i}$  によって定まる) を得ることと、前段に接続されるべき増幅器の許容負荷内に収めることを考慮して決定する。しかし実際には  $Z_i$  を小さくとると前節で考察した演算誤差の一般式からわかるように、入力巻線のインピーダンスとの兼ね合いで誤差が増加する。また同様のことが多入力加算器として使用する場合にも生じる。

このような見地より入力インピーダンスと演算誤差との関係を見出し、実際に使用可能な限界を与えるとともにこれに対する対策について考察した結果を述べる。

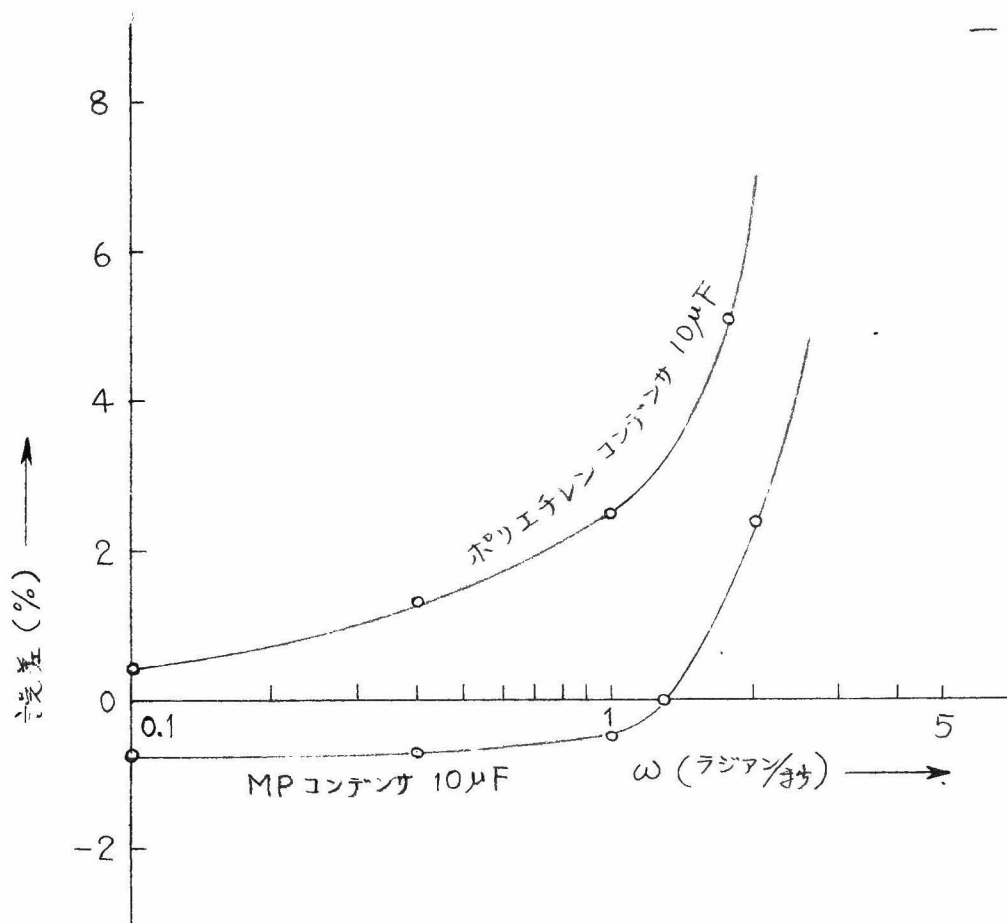
---

\* 2.4 節において求めた演算誤差の一般式の形から結論づけることが出来る。また実験の結果によれば帰還インピーダンス  $Z_f$  とドリフト電圧とは比率的関係にある。



第 2.19 図(a) 積分器の保持特性 (入力抵抗 100K $\Omega$ )





第 2.19 図 (b) サークルテスト 実験結果

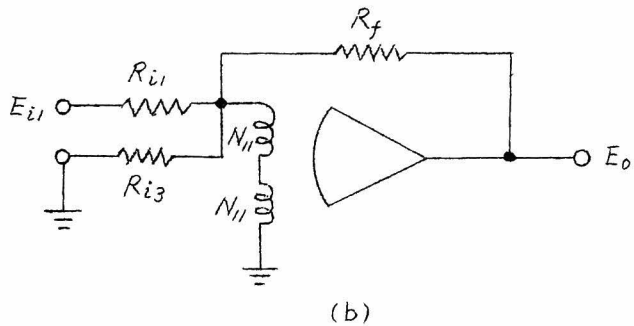
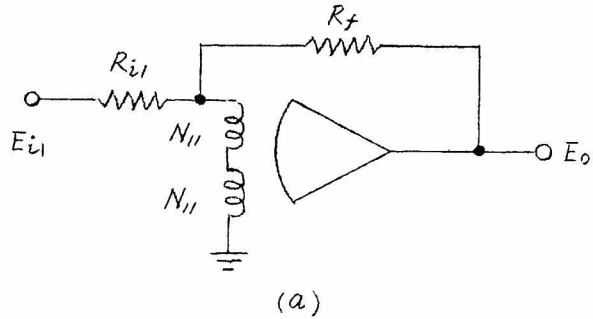
( 積分器の入力抵抗 100K $\Omega$   
加算器の入力, 帰還抵抗 100K $\Omega$  )





## (a) 標準形加算器の場合

第2.20図に示すような2つの場合について考察する。すなわち (a) 図は何倍の係数まで掛けられることが出来るかを考察することになり、  
(b) 図の場合は何個まで入力端子の数を増加出来るかを考察することになる。



第2.20 標準形加算器の結線

$$\varepsilon_{1Sa} = \frac{R_f}{2N_{11}R_{A0}} \left\{ 1 + \frac{4}{R_{i1}} (1+\alpha) K N_{11}^2 + \frac{4}{R_f} (1+\alpha) K N_{11}^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_0}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.77)$$

となり、 $R_{i1}$  の変化による  $\varepsilon_{1S}$  の変化を計算することが出来る。

実験に使用したリアクトルのうち2種類を選んで(2.77)式の関係を考察する。前節に示した各図において供試リアクトルの仕様を○印で表わしたが、ここではそのうち2番と3番のものを例にとることにする。第2.21図(a), (b)はそれぞれ  $R_f = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_f = 10 \text{ k}\Omega$  の場合について(2.40)式の仮定のもとに  $\varepsilon_{1Sa} - R_{i1}$  曲線を計算した結果である。同図(a)によれば  $R_{i1} = 100 \text{ k}\Omega$  のときの誤差は2番のリアクトルで約0.26%, 3番のもので約0.16%であつて、その5倍程度までの誤差を許容するものとすれば、 $R_{i1}$  は2番のもので0.3 k $\Omega$ 、3番のもので4 k $\Omega$ 程度まで下げてもよいことになる。次に第2.21図(b)によれば

$R_f = 10 \text{ K}\Omega$  のときの誤差は  $R_f = 100 \text{ K}\Omega$  のときに比べてほぼ  $1/10$  になっており、前述のように誤差が  $R_f$  に比例していることを裏づけている。さらにこの場合の許容誤差を  $R_{i1} = 10 \text{ K}\Omega$  としたときの誤差の5倍まで許すとする、 $R_{i1}$  は  $0.1 \text{ K}\Omega$  程度まで低下させてもよいことになり、むしろこの場合には前段増幅器の許容負荷値の方が問題となる。

次に第2.20図(b)の場合について考える。この場合の誤差の式は(2.3), (2.35) 両式を用いて求められる。 $Z_f = R_{i1} = R$  とおけば直流入力に対する誤差は

$$\varepsilon_{1sb} = \frac{R}{2N_{11}R_{A0}} \left\{ 1 - \frac{8}{R} (1+\alpha) k N_{11}^2 + \frac{4}{R_{i3}} (1+\alpha) k N_{11}^2 \right\} \left( 1 + \frac{r_o}{R_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.78)$$

となり、入力インピーダンス  $R_{i3}$  に対する誤差  $\varepsilon_{1sb}$  を計算することが出来る。第2.22図(a), (b) はそれぞれ  $R = 100 \text{ K}\Omega$ ,  $R = 10 \text{ K}\Omega$  とした場合について(2.40)式の仮定のもとに  $\varepsilon_{1sb} - R_{i3}$  曲線を計算した結果であり、図中の○印は3番のリアクトルについての実験値を示す。同図(a)によれば  $R_{i1} = R_{i3} = 100 \text{ K}\Omega$  とした場合の誤差は2番のリアクトルで  $0.26\%$ 、3番のもので  $0.16\%$  となっており、その5倍の誤差を許容するとすれば  $R_{i3}$  は  $1 \text{ K}\Omega$  程度まで下げてよいことになるので、極めて多数の入力端子を持つ加算器(例えば  $100 \text{ K}\Omega$  入力  $100$  個、または  $10 \text{ K}\Omega$  入力  $10$  個)として使用することが可能である。また第2.22図(b)によれば3番のリアクトルの方の誤差が2番のものに比べて2倍程度に大きくなっていることがわかるが、これは3番のリアクトルの入力巻線の抵抗値が大きいために必要な帰還電流が制限されるために現れた現象であ

---

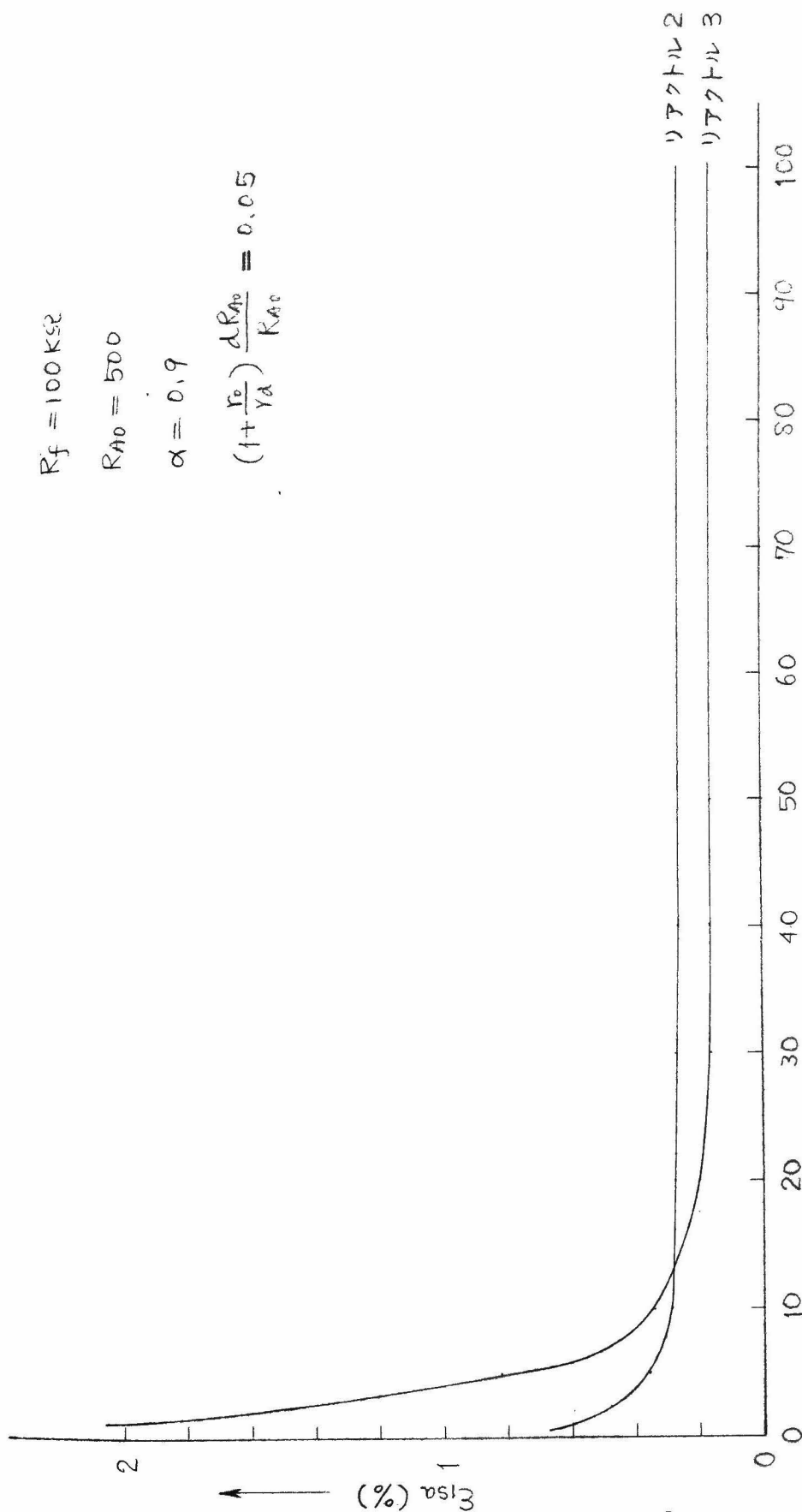
\* 誤差としては相対誤差  $dE_o/[E_o]$  を考え、しかも数値計算には  $dE_o/[E_o]$  が最大値を示すような値を用いているが実際に問題となる誤差としては実用的にフルスケールに対する誤差  $dE_o/[E_o]_{\max}$  で充分である。実験結果ではほぼ  $2 dE_o/[E_o]_{\max} = dE_o/[E_o]$  である。したがって  $R_{i1} = R_f = 100 \text{ K}\Omega$  の場合の相対誤差を  $0.2\%$  とし、その5倍の値まで誤差を許容したとしてもフルスケール誤差に換算すれば  $0.5\%$  になる。

$$R_f = 100 \text{ k}\Omega$$

$$R_{A0} = 500$$

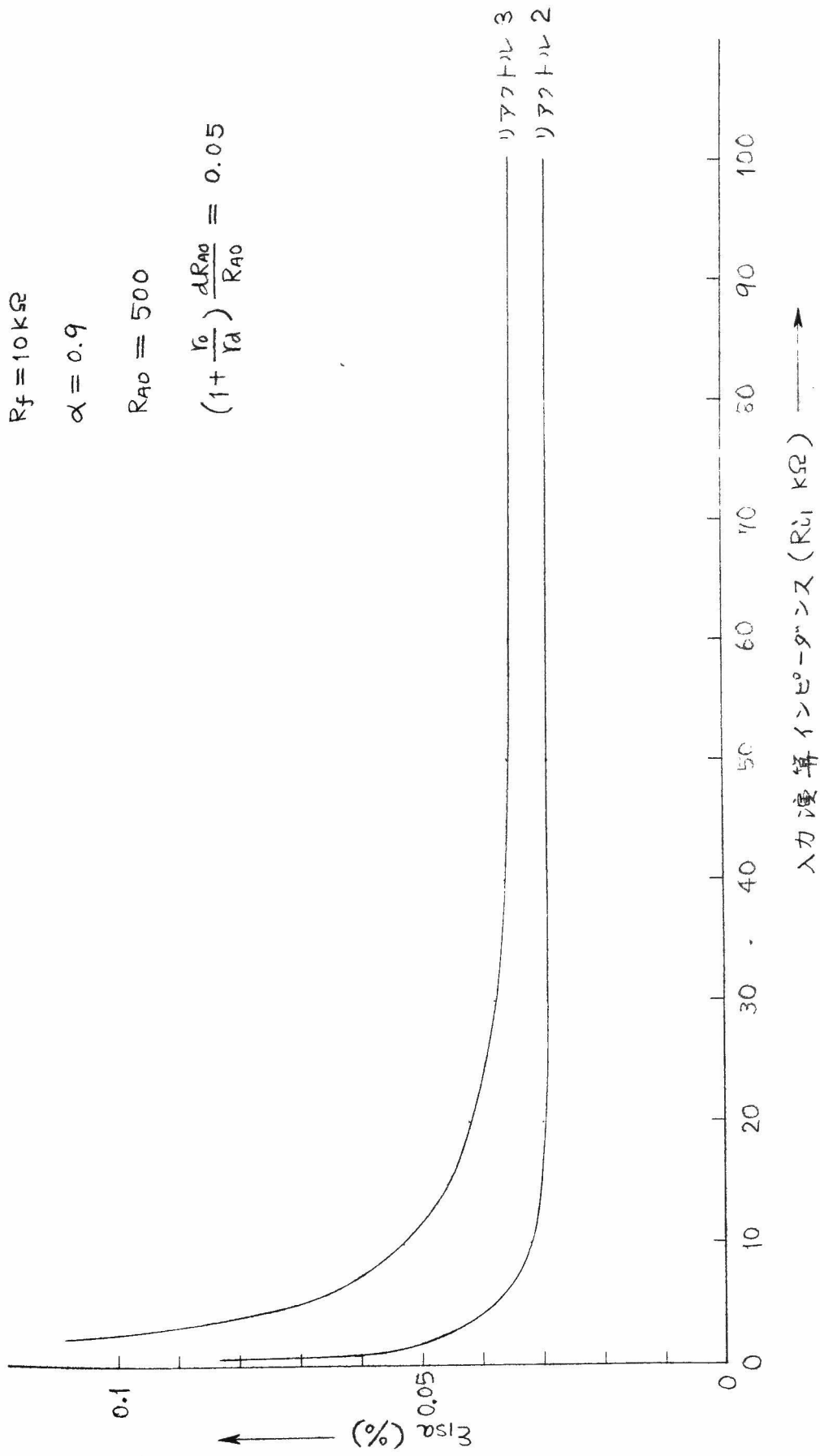
$$\alpha = 0.9$$

$$\left(1 + \frac{r_o}{Y_A}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$



第 2.21 図 (a) 標準形 加算器誤差と入力インピーダンス  $R_i$  との関係





第 2.21 図 (b) 標準形加算器誤差と入力演算インピーダンス  $R_{li}$  との関係



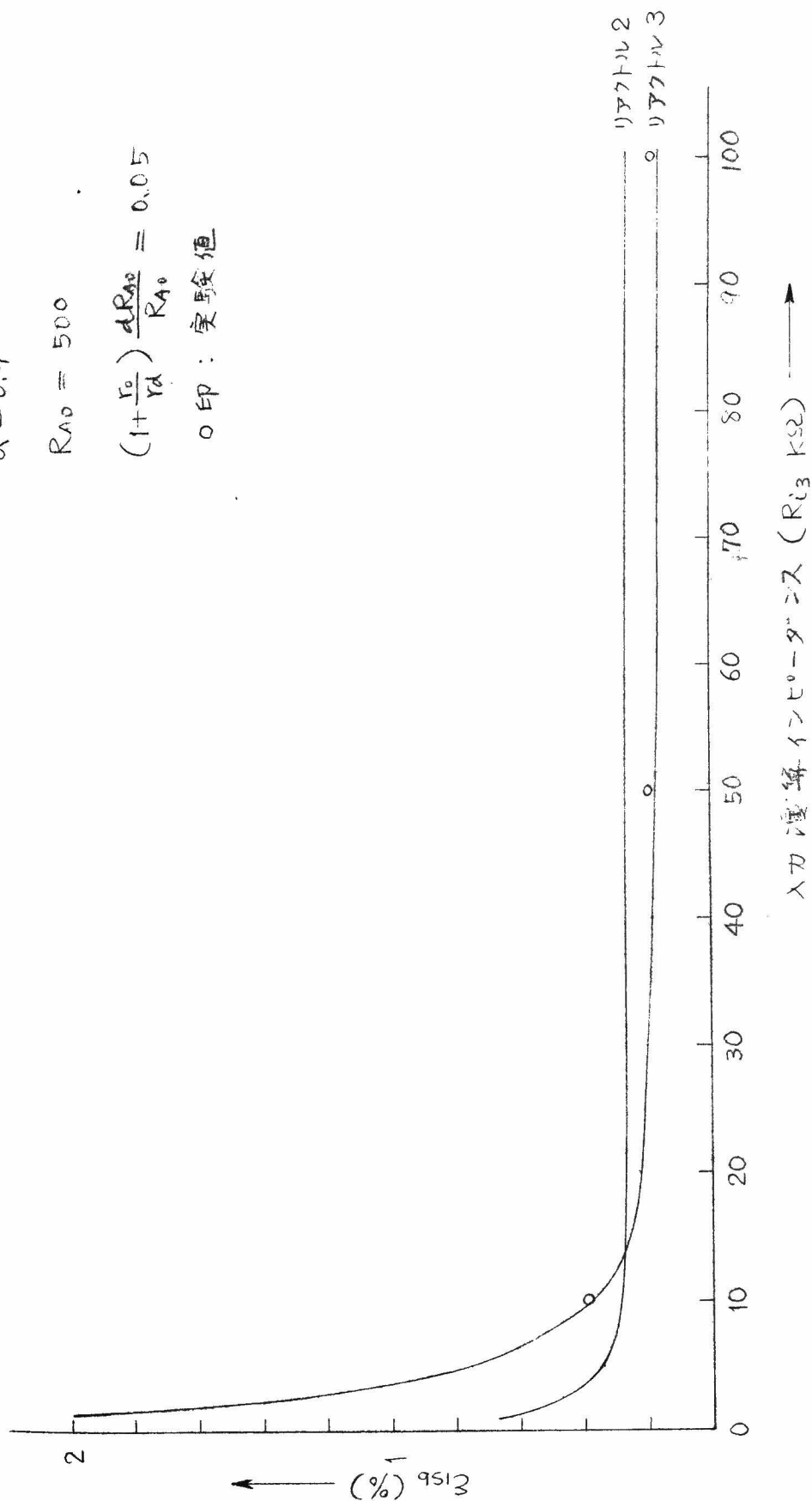
$$R = 100 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{r_0}{r_A}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

○印：実験値



第 2.22 図 (a) 標準形加算器誤差と入力演算インピーダンス  $R_{i3}$  との関係



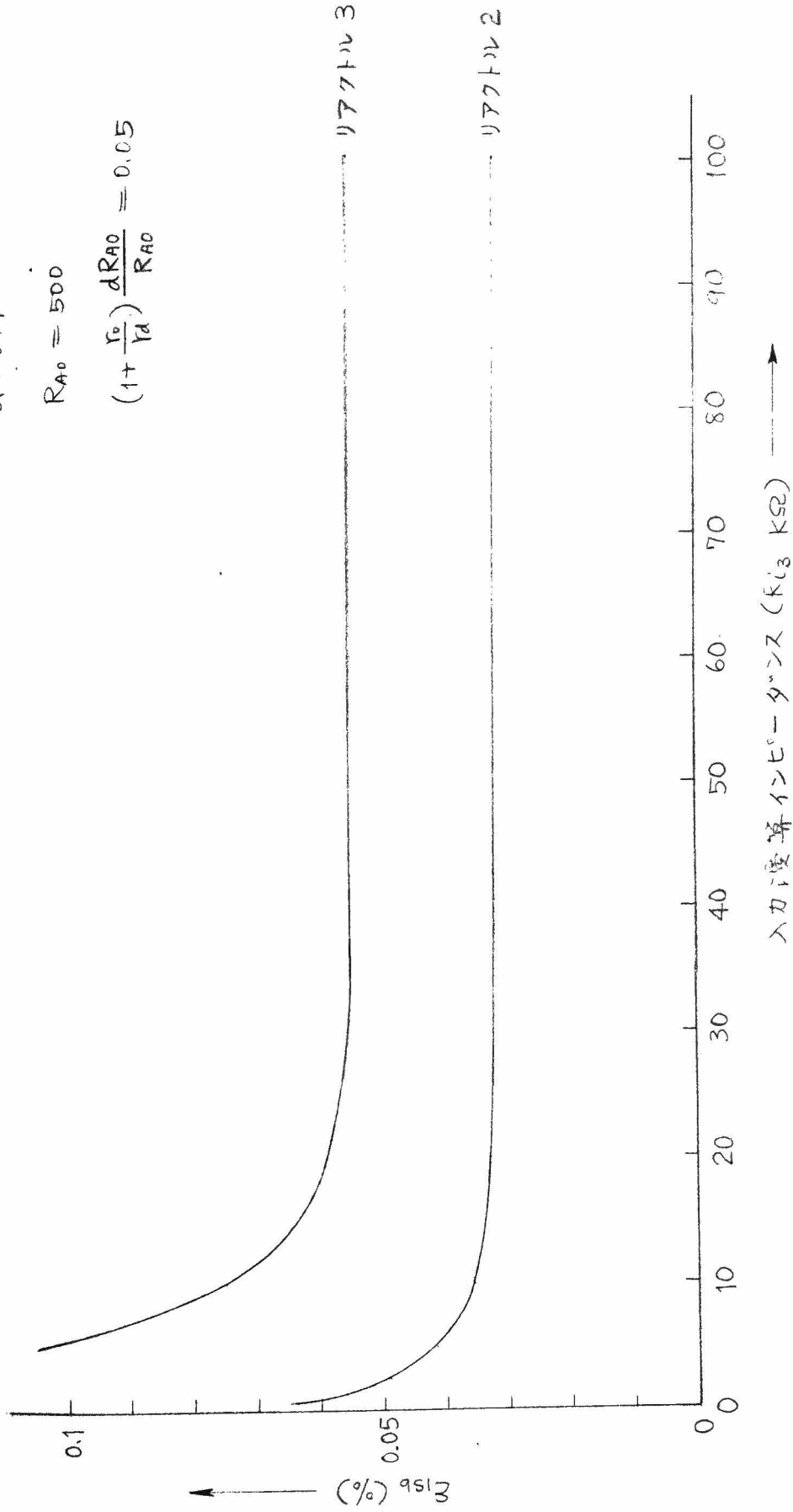


$$R = 10k\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{r_o}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$



第 2.22 図 (b) 標準形加算器誤差と入力インピーダンス  $R_{i3}$  との関係



る。なおこの場合にも  $R_{i3} = 10\text{ k}\Omega$  のときの誤差を中心として前と同様な許容誤差を考えると2番のリアクトルでは  $R_{i3}$  を  $0.1\text{ k}\Omega$  程度まで下げてもよいことがわかる。

(b) 入力絶縁形加算器の場合

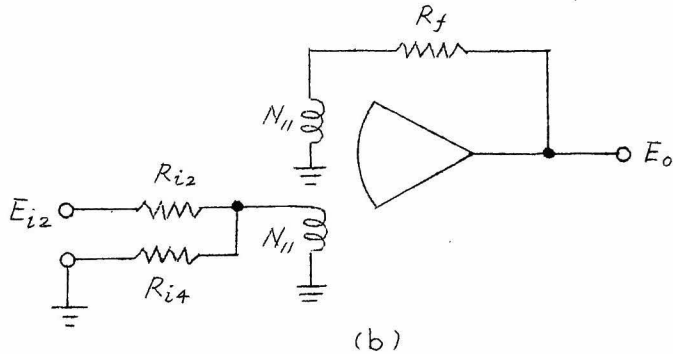
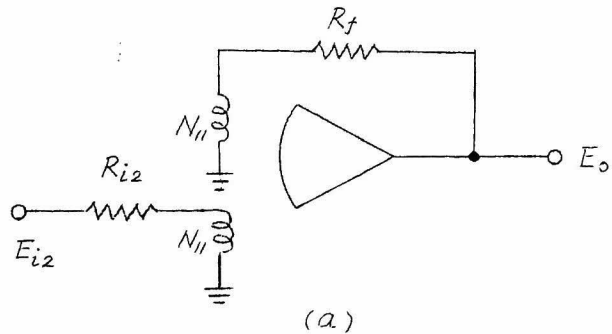
入力絶縁形加算器の場合は前に述べた標準形加算器の場合(2.7節(a))と異なり絶縁された入力巻線を使用しているので、入力演算インピーダンスの効果が大きい。

第2.23図は入力絶縁形加算器の結線を示すもので、以下同図の2つの場合に分けて考察する。

まず第2.23図(a)

の結線について考える。この場合の誤差の式は(2.36)式を用いて求められる。

$Z_f = R_f$  とおけば直流入力に対する誤差は



第2.23図 入力絶縁形加算器結線

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2sa} = & \frac{R_{i2}}{R_{i2} + 4\kappa N_{11}^2} \left( 1 + \frac{4}{R_f} \alpha \kappa N_{11}^2 \right) - 1 \\ & + R_{i2} R_f \left( 1 + \frac{4}{R_f} \alpha \kappa N_{11}^2 \right)^2 \frac{1}{R_{i2} + 4\kappa N_{11}^2} \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \end{aligned} \quad (2.79)$$

となる。第2.24図(a)は  $R_f = 100\text{ k}\Omega$  の場合について(2.40)式の仮定のもとに  $\varepsilon_{2sa} - R_{i2}$  曲線を計算したものである。この場合には入力演算

インピーダンス  $R_{i2}$  の影響が著しく現われているが、その理由は (2.79) 式の第1項において  $R_{i2}$  が減少すると  $R_{i2} / (R_{i2} + 4kN_{ii}^2)$  が急激に減少するからである。第2.24図(a)によれば  $R_{i2} = R_f = 100 \text{ k}\Omega$  の場合の誤差を中心にしてその5倍程度の誤差を許容したとしても  $R_{i2}$  は2番のリアクトルで  $50 \text{ k}\Omega$  程度、3番のものでは  $75 \text{ k}\Omega$  程度までしか下げられないことになる。また第2.24図(b)は  $R_f = 10 \text{ k}\Omega$  とした場合に  $E_{2sa} - R_{i2}$  曲線を求めた結果である。この場合には3番のリアクトルの誤差が極めて大きくなるので2番のものだけを図示した。すなわち3番のリアクトルを使用するときには帰還演算インピーダンスの選び方が問題となるわけであって、結論的には  $R_f$  を  $100 \text{ k}\Omega$  以上にして使用すべきであろうと考えられる。なお2番のリアクトルについて前と同様な許容誤差を考えると  $R_{i2}$  は  $70 \text{ k}\Omega$  程度までしか下げられないことになる。

次に第2.23図(b)の結線の場合について考える。この場合の誤差の式は (2.3), (2.36) 両式を用いて求められる。  $Z_{i2} = Z_f = R$  とおけば直流入力に対する誤差は

$$E_{2sb} = \frac{1}{\left(1 + \frac{4}{R}kN_{ii}^2 + \frac{4}{R_{i4}}kN_{ii}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R} \alpha kN_{ii}^2\right) - 1$$

$$+ \frac{R}{\left(1 + \frac{4}{R}kN_{ii}^2 + \frac{4}{R_{i4}}kN_{ii}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R} \alpha kN_{ii}^2\right)^2 \frac{1}{N_{ii}R_{A0}} \left(1 + \frac{r_0}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.80)$$

となる。第2.25図(a)は  $R_f = 100 \text{ k}\Omega$  として (2.40) 式の仮定のもとに  $E_{2sb} - R_{i4}$  曲線を計算した結果である。同図より前と同様な許容誤差を仮定すれば2番のリアクトルで  $30 \text{ k}\Omega$  程度まで  $R_{i4}$  を下げてもよいことになる。また第2.25図(b)は  $R = 10 \text{ k}\Omega$  として2番のリアクトルに関する  $E_{2sb} - R_{i4}$  曲線を求めた結果である。同図に見られるようにこの場合には  $R_{i4} = 100 \text{ k}\Omega$  のときでも約1.5%の誤差があり、 $R_{i4}$  は少くとも  $60 \text{ k}\Omega$  以上で使用するべきであろうと考えられる。

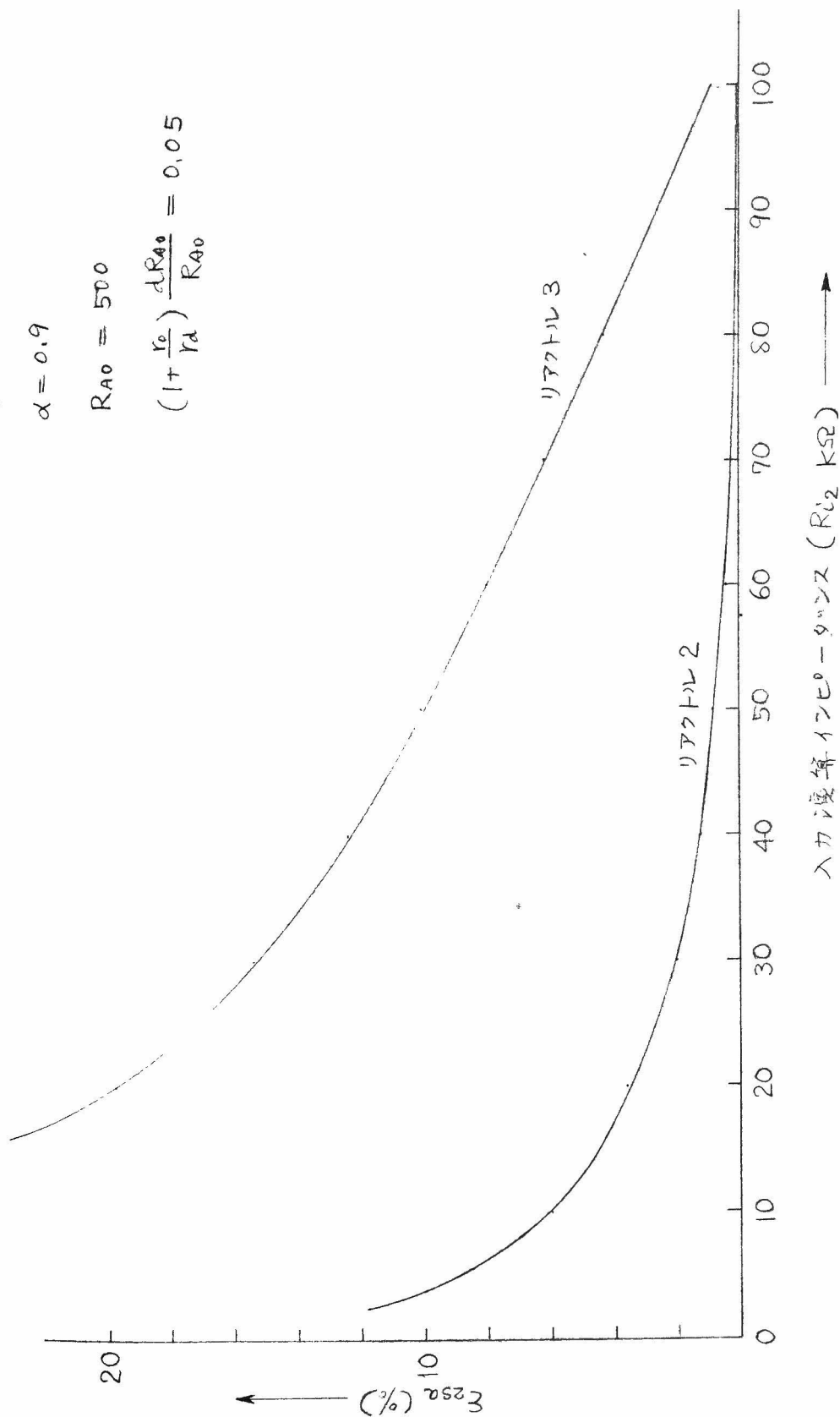
(C) 2入力巻線形加算器の場合

$$R_f = 100 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

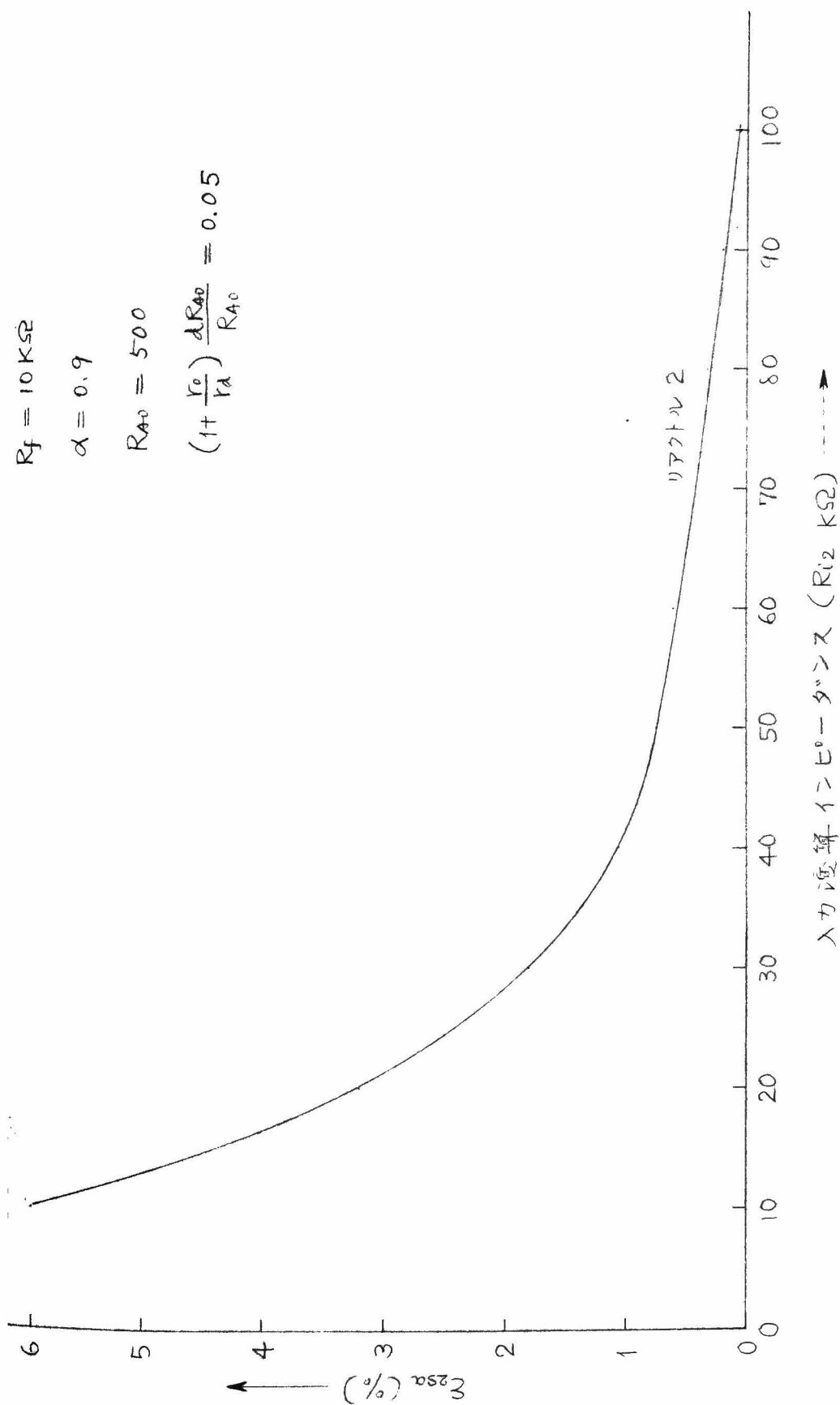
$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{r_o}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$



第 2.24 図 (a) 入力絶対値形加算器誤差と入力演算インピーダンス  $R_{i2}$  との関係





第 2.24 図 (b) 入力絶縁形加算器の誤差と入力変換インピーダンス  $R_{i2}$  との関係





$$R = 100 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{V_o}{V_A}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

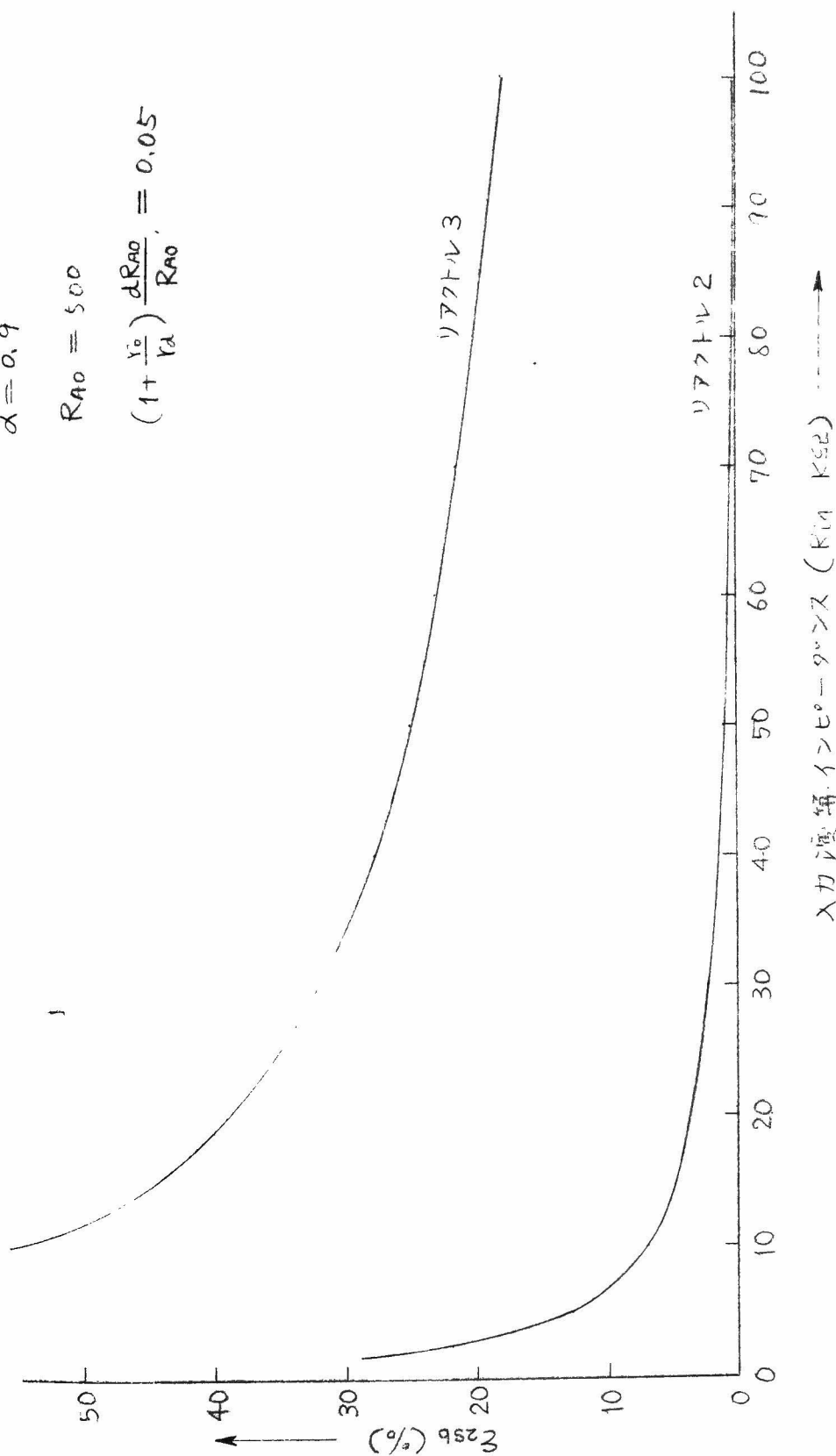


図 2.2.5 (a) 入力絶縁形加算器誤差と入力演算インピーダンス  $R_{in}$  との関係

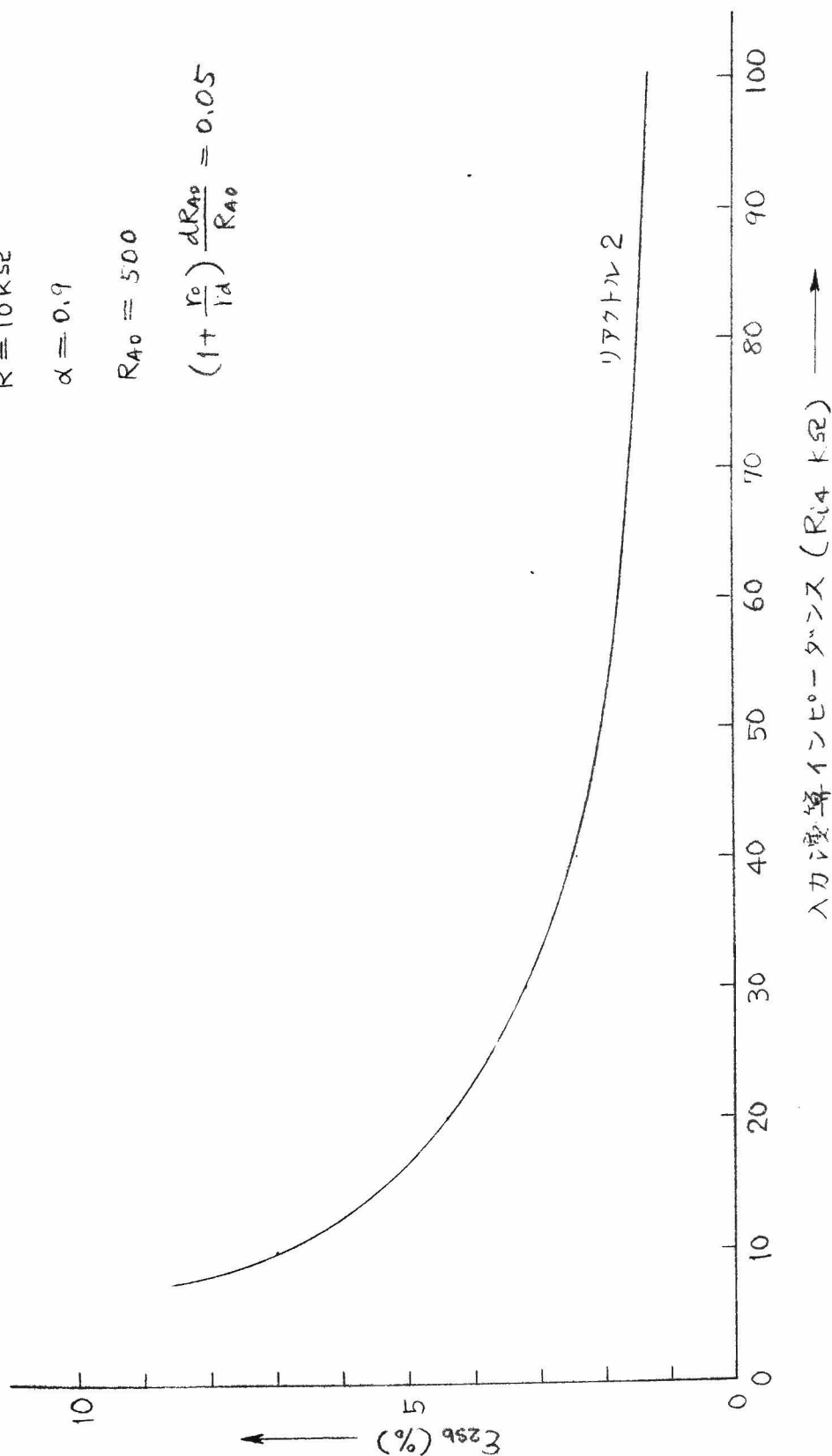


$$R = 10 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{r_0}{i_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

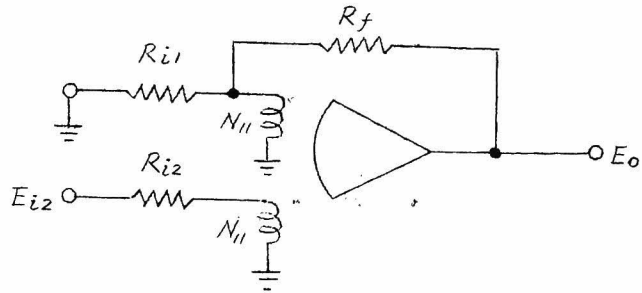


第 2.25 図 (b) 入力変算インピーダンスと入力変算インピーダンス  $R_{i4}$  との関係



第2.26図に示す結線において  $Z_{i1}$  と誤差との関係を考える。この場合の誤差の式は(2.3), (2.36)より求められる。

$Z_{i2} = Z_f = R$  とおくと直流入力に対する誤差は



第2.26図 2入力巻線形加算器結線

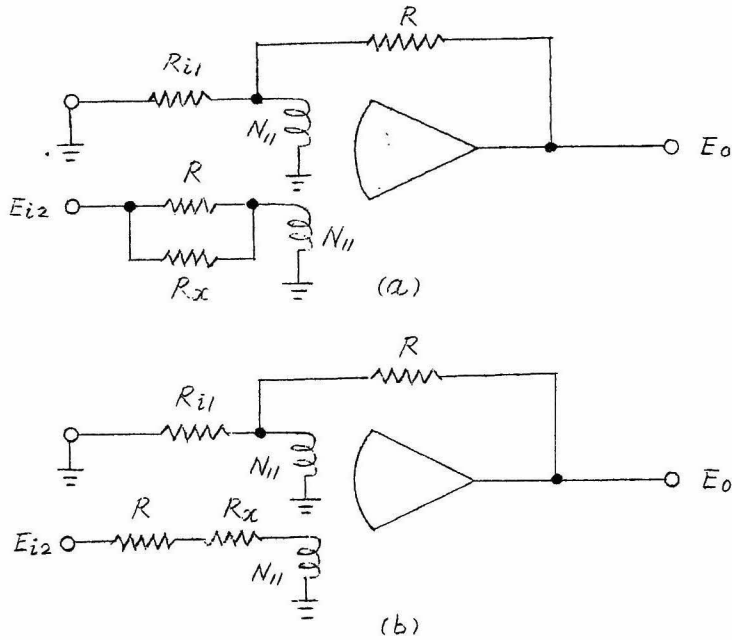
$$\begin{aligned} \epsilon_{12S} = & \frac{1}{\left(1 + \frac{4}{R} k N_{11}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R_{i1}} \alpha k N_{11}^2 + \frac{4}{R} \alpha k N_{11}^2\right) - 1 \\ & + \frac{R}{\left(1 + \frac{4}{R} k N_{11}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R_{i1}} \alpha k N_{11}^2 + \frac{4}{R} \alpha k N_{11}^2\right)^2 \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left(1 + \frac{r_o}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.81) \end{aligned}$$

となる。第2.27図(a)は  $R=100\text{ k}\Omega$  の場合に(2.40)式の仮定のもとに  $\epsilon_{12S}-R_{i1}$  曲線を計算した結果である。同図の○印は3番のリアクトルについての実験値を示す。この場合には  $R_{i1}=100\text{ k}\Omega$  のときの誤差を中心にしてその5倍の誤差を許容すれば2番のリアクトルのもので30  $\text{k}\Omega$  程度まで  $R_{i1}$  を下げてもよいことになる。次に同図(b)は  $R=10\text{ k}\Omega$  の場合について同様の計算を行なった結果を示す。この場合にも上と同様の許容誤差を仮定すると2番のリアクトルのもので60  $\text{k}\Omega$  程度まで  $R_{i1}$  を下げてもよいことになる。

#### (d) 2入力巻線形加算器誤差を補償する方法

(2.81)式にもとづいて2入力巻線形加算器の誤差消去法について考察する。誤差の消去法には第2.28図に示すように2種類の方法が考えられる。

まず第2.28図(a)のように補償抵抗  $R_x$  を入力インピーダンスに並列に接続するとき(2.81)式は次のように書きかえられる。



第2.28図 2入力巻線形加算器の誤差補償法

$$\begin{aligned} \varepsilon_{125} = & \frac{1}{\left(1 + \frac{4}{R} k N_{11}^2 + \frac{4}{R_x} k N_{11}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R_{i1}} \alpha k N_{11}^2 + \frac{4}{R} \alpha k N_{11}^2\right) - 1 \\ & + \frac{R}{\left(1 + \frac{4}{R} k N_{11}^2 + \frac{4}{R_x} k N_{11}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R_{i1}} \alpha k N_{11}^2 + \frac{4}{R} \alpha k N_{11}^2\right)^2 \frac{1}{N_{11} R_{A0}} \left(1 + \frac{r_o}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.82) \end{aligned}$$

(2.82) 式において第2項までの値が零となる条件を求めると

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R_x} = \alpha \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{i1}} \right) \quad (2.83)$$

となり、 $\alpha = 0.9$  とすれば  $R_x \cong R_{i1}$  となって補償が簡単であるが  $R_{i1}$  の低下と共に入力回路に入る抵抗値が小さくなり回路の時定数が大きくなると云う欠点がある。次に第2.28図(b)に示した方法について考える。この場合の誤差の式は

$$\varepsilon_{125} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_x}{R} + \frac{4}{R} k N_{11}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R_{i1}} \alpha k N_{11}^2 + \frac{4}{R} \alpha k N_{11}^2\right) - 1$$

$$R = 100 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{r_0}{r_a}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

○印: 実験値

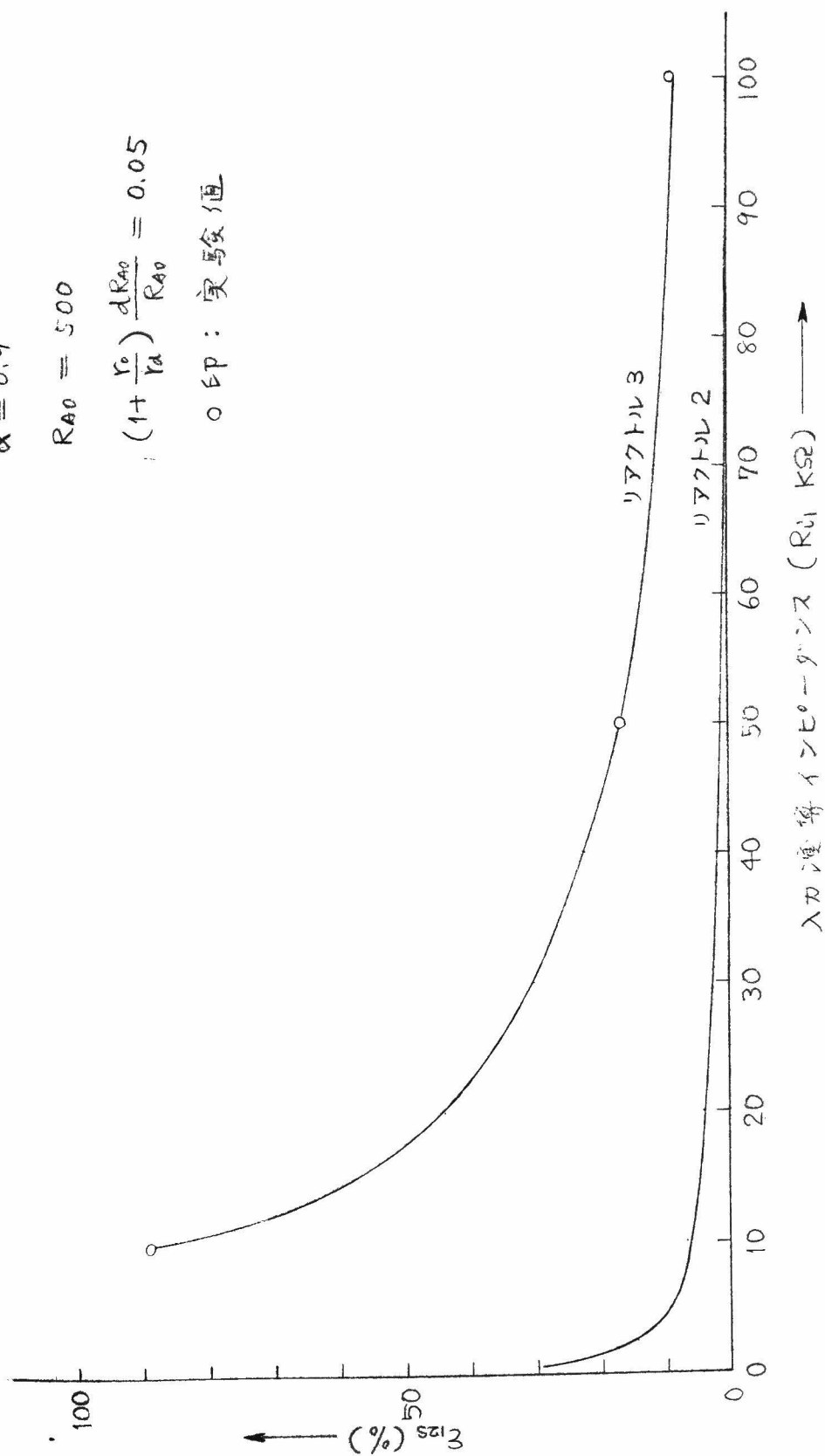


図 2.27 (a) 2入力巻線形加算器の特性と入力インピーダンス  $R_i$  との関係



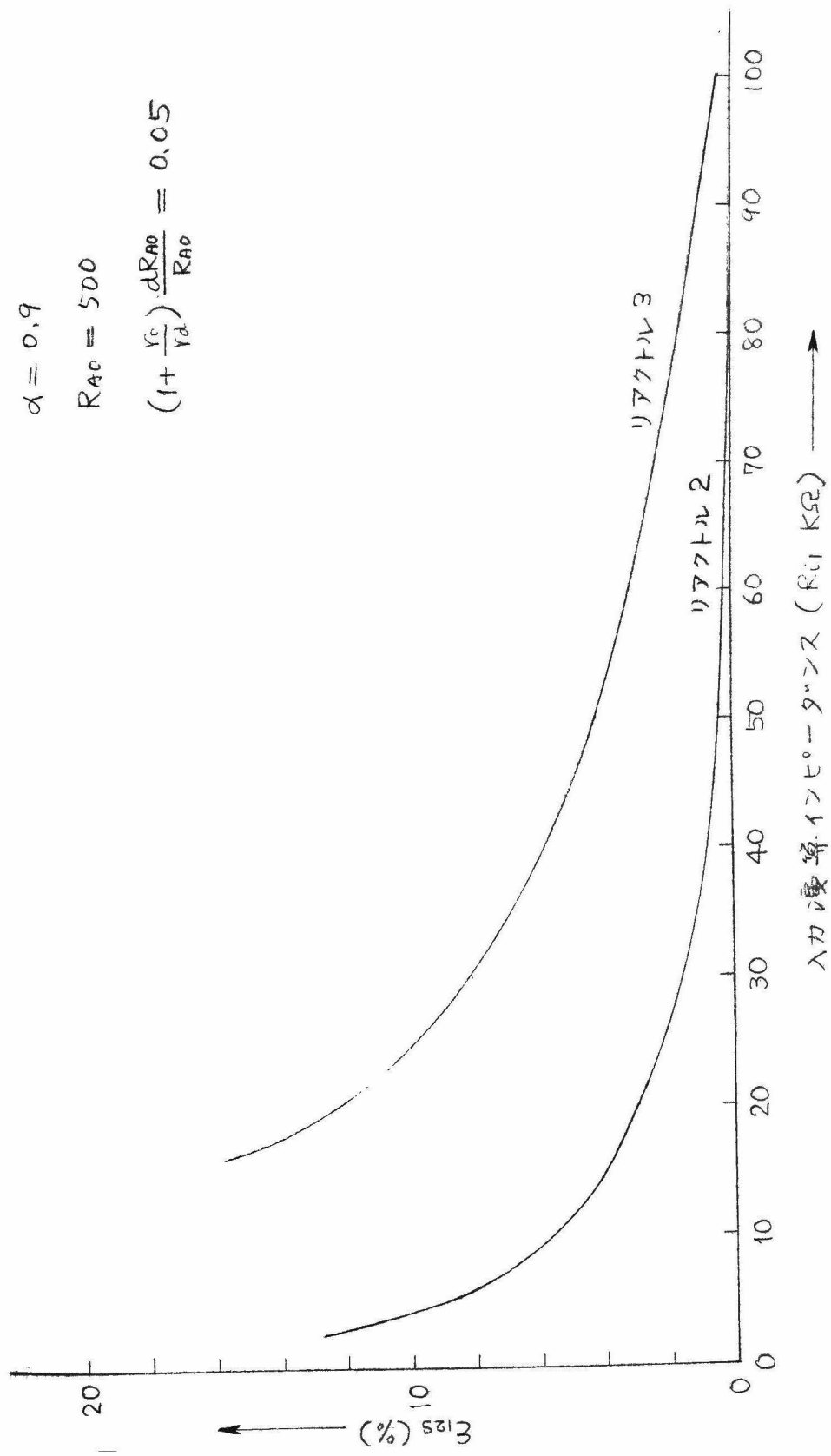


$$R = 10 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{AO} = 500$$

$$\left(1 + \frac{Y_C}{Y_d}\right) \frac{dR_{AO}}{R_{AO}} = 0.05$$



第 2.27 図 (b) 2 入力巻線形加算器の出力と入力電圧インピーダンス  $R_i$  との関係



$$+ \frac{R}{\left(1 + \frac{R_x}{R} + \frac{4}{R} \kappa N_{ii}^2\right)} \left(1 + \frac{4}{R_{ii}} \alpha \kappa N_{ii}^2 + \frac{4}{R} \alpha \kappa N_{ii}^2\right)^2 \frac{1}{N_{ii} R_{A0}} \left(1 + \frac{r_0}{r_d}\right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}} \quad (2.84)$$

となるから

$$1 + \frac{R_x + 4\kappa N_{ii}^2}{R} = 1 + \frac{4}{R_{ii}} \alpha \kappa N_{ii}^2 + \frac{4}{R} \alpha \kappa N_{ii}^2$$

すなわち

$$R_x = 4\kappa N_{ii}^2 \left\{ \alpha R \left( \frac{1}{R_{ii}} + \frac{1}{R} \right) - 1 \right\} \quad (2.85)$$

が得られる。第2.29図は(2.85)式により3番のリアクトルを使用したものについて  $R_x - R_{ii}$  曲線を  $R = 100 \text{ K}\Omega$  として計算した結果である。同図の○印は実験によつて誤差を補償したときの補償抵抗を示す。また上に述べた2種類の補償法について  $R = 100 \text{ K}\Omega$  とした場合の時定数の変化を実験的にしらべた結果を図に示すと第2.30図が得られる。同図に見られるように演算器の時定数の見地から考えると(b)法の方が適していると考えられる。なお、この補償法の欠点は入力演算インピーダンス  $R_{ii}$  の大きさによつて補償抵抗が変化することであるが、入力演算インピーダンスを固定して使用する演算器では有用である。

## 2.8 高周波電源を用いた磁気増幅器式演算器の試作研究

2.5節において磁気増幅器演算器に関する理論的解析を行ない、各種の演算器誤差、伝達インピーダンス  $R_{A0}$ 、入力巻線のインピーダンス、使用電源周波数等の相互関係を明らかにすると同時に、これらの考察結果をもとにして磁気増幅器リアクトルの鉄心が与えられた場合の入力巻線巻数の決定法を見出した。しかしこれらの演算要素についても未だ問題点がある。その主なものを挙げると次のごとくである。

- (1) 周波数特性が悪いこと。実験並びに理論的計算によれば、50サイクル/秒の電源を使用した2番のリアクトルの演算器で演算インピーダンスを  $100 \text{ K}\Omega$  とした場合の加算器の周波数特性は約 15 サイクル/秒 (3

db)である。

(2) 磁気増幅器式演算器の応用目的はオンライン計算制御用の計算機であるため、多数の計算要素をまとめて1台の計算機を構成することが多い。そのため個々の演算増幅器の具備すべき条件として小形軽量であること、製造原価が低廉であること等が望まれる。

良く知られているように磁気増幅器の周波数特性を改善する最も有効な方法は使用する電源周波数を上げることである。一方、鉄心の寸法を一定にして電源周波数のみを上昇すると、交流巻線が減少し、その結果増幅器1個当りの電力消費量が急激に増加する。したがって、電力消費量を一定にしたまま電源周波数を上昇するためには鉄心寸法を小さくする必要がある。この関係は上述の2つの問題点を同時に解決の方向へ導くものであって都合が良い。筆者等は電源周波数を5キロサイクル/秒に選ぶ従来<sup>\*</sup>の経験を応用して電圧帰還形磁気増幅器式演算器の試作研究を行なった。以下にその結果を述べる。

#### (a) 演算器の応答改善法に関する考察

前述のように磁気増幅器式演算要素の最大の欠点は応答速度の違いことである。2.5節において磁気増幅器を使用した加算器の性能係数として $\omega_0/\varepsilon_{1s}$ を定義したが、 $\varepsilon$ が一定のときは折点周波数 $\omega_0$ が大きい程良好なダイナミック特性が得られることになる。一方 $\varepsilon_{1s}$ は近似的に増幅器の増幅率に逆比例<sup>\*\*</sup>すると考えられるので、増幅器の増幅率を低下さ

\* 実験によれば  $\frac{E_o}{E_{Li}} = \frac{1}{1 + 0.0134p + 1.8 \times 10^{-4}p^2}$  であり、計算では

(2.69)式を応用して  $\frac{E_o}{E_{Li}} = \frac{1}{1 + 0.0160p + 1.6 \times 10^{-4}p^2}$  となって周波

数特性が3db低下する周波数は約15サイクル/秒となる。

\*\* 直流入力に対する加算器誤差は(2.39)式により

$$\varepsilon_{1s} = \frac{R}{2N_{II}R_{A0}} \left[ 1 + \frac{8}{R}(1+\alpha)K N_{II}^2 \right] \left( 1 + \frac{r_o}{r_d} \right) \frac{dR_{A0}}{R_{A0}}$$

$2N_{II}R_{A0}$  は定義により増幅器の電流-電圧増幅率に対応する。

$$R = 100 \text{ K}\Omega$$

$$\alpha = 0.9$$

$$R_{A0} = 500$$

$$\left(1 + \frac{r_o}{r_d}\right) \frac{i R_{A0}}{R_{A0}} = 0.05$$

o印: 実験値

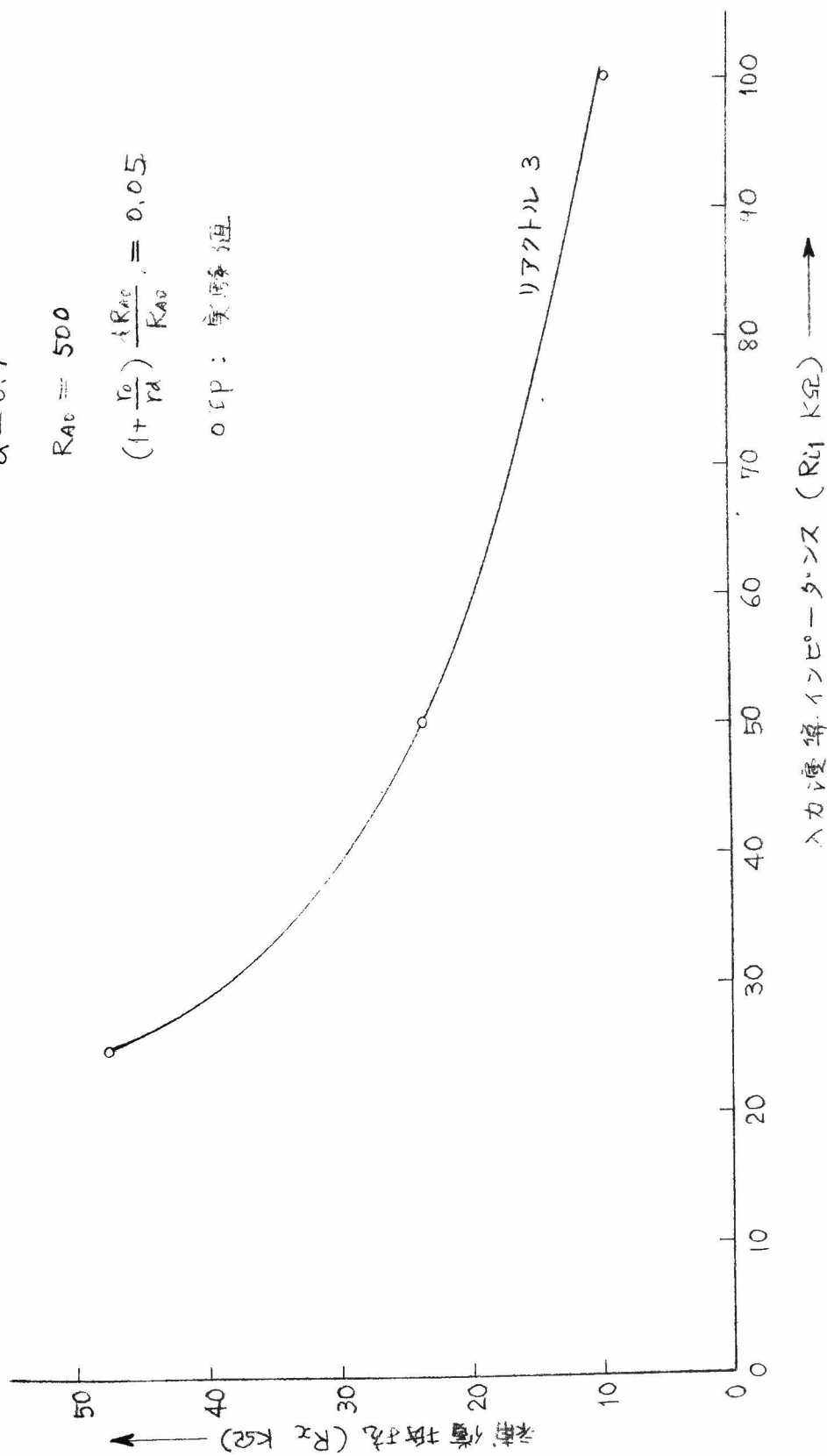
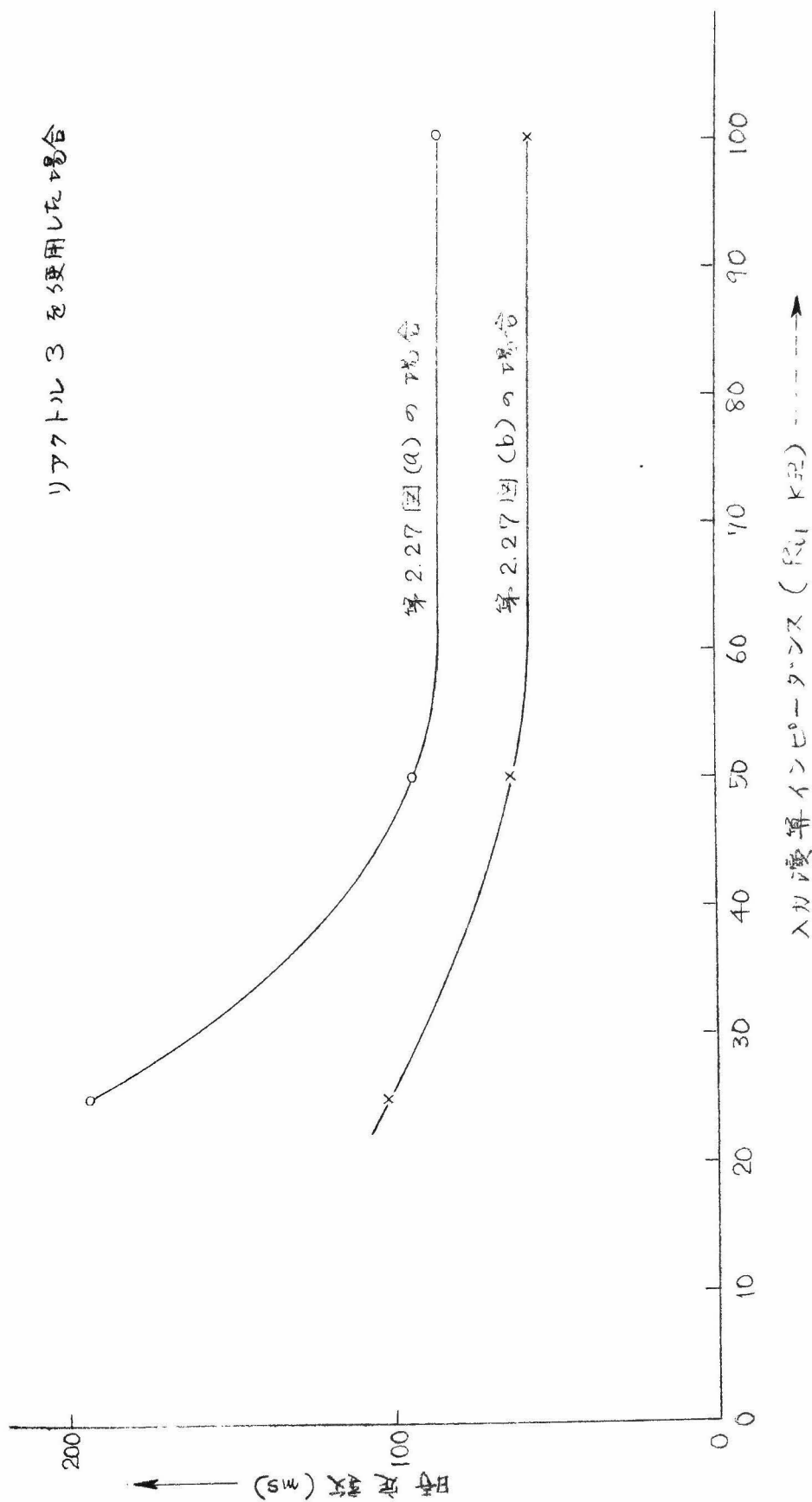


図 2.29 (2.85)式を満足する補償抵抗値



リアクトル 3 を使用した場合



第 2.30 図 2 入力巻線形加算器の誤差補償を行はば、F 場合の時定数 (実験)





せることなく周波数特性を改善することが必要である。

磁気増幅器の応答を速めるためには従来色々な研究が行なわれており、回路方式による改善法としてレーミー (R.A. Ramey), ルフシー (C.W. Lufcy)<sup>(4)</sup> 等の速応性回路が知られている。しかし、これらの回路を使用しても電源周波数が一定である場合には応答改善度に限界があり、例えばレーミーの回路では応答時間を電源周期の2倍程度までしか短縮出来ないと云われている。これらの方法に対して根本的な改善法として挙げられるのは、使用電源周波数を上昇せしめることである。すでに2.3節において考察したごとく磁気増幅器の入力巻線のインダクタンスは鉄心の材質、形状、大きさが一定であれば電源周波数に逆比例する。一方、増幅器の時定数は入力抵抗を一定とすれば、入力巻線のインダクタンスに比例するから、電源周波数を上昇すれば増幅器の応答速度を有効に改善することが出来ることになる。また前述のように使用電源周波数を上昇すると、鉄心体積を小さくする必要が起るので、小形軽量で且つ応答速度の速い磁気増幅器式演算器の設計が可能になると云う利点がある。しかし、このような利点がある反面、2.5節で述べたように電源周波数を上昇すると  $R_{A0}$  の低下が起り、これを補償するために入力巻線巻数を大きくしなくてはならなくなるが、鉄心が小さいため必要な巻線だけ巻き切れないこと、使用する整流器の周波数特性 (ホール蓄積効果) 等による限界があることなどの問題点も少くないので、これらを合せて考慮した上で適当な電源周波数は選ばなくてはならない。

#### (b) 演算増幅器の構成に関する一般的考察

前項に述べたように使用電源周波数を高くすると、鉄心の材質、形状、大きさを変えなければ磁気増幅器の伝達インピーダンス  $R_{A0}$  の低下が起る。これを補償して必要な利得を保つためには鉄心を小さくするか、あるいは入力巻線巻数を大きくするかしなくてはならないが、どちらにしても巻線加工上の限界に抑えられて必要且つ充分な利得を得ることが難しい。ここではこの問題について考察する。

### (1) 一段増幅の場合

さきに2.5節において考察したごとく、鉄心体積を一定として電源周波数を上昇せしめた場合の最適入力巻線巻数の一例として第2.14図を求めた。同図に示した6番のリアクトルを見てもわかるように、電源周波数が5キロサイクル/秒程度になると、一段増幅の磁気増幅器を用いたのでは必要な利得を期待することは極めて困難であると考えられる。このことは後に実験結果によっても明らかにする。

### (2) 二段増幅の場合

一段増幅のみによつては演算増幅器として必要な利得を得ることが困難であるため、磁気増幅器を二段カスケードに接続すれば高利得で、且つ周波数特性の良好な磁気増幅器式演算器を設計することが可能であろうと考えられる。2段増幅を行なう場合に問題となる点を列記すれば

- (i) 初段増幅器の出力電圧範囲を如何に選ぶべきであるか。
- (ii) 初段増幅器の時定数と後段増幅器の時定数との割合を如何に選ぶべきであるか。
- (iii) 初段増幅器と後段増幅器との利得の割合を如何に選ぶべきであるか。
- (iv) 磁気増幅器の入力回路は誘導性のインピーダンスであるので初段増幅器の負荷が誘導性負荷になる。そのために増幅器の動作が不安定になることはないか、またその安定化の方法はどうか。
- (v) 結合部の回路方式はどのようにするか。
- (vi) 初段増幅器の構成は単体とするか、またはプッシュプルとするか。などがあげられる。上記の(i)ないし(iii)については後に述べるように初段増幅器と後段増幅器との組合せを種々変化させて実験を行ない、(iv)および(vi)については実験的に困難な点を克服した。

### (3) 電源周波数の選択

前述のように磁気増幅器の周波数特性を改善するためには電源周波数

を上昇せしめることが有効であるが、反面次のような制限を受ける。

- (i) 鉄心体積を小さくしなくては使用電力が増加する。
- (ii) 鉄心が小さくなると必要な利得を得るための入力巻線巻数に制限を受ける。
- (iii) 整流器のホール蓄積効果のために使用電源周波数の上限が規定される。

上の (iii) について実験を行なった結果、シリコン整流器 HS-84 (日立製作所) の特性が比較的良好で、約 6 KC/秒程度まで使用可能であることがわかったので、この点を考慮して筆者等は電源周波数を 5 KC/秒に選り、磁気増幅器式演算増幅器の試作実験を行なった。

### (C) 一段増幅による演算器

第 2.2 表は試作した磁気増幅器リアクトルの巻線仕様を示したものである。このリアクトルはすでに 2.5 節において引用したもので、6 番のリアクトルがこれである。この巻線仕様では例えば第 2.12 図からわかるように入力巻線をほぼ巻線加工上の限界に近い値まで巻いて出来るだけ増幅器の利得を上げるようにし、また後の実験のために入力巻線に適宜中間タップを設けた。

第 2.2 表 試作リアクトルの巻線仕様

使用鉄心	センパー・マクス $19\phi \times 15\phi \times \frac{5}{8}$ (0.05 吋厚板)	備 考
交流巻線	150 ターン $0.12\phi$ PVF	
入力巻線	1200 " "	500, 1000T にタップ付
正帰還巻線	100 " "	
バイアス巻線	50 " "	
層間絶縁	マイラーテープによる	
電 源	20V (5 キロサイクル/秒)	

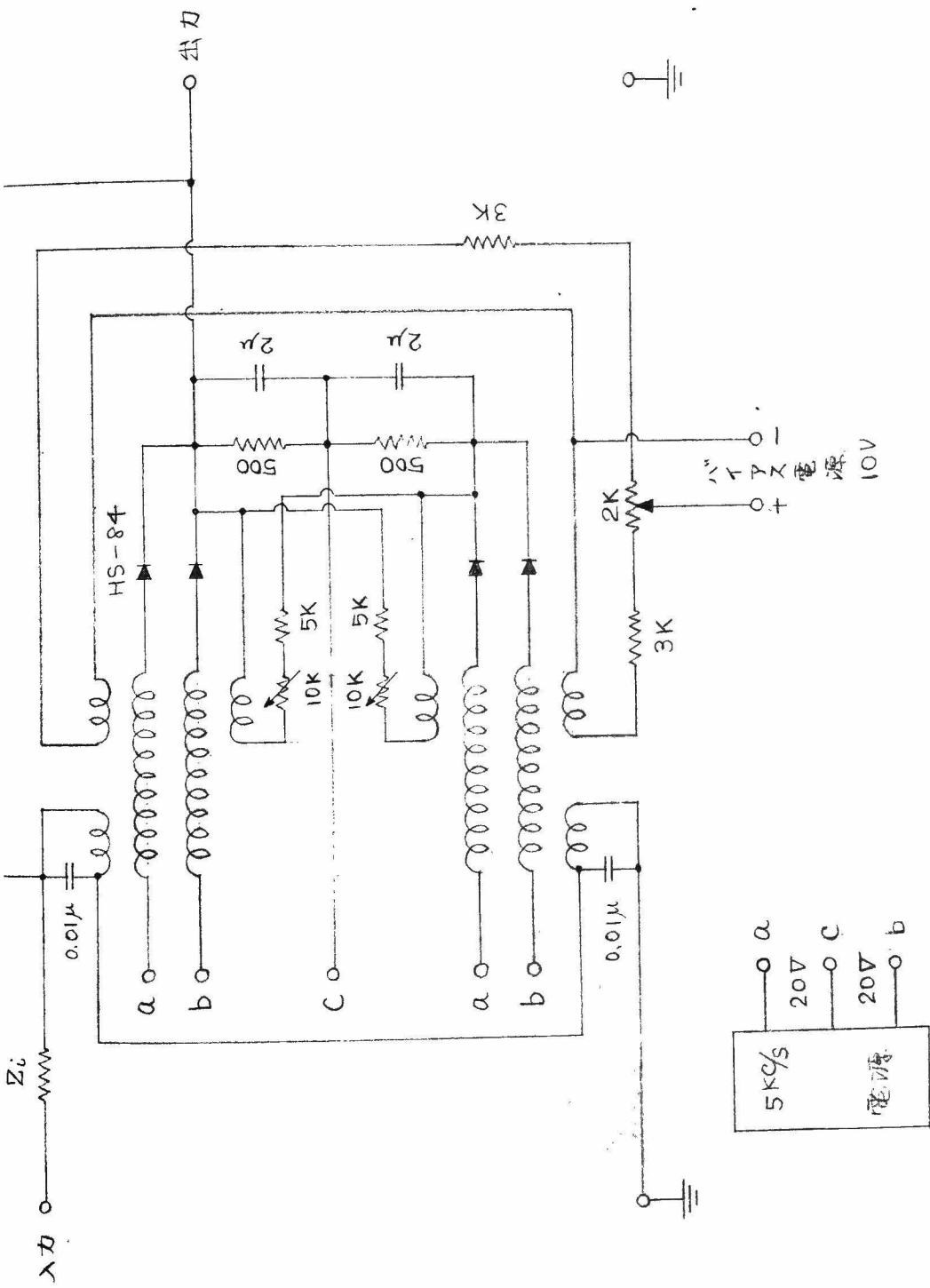
第 2.2 表に示したリアクトルを用いて磁気増幅器式加算器を構成した。

第2.31図にその結線図を示す。同図において出力側に接続した蓄電器 ( $2\mu F$ ) は出力波形のリップル除去用のものである。リップル除去用としてはこの場合電源周波数が高いので、もつと小さい容量で済みそうであるが、第2.2表にも示したように交流巻線数が小さいので比較的大きな容量が必要となる。

#### (1) 増幅特性

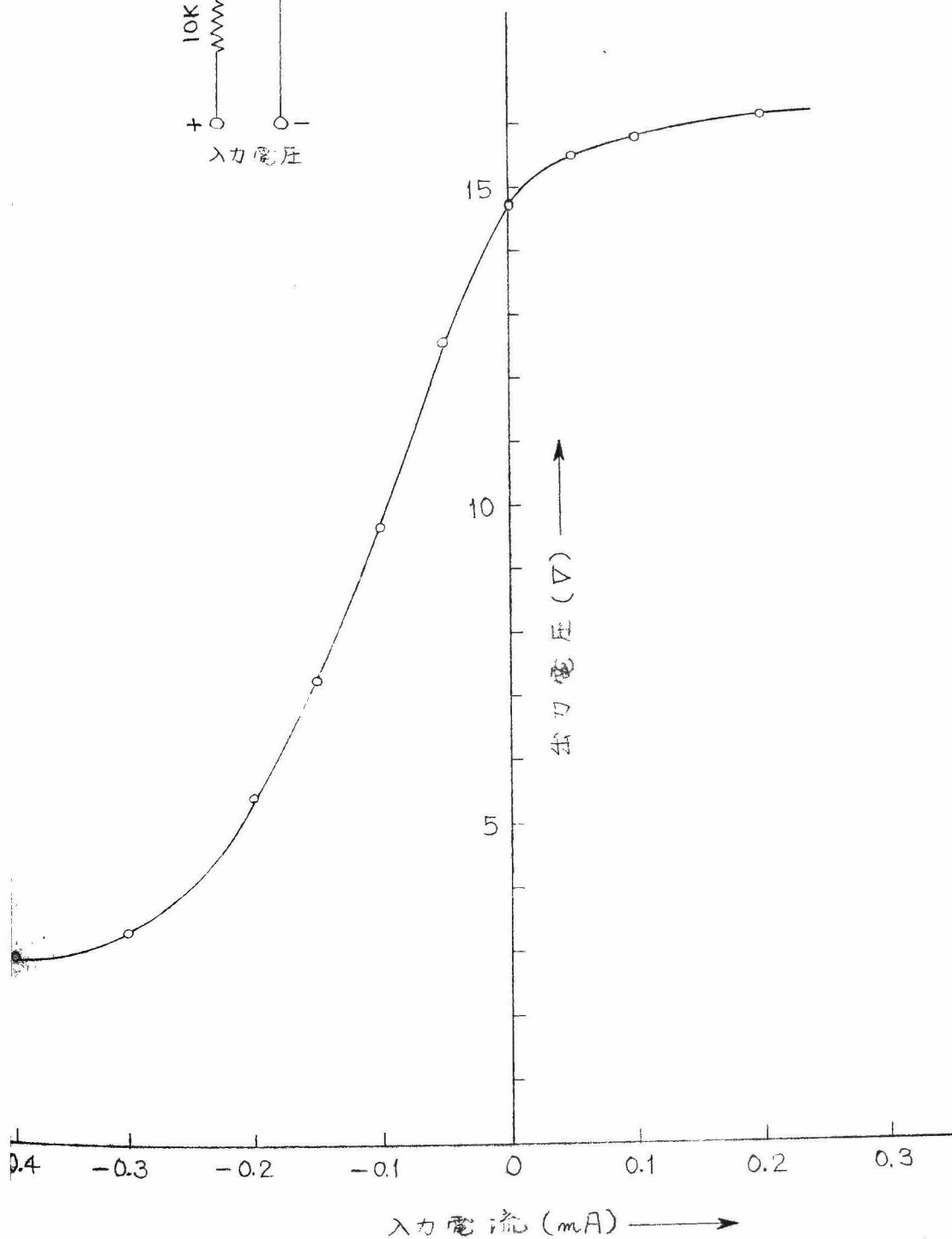
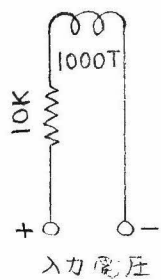
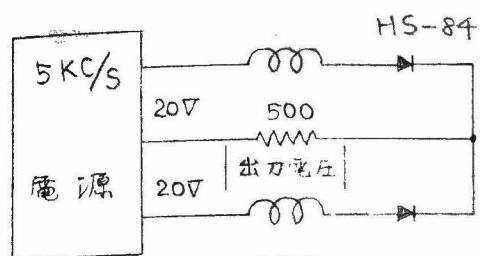
第2.2表の仕様によるリアクトルを用いた磁気増幅器の増幅特性について述べる。まず単体で実験を行なった結果を第2.32図に示す。同図(a)は入力巻線巻数が1000ターンの場合を、(b)は1200ターンの場合を示している。実験回路は同図に付記した。この図によれば、入力巻線巻数が1000ターンの場合の電流-電圧増幅率( $\Omega$ )は直線部分で約53K $\Omega$ となり、1200ターンの場合は約70K $\Omega$ となるから増幅率はほぼ入力巻線巻数に比例することがわかる。また同図に見られるように増幅特性曲線の最低部でも約3ボルト程度の電圧が残る。これは電源周波数を上げたために交流巻線数が少くなり励磁電流が大きくなったことを示すもので、将来演算器として使用する場合に利用出来る直線部分の範囲が狭くなることが想像され、高周波電源を使用した磁気増幅器の設計上問題となる点である。

次にプッシュプル特性について考察する。第2.33図は上述の磁気増幅器単体を2個組合せてプッシュプルに接続した場合の増幅特性を示す。図に付記した実験回路に示したように入力巻線巻数は1200ターンとして測定した。プッシュプル接続を行なったときの増幅特性はバイアス電流の大きさによって異なるが、同図の特性は最も増幅率が大きくなるようにバイアス電流を調整した場合の特性を示す。この場合の増幅率は直線部分で約150K $\Omega$ となり、入力巻線1ターン当りの増幅率 $R_{A0}$ に換算すると約120 $\Omega$ となつて第2.1表に実測値として与えた値が得られる。また演算増幅器として使用する場合の出力電圧範囲は±8ボルト程度までであることもわかる。



第 2.31 图 5KQ/秒 電源と使用した磁芯増幅器式加算器回路

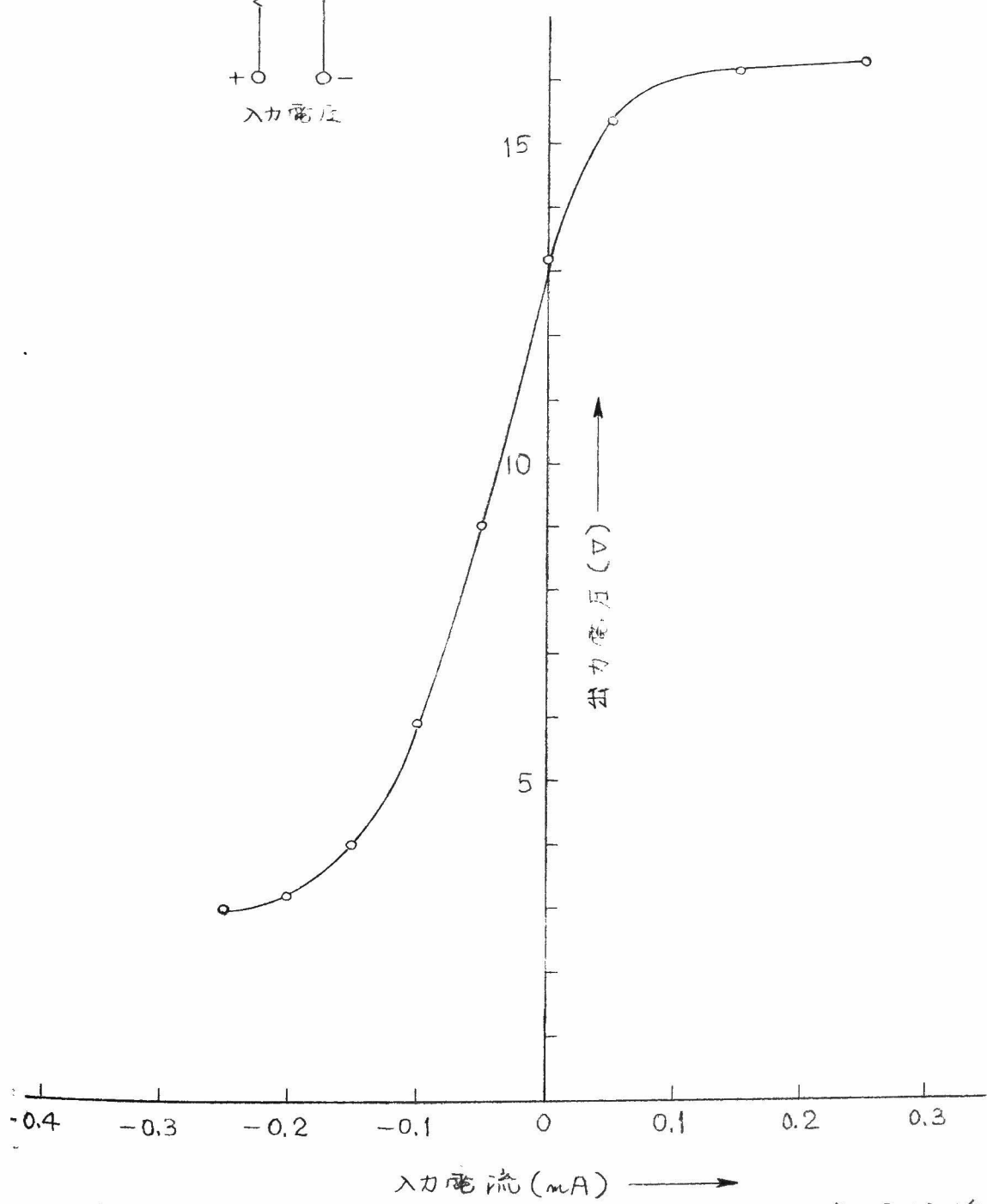
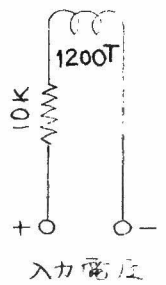
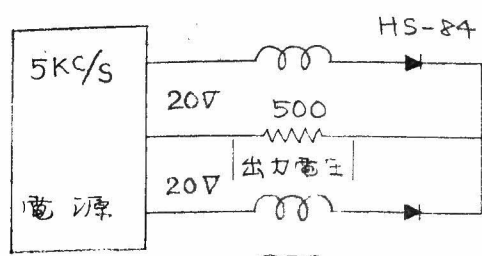




第2.32図 (a) 入力巻線巻数 1000T のときの単体増幅特性

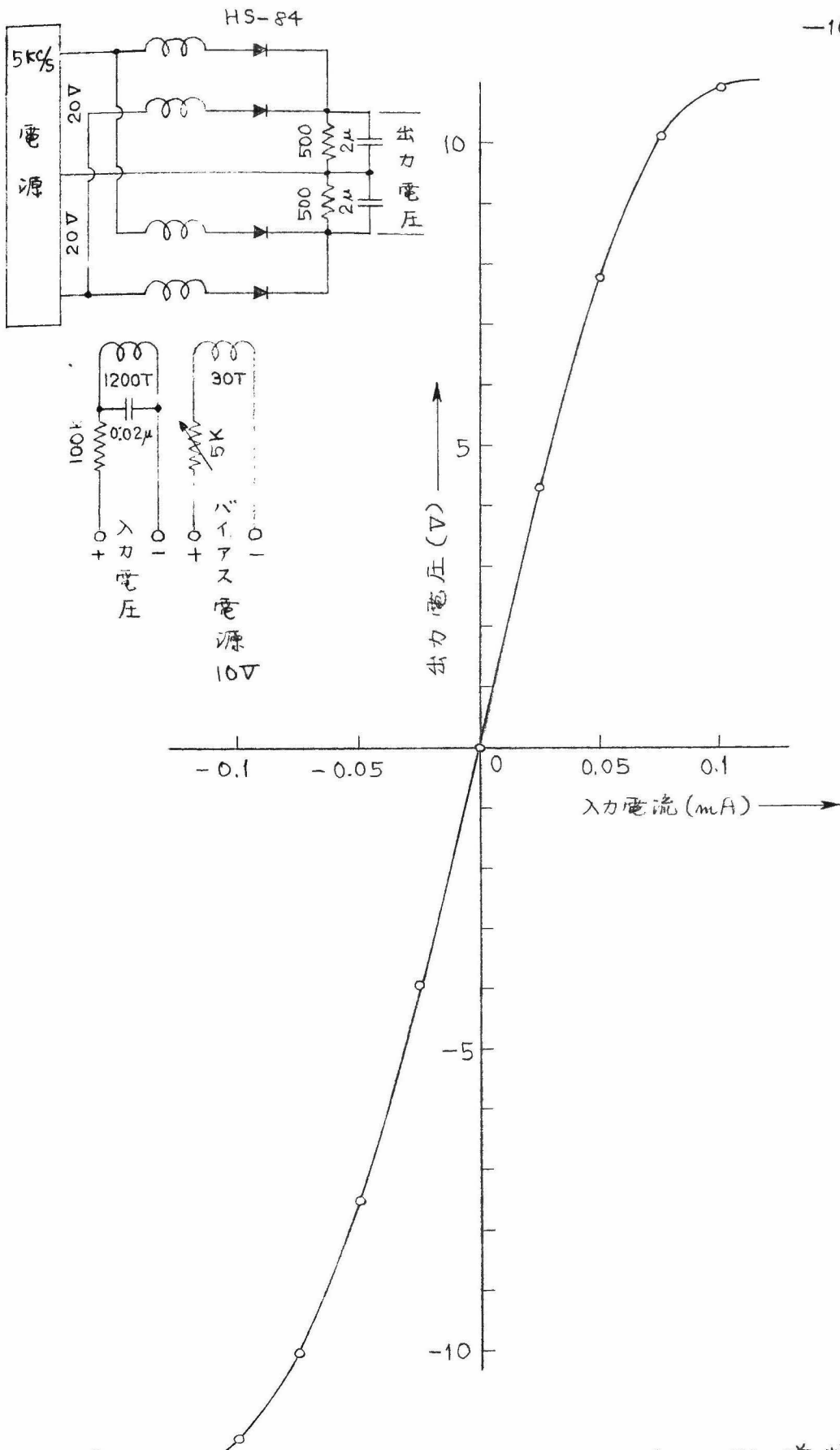






第2.32図(b) 入力巻線巻数1200Tのときの単体増幅特性





第 2.33 図 入力巻線巻数 1200T のときのプッシュプル増幅特性



## (2) 加算器の特性

第2.31図の結線による演算増幅器を用いて加算器を構成し、その特性を測定した。まず、静的精度について測定を行なうため第2.34図の実験回路を使用した。この回路によれば微小な演算誤差も拡大して読みとることが出来るので便利である。前述のようにプッシュプル磁気増幅器の増幅率はバイアス電流によつて変化する。また増幅器リアクトルに設けた正帰還巻線に流す電流によつて変化すると言をまたない。そこで磁気増幅器式演算器の調整順序は次のようになる。

- (1) 正帰還回路を切り、バイアス電流を調整して増幅器本体の増幅率が最大になり、直線範囲も出来るだけ広くなるようにする。
- (2) 演算インピーダンスならびに正帰還回路を接続し、許容出力電圧範囲内での演算誤差が最小になるよう正帰還の量を調整する。

第2.35図は上述の順序により最良と思われる状態に調整を行なった場合における加算器の静的精度（フルスケール $\pm 8$ ボルトとしたときの相対誤差）を示したものである。なお同図の特性は演算インピーダンスを $10\text{ K}\Omega$ にした場合であるが、同じ状態で演算インピーダンスを $100\text{ K}\Omega$ にすると数%以上の誤差となり使用に耐えないと考えられるので省略する。

次にこの加算器の周波数特性を観測すると第2.36図が得られる。同図によればこの場合の周波数特性は $150$  サイクル/秒 ( $-3\text{ db}$ ) となり、さきに述べた $50$  サイクル/秒電源を使用した演算器に比べてほぼ $10$  倍の周波数まで使用に耐えることがわかる。これは将来特殊な非線形要素例えばコンプレータ要素などに有効な演算増幅器になることが期待される。

## (d) 二段増幅による演算器

(c)に述べたプッシュプル二段増幅の磁気増幅器では増幅率が $150\text{ K}\Omega$ 程度しかなく、これを加算器として使用するためには演算インピーダンスを $10\text{ K}\Omega$ 程度に選ばなくては満足すべき精度が得られない。一方、演算インピーダンスを小さく選ぶと演算器の負荷が大きくなることにな

り、電力消費量の点からも不利である。このような観点から演算インピーダンスを  $100\text{ K}\Omega$  に選ぶとすれば演算増幅器の利得を1桁以上あげなくては十分な精度が得られないと考えられるので、2つの磁気増幅器を<sup>\*</sup>カスケードに接続した二段増幅の場合について試作研究を行なった。

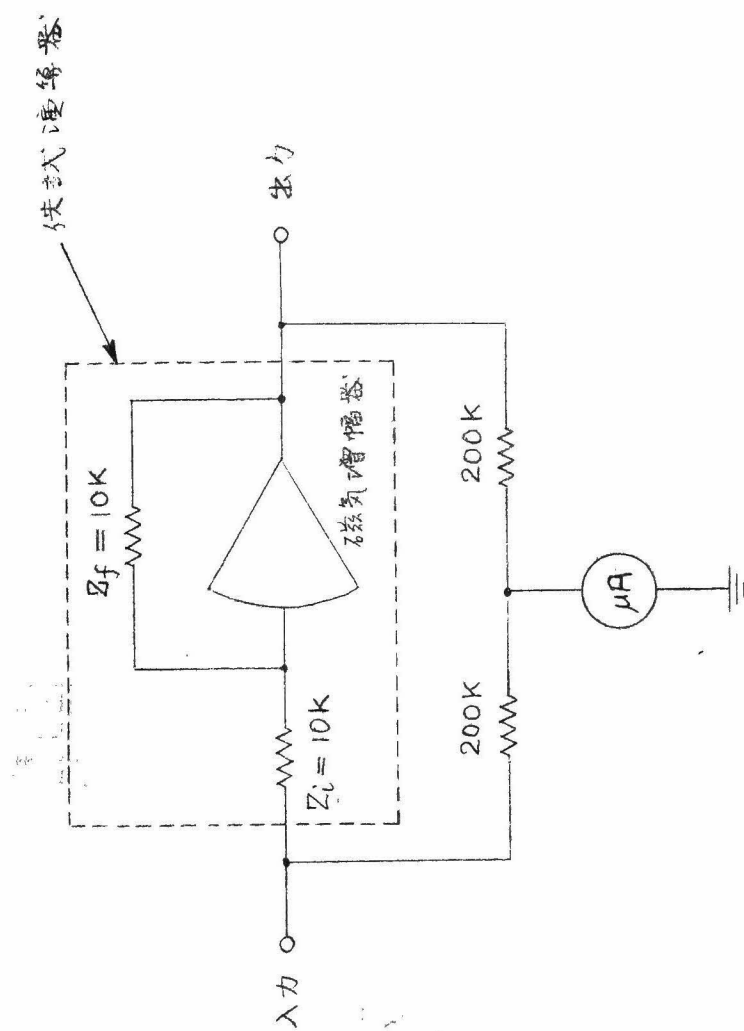
本節(b)に述べたように磁気増幅器を2台カスケードに接続して1台の増幅器を構成する場合、いくつかの問題点がある。そのうち初段増幅器の構成を単体にするか、プッシュプルにするかについて考察する。もし単体接続にしたとすれば適当なバイアス電源によって単体増幅器の入出力特性を平行移動して、入力電圧が零のときに出力電圧も零になるように調整した上で後段増幅器に接続しなくてはならないから、このバイアス電源の変動が直接増幅器全体のドリフトを与える原因となり望ましくない。また、単体接続の増幅器では電源電圧の変動の影響を直接受けるが、プッシュプル増幅器の場合は前述のように電源電圧の影響は相殺されると云う利点がある。以上の点を考慮して初段増幅器の構成をプッシュプル接続にした。なお、その他の問題点については実験的に検討するために2種類の初段増幅器を設計、試作した。

第2.3表および第2.4表は試作した2種類の初段増幅器用リアクトルの巻線仕様である。以下便宜上第2.3表のものを第1次試作初段増幅器、第2.4表のものを第2次試作初段増幅器と呼ぶことにする。表に見られ

第2.3表 試作初段増幅器用リアクトルの巻線仕様 - 1

使用鉄心	センドルタ $10\phi \times 6\phi \times 3$ (0.025mm厚)	備 考
交流巻線	180ターン $0.08\phi$ PVF	
入力巻線	430 " "	中間タップなし
バイアス巻線	30 " "	
電 源	20V (500サイクル/秒)	

\* 2.4節(b)より演算インピーダンス(特に帰還演算インピーダンス)と演算誤差との間にはほぼ比例的な関係があるためである。

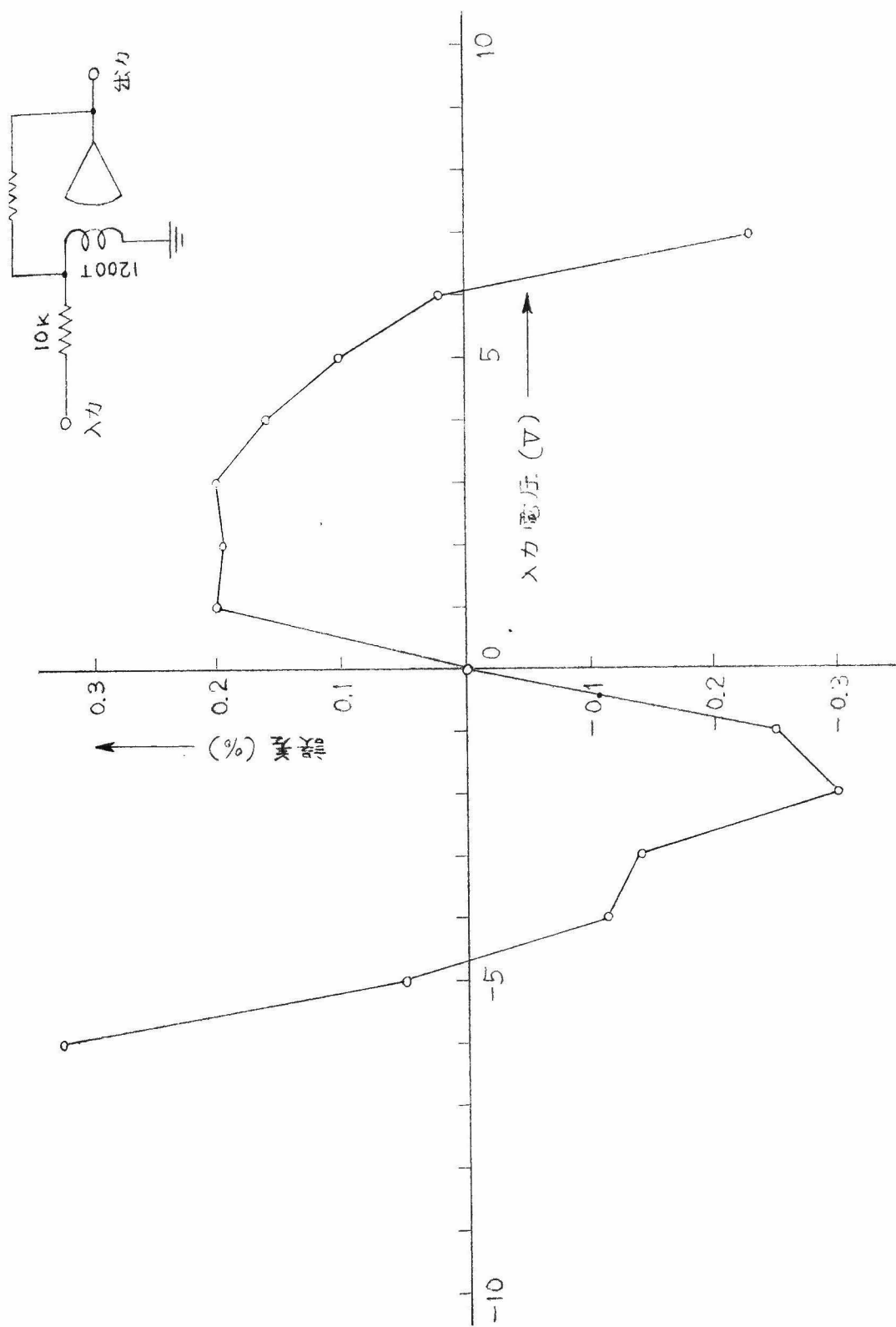


第 2.34 図 加算器の精度測定回路





第 2.35 図 加算器の静的精度 (一段増幅, 演算インピーダンス 10 k $\Omega$ )





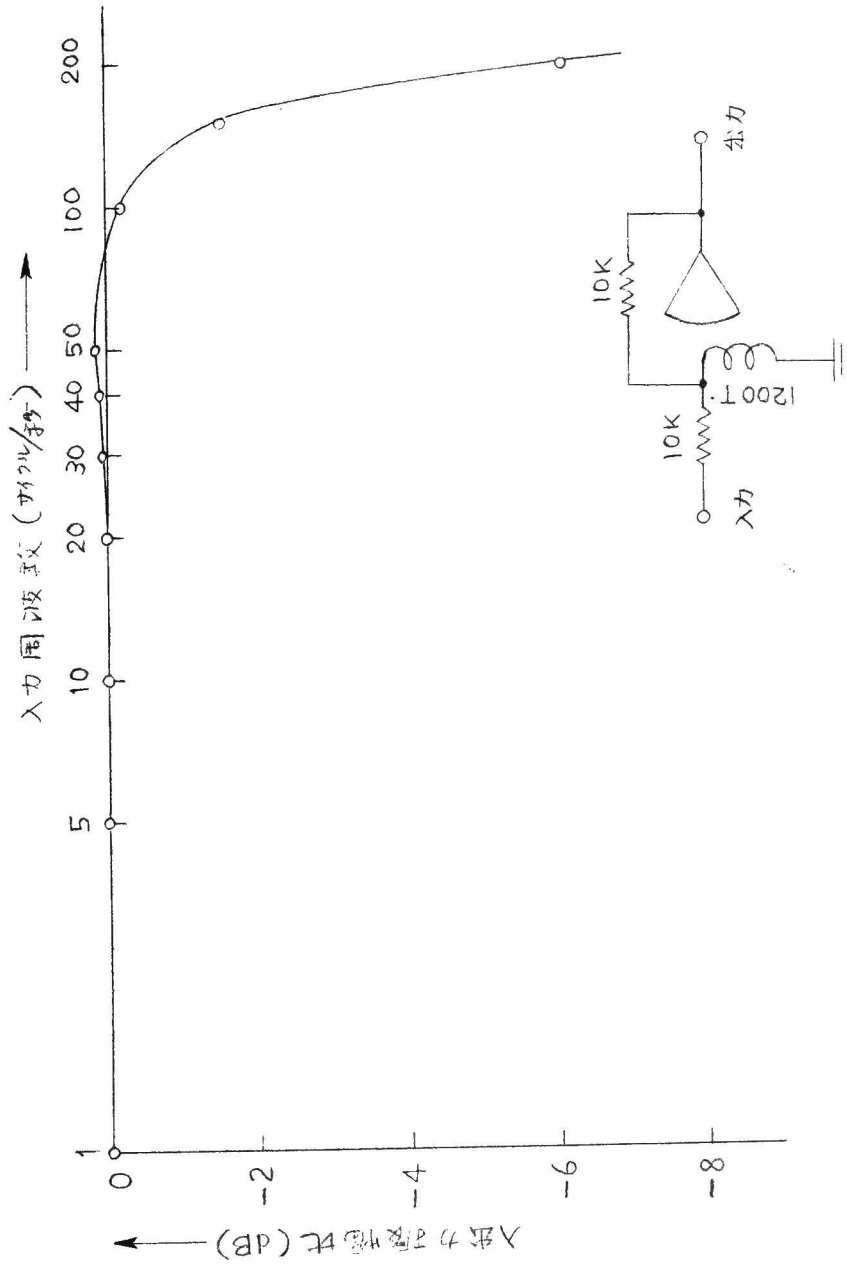


図 2.36 真空管増幅器の特性 (1 段増幅, 源インピーダンス 10 KΩ)



## 第2.4図 試作初段増幅器用リアクトルの巻線仕様-2

使用鉄心	センパーマクス $19^{\Phi} \times 15^{\Phi} \times 5$ (0.05mm厚)	備 考
交流巻線	40 ターン $0.27^{\Phi}$ エナメル・銅	
入力巻線	700 " $0.12^{\Phi}$ PVF	500Tにタップ付
バイアス巻線	30 " $0.12^{\Phi}$ PVF	
電 源	5V (5キロサイクル/秒)	

るように第1次試作のものでは使用鉄心を第2次試作のものに比べて小さくし、入力巻線にはタップを設けないで出来るだけ巻数が多くなるように設計した。なお、第1次試作のものでは電源電圧を20ボルトとし、出力電圧範囲は±10ボルトとした。また、第2次試作のものでは、入力巻線巻数500ターンの位置に中間タップを設け、初段増幅器の利得を可変にすると同時に電源電圧を5ボルト、出力電圧範囲を±2ボルトとし、交流巻線には太い電線を使用して電流容量が大きくなるように設計した。また、第1、第2次試作ともに入力巻線巻数を出来るだけ多くすることに重点をおき、正帰還巻線は設けなかった。

次に後段増幅器用リアクトルは本節(0)にて述べたリアクトルをそのまま使用することにした。

## (1) 試作初段増幅器の増幅特性

第2.37, 2.38両図はそれぞれ第1次試作および第2次試作の増幅器のプッシュプル接続における増幅特性を示す。

第2.38図は入力巻線巻数が700ターンのときの特徴を示しているが、入力巻線のタップを切替えた場合の特性曲線の勾配はほぼ入力巻線巻数に比例しているののでここでは省略した。

## (2) 各種の組合せにおける増幅特性

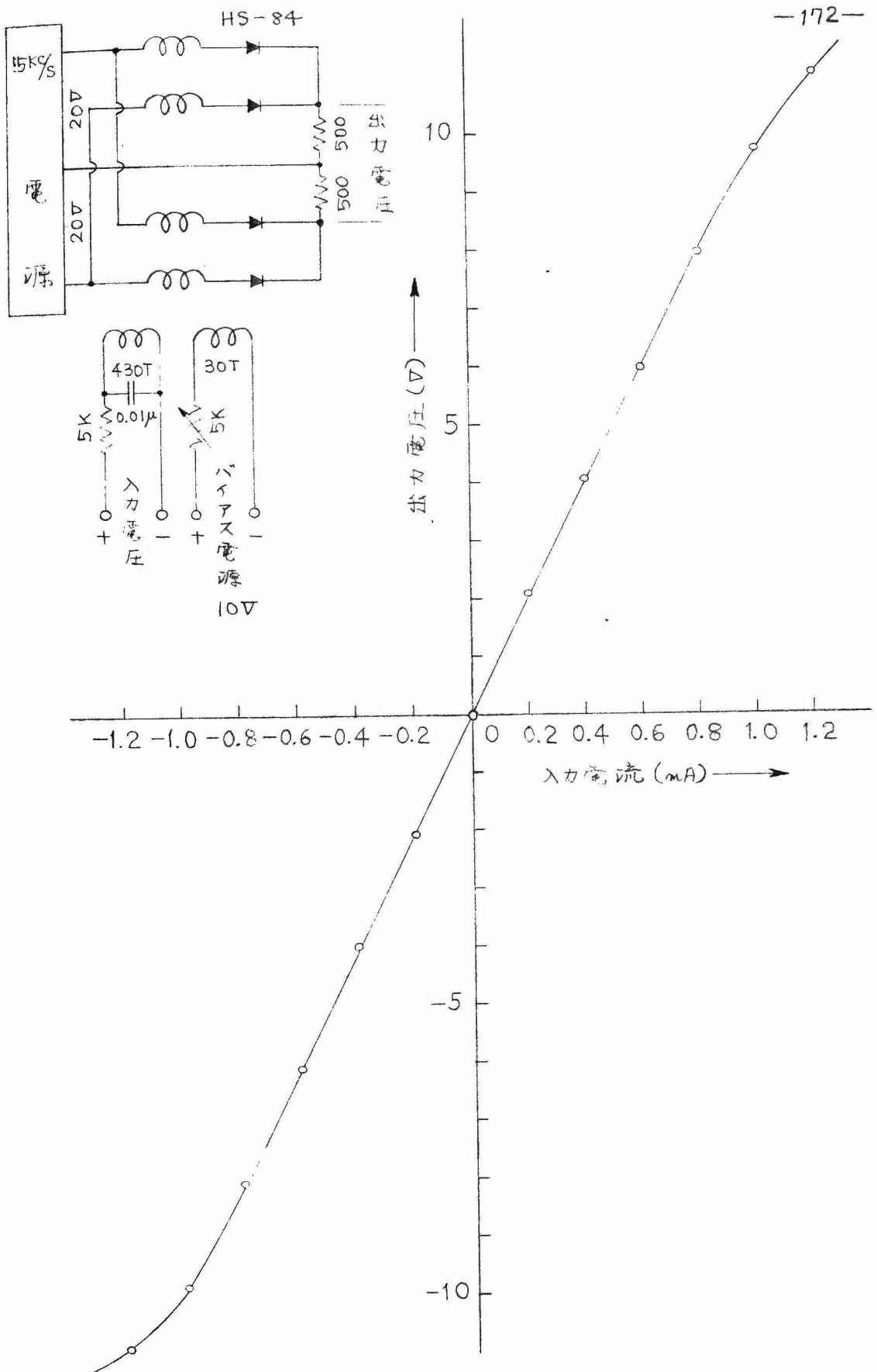
上述の2種類の初段増幅器と後段増幅器とを組合せてそれぞれの増幅特性について実験を行なった。第2.39図はその実験回路を示したもの

である。同図において死負荷  $R_0$  および電源電圧は第1次試作の初段増幅器では500  $\Omega$ 、20V、第2次試作のものでは20  $\Omega$ 、5Vとする、初段増幅器と後段増幅器との接続法については本節(b)において述べたようにいくつかの方式が考えられる。その主なものをあげると次のごとくである。

(i) 第2.39図のように初段増幅器にも死負荷を接続して普通のプッシュプル増幅器の構成を持たせ、これに直接後段増幅器の入力回路を接続する方法。この方法の長所は配線が簡単であることであり、短所としては死負荷に消費される電力が損失となることなどがあげられる。

(ii) 初段増幅器には死負荷を接続せず、後段増幅器の入力巻線を適当に分割して接続し、初段増幅器の出力電流を直接後段増幅器の入力巻線に流すようにする方法。

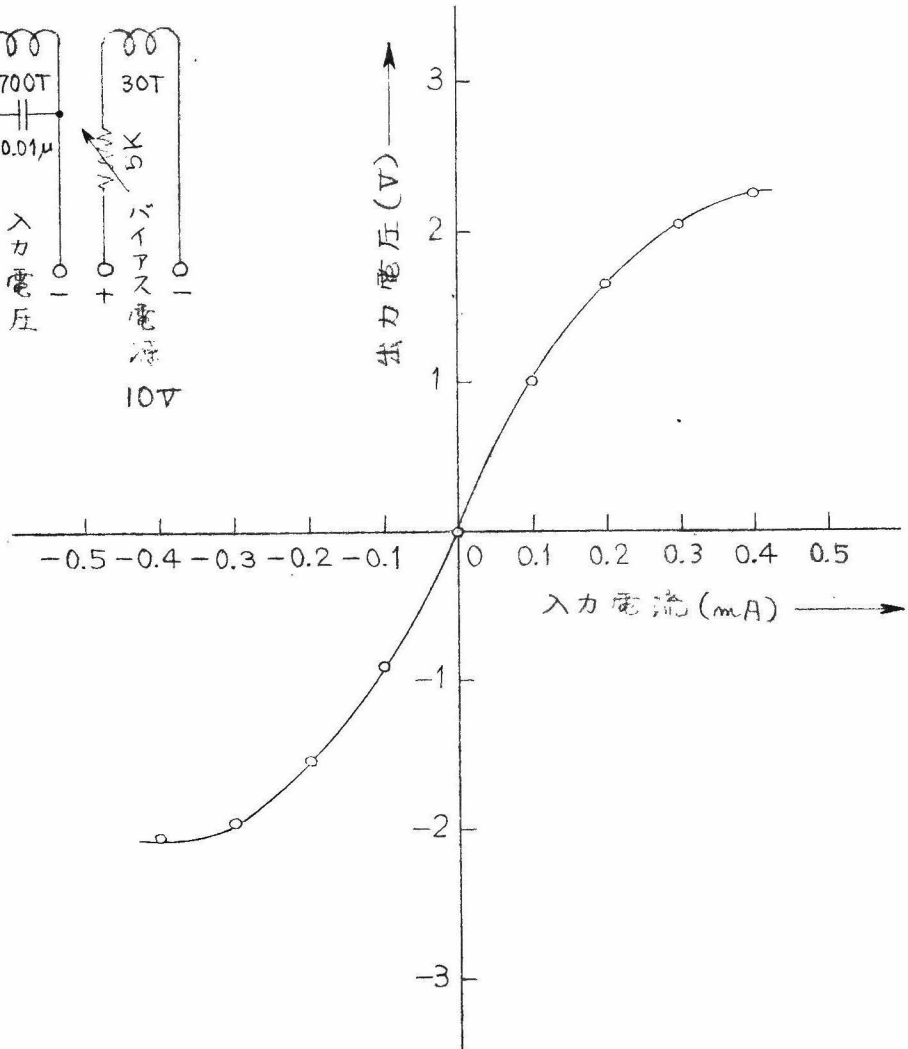
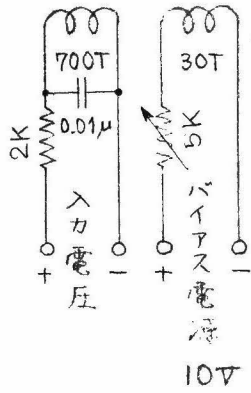
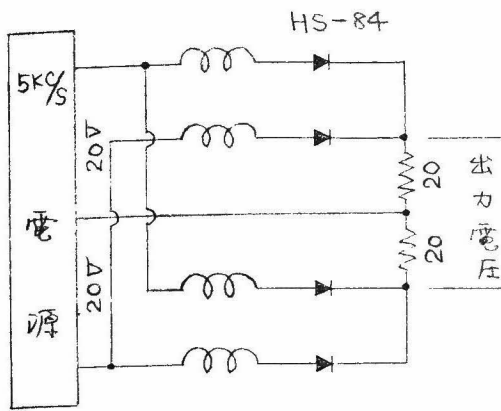
この方法の長所は前述の方法に比べて電力損失が少なくなることであり、短所としては配線が複雑になること、後段増幅器の入力巻線にある程度の電流容量を持たせなくてはならないこと、誘導性負荷の影響が懸念されることなどがあげられる。筆者等は(i)の方法を選んで実験を行なったのでその結果だけを述べる。まず、第1次試作の初段増幅器と、1200ターンの入力巻線タップを用いた後段増幅器とを組合せたときの総合増幅特性を第2.40図に示す。同図によればこの場合の増幅率は約3M $\Omega$ となり、一段増幅のときの増幅率の約20倍に当るので、演算インピーダンスを100K $\Omega$ にしても充分使用に耐えるものと考えられる。また、第2次試作の初段増幅器を用いた総合増幅特性の1例を第2.41図に示す。同図の組合せでは初段増幅器の入力巻線タップを700ターン、後段増幅器のタップを500ターンとして接続した場合であって、総合増幅率は約5M $\Omega$ に達している。第2.5章は実験を行なった数種の組合せについて総合増幅率、演算インピーダンス100K $\Omega$ のときの加算器精度(フルスケール10ボルトに対する相対誤差)を示したものである。



第 2.37 図 第 1 次試作初段増幅器の増幅特性

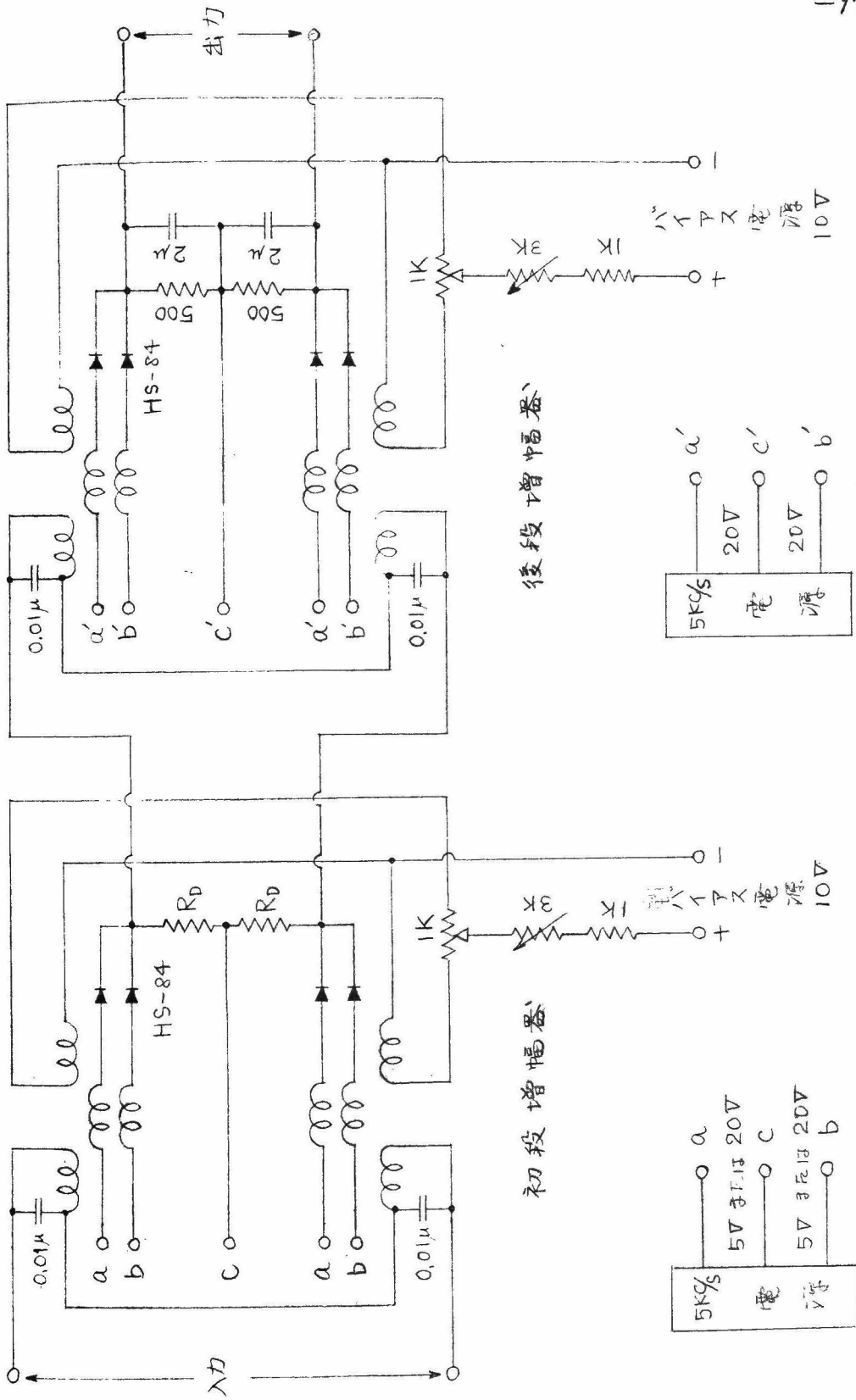






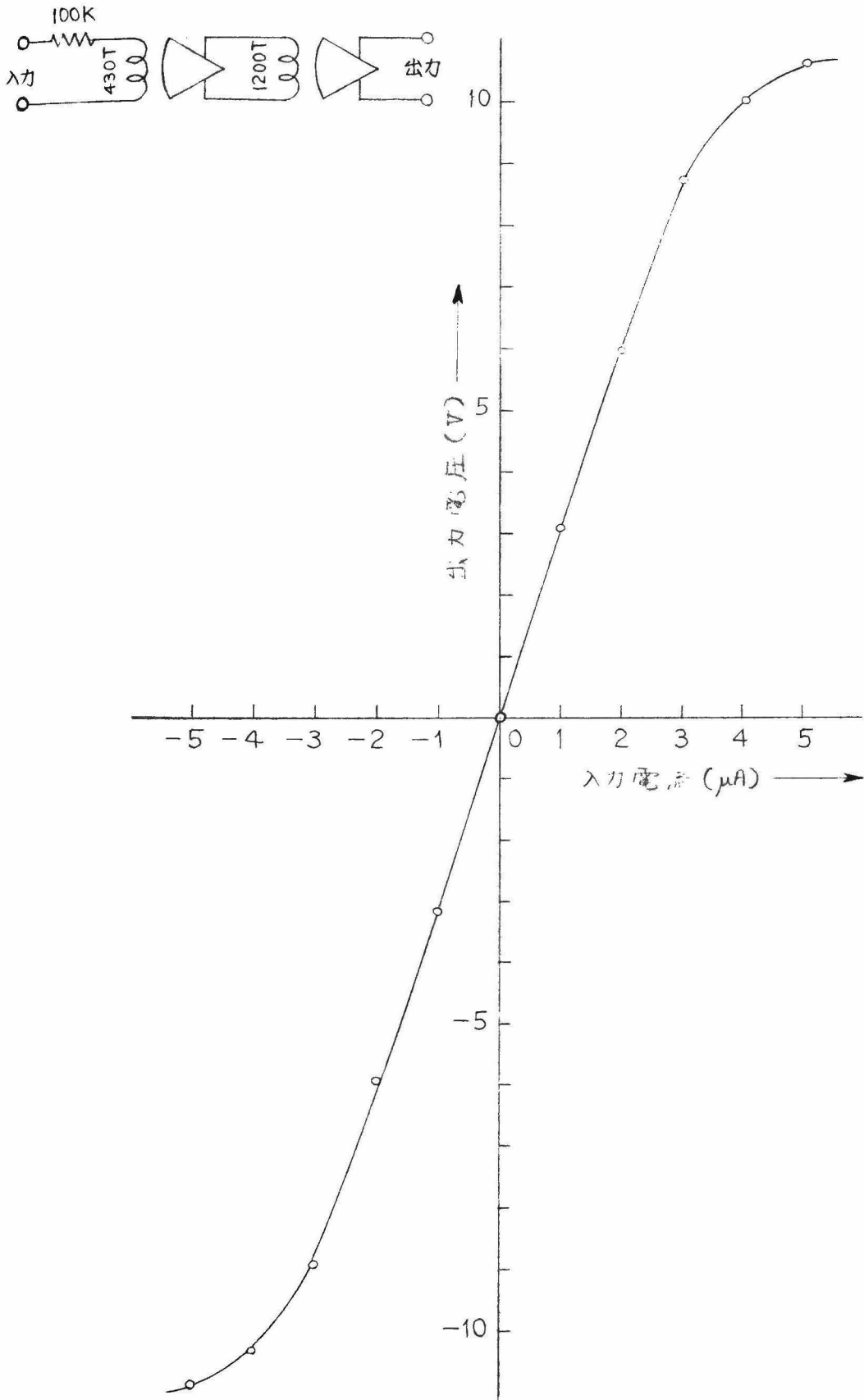
第2.38図 第2次試作初段増幅器の増幅特性





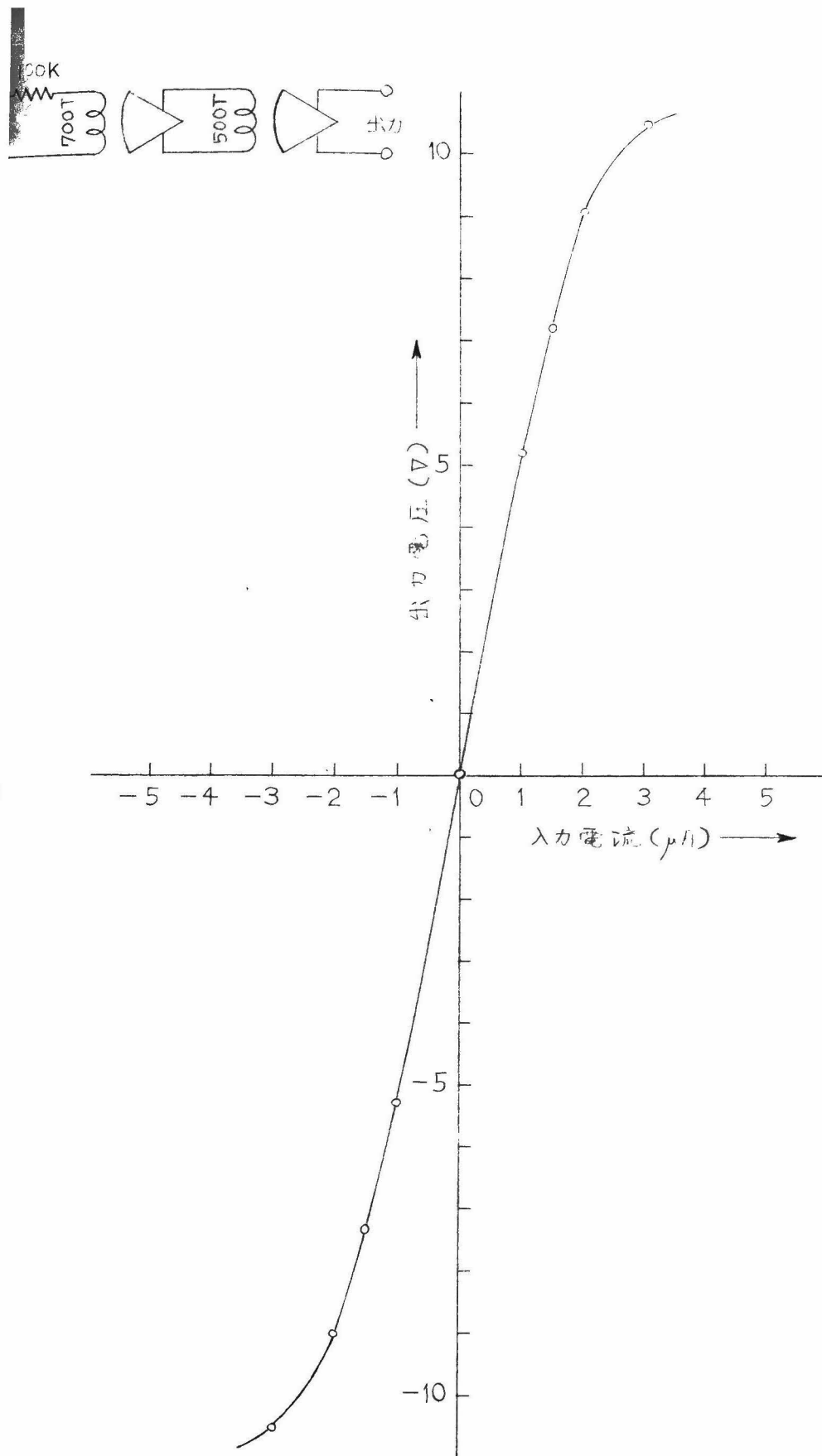
第 2.39 図 二段増幅器による渡り増幅器結線





第 2.40 図 第 1 次試作初級増幅器を用いた総合増幅特性





第 2.41 図 第 2 次試作初段電圧増幅器を用いた総合増幅特性





第2.5表 各種の組合せにおける総合増幅率と加算器静的精度

	初段増幅器	後段増幅器	総合増幅率	加算器静的精度
(1)	第1次試作増幅器	1200 <sup>T</sup> タップ°	3MΩ	0.3%以下
(2)	第2次試作700 <sup>T</sup> タップ°	200 <sup>T</sup> タップ°	3MΩ	0.3% "
(3)	" 700 <sup>T</sup> タップ°	500 <sup>T</sup> タップ°	5MΩ	0.2% "
(4)	" 500 <sup>T</sup> タップ°	500 <sup>T</sup> タップ°	5MΩ	0.2% "
(5)	" 200 <sup>T</sup> タップ°	500 <sup>T</sup> タップ°	2MΩ	0.5% "

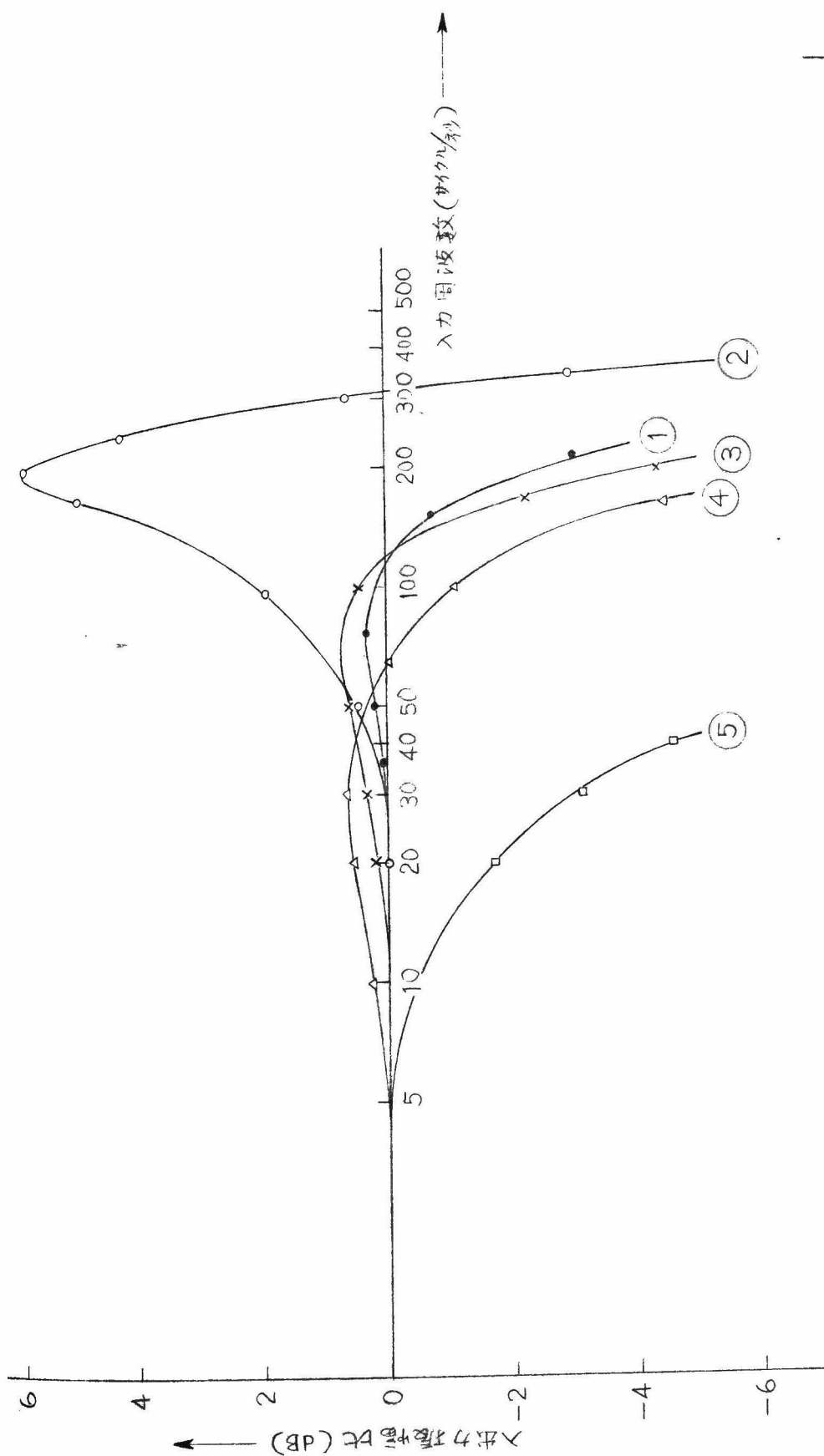
次に上述の各種の組合せについて演算インピーダンスを100 KΩとした加算器の周波数特性を求めると第2.42図が得られる。

同図によれば第2.5表の組合せのうち、(1)および(3)を採用したときの周波数特性は約170 サイクル/秒 (-3db) となり、電源周波数50 サイクル/秒の磁気増幅器の場合に比べて極めて良好な周波数特性を期待出来ることになる。さらに(1)と(3)との組合せを比較するに(3)の組合せでは初段増幅器の出力電圧範囲を±2ボルトにしている点で電力消費量が少なくてすむ利点があるが、反面電源の種類として5ボルトと20ボルトの2種類を要する不利がある。しかし電源装置の出力側に適当な変圧器を設け、タップ切替によって必要な電源電圧を取り出すようにしておけばこの欠点を補うことが出来る。このような観点から(3)の組合せが妥当であろうと考えられる。

#### (e) 電源装置

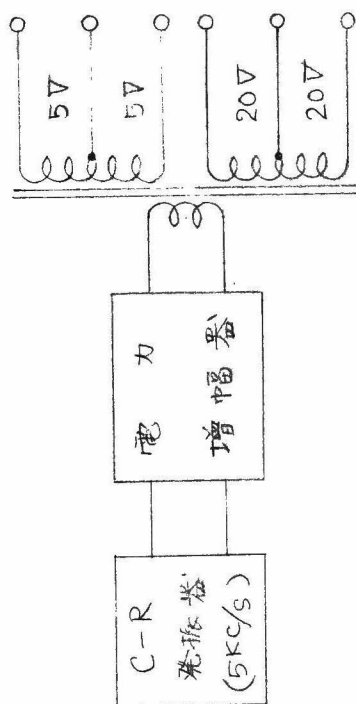
本節に述べた磁気増幅器式演算器に供給する5KC/秒の電源を得るため第2.43図に示した装置を試作した。同図における電力増幅器としてはトランジスタ増幅器を用い、出力電力は最大20ワットとして設計した。その理由は上述の磁気増幅器1台当りの電力消費量が実験によると約2ワットであるので、当面10台の増幅器を同時に働かせる程度の電源を作ることを目標にしたからである。第2.44図はトランジスタ増幅器および直流電源の結線図を示す。なお、この電源装置の内部インピー

ダンスは実測の結果約20品である。また、これと並行してロイヤ発振器を用いた電源装置についても検討を行なったがここでは省略する。



第 2.42 図 各種の組合せに於ける加算器の周波数特性 (源インピーダンス 100 kΩ)





第 2.43 図 5KC/秒電源のブロック図



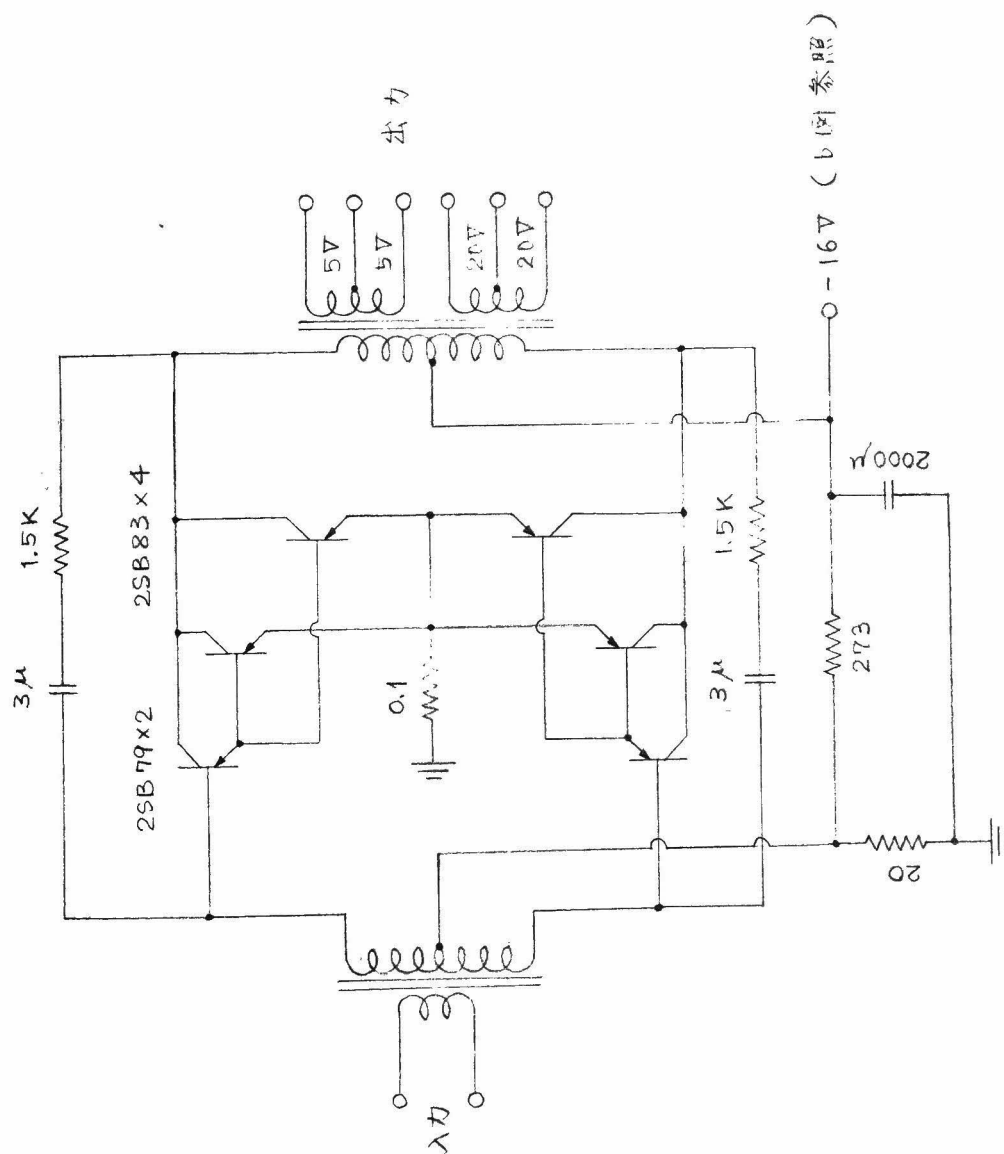
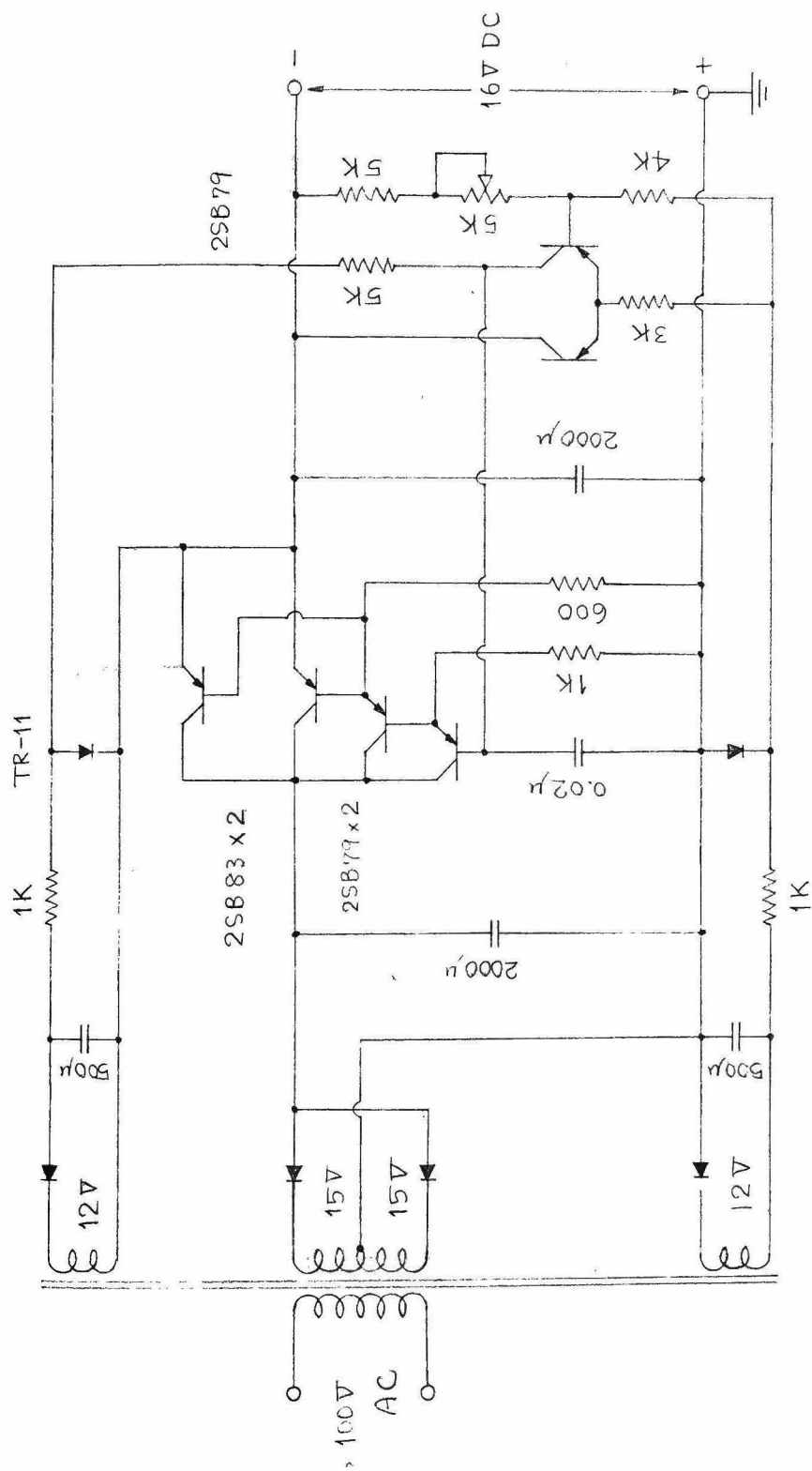


図 2.4.4 (a) トランジスタ電力増幅器回路図







第 2.4.4 図 (b) トランジスタ式直流定電圧電源回路図 (16V, 3A)



## 第3章 多元連立高次代数方程式求解機

### 3.1 緒 言

種々の電氣的，機械的振動系あるいは自動制御系の解析，研究を行なう場合にそれらの系を支配する微分方程式を誘導しそれを解くことによって系の動作を解明することがしばしば行なわれる。これらの微分方程式の形は一般に多元連立高階の方程式となり，これを解く手段としては例えば第1章に述べたようなアナログ計算機が有力である。しかし更に詳細な数値解を求めたい場合には上述の微分方程式に対応する多元連立高次代数方程式を解く必要が起ってくる。多元連立高次代数方程式を解くにはデジタル計算機を利用することも考えられるが，根の位置がどこにあるかわからない場合には求解が困難であり，特に計算結果を調べながら与式のパラメータを適宜変更したいような場合には益々複雑となる。これに対してアナログ式の代数方程式求解機を試作すれば，精度はデジタル計算機の場合よりも劣ることが予想されるけれども，例えば解の位置を記録紙上で追跡させながら与式のパラメータを変更することなどの操作が容易となり，またプログラミングもアナログ計算機の場合と類似のやり方で出来るので簡単になる。

アナログ式の代数方程式求解機についての研究は従来多元連立1次または1元高次方程式についてはかなり行なわれているようであるが，多元連立高次方程式の場合については殆んど行なわれていないようである。このような観点から従来のアナログ技術を生かして多元連立高次代数方程式求解機の試作研究に着手した。試作計画では当面2元高次方程式求解機の試作を行ない技術的，理論的資料を整えた上で将来は5元高次方程式まで解けるように拡張する予定である。

試作求解機では高精度関数発生器によって未知変数の関数を発生し，サーボモータとリレー制御装置によってその関数の絶対値が減少する方向へ未知変数を変化せしめ，その絶対値が零となる未知変数の値を求め

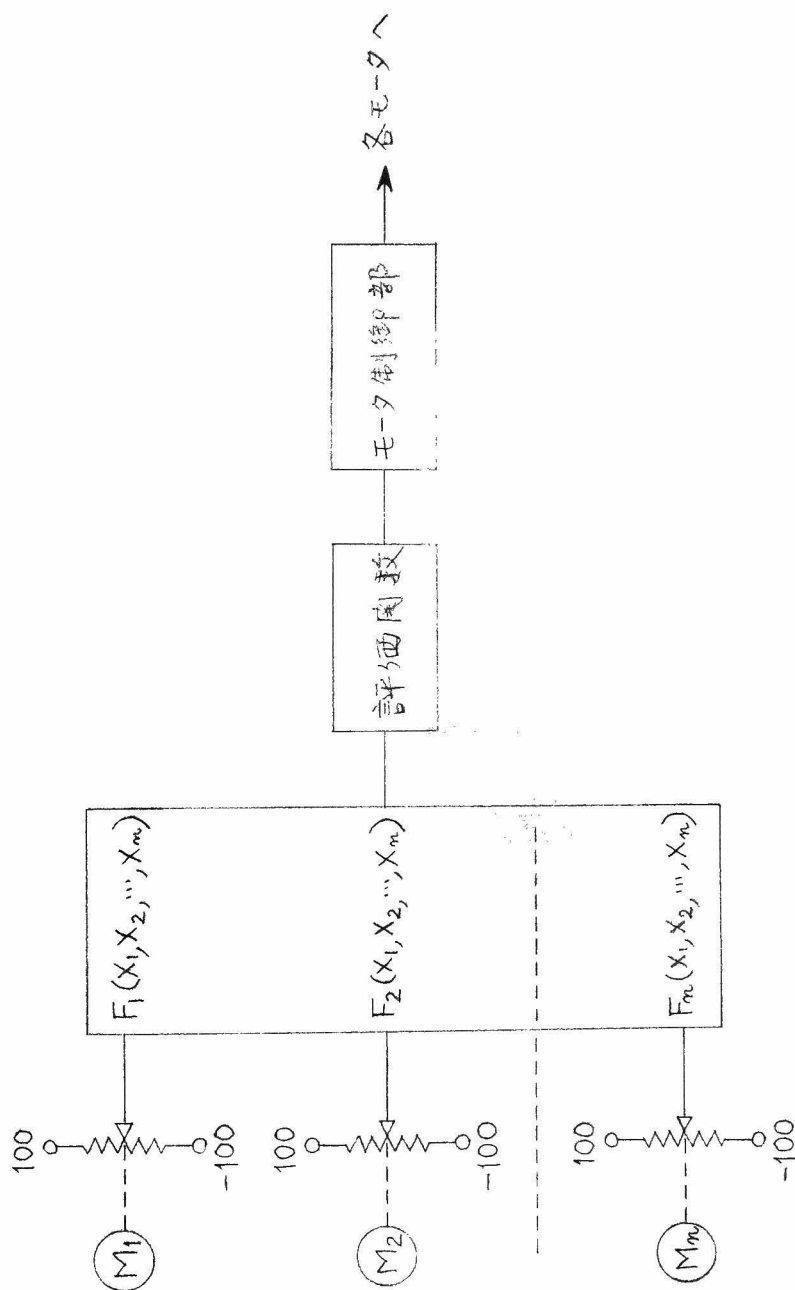
るものである。この方式が従来研究されたアナログ式求解機に比べて異なっている点は上述のように関数の絶対値をとる点であつて、このためリレー制御装置の設計が簡単になり元数の拡張のためにも有利な点が多い。リレー制御装置には種々の方式が考えられるが、それぞれ一長一短があり、あらゆる形の方程式に適するような制御方式を見出すことは困難な問題である。そこで比較的実現し易いと考えられるいくつかの制御方式について種々実験的検討を加えた結果、ほぼ満足すべきものを試作することが出来た。

また上述のような方式の求解機は結局未知変数の関数の絶対値が極小値をとる点を探る装置に他ならないので、これを応用すると単に求解機としてのみならずプロセスの最適化装置としての用途も開けるのではないかと期待される。

本章では試作した求解機に関してその構成要素、動作原理並びに実際の応用例等について述べる。

## 3.2 試作求解機的方式

3.1 節で述べたように与えられた代数方程式が多元連立1次あるいは1元高次代数方程式である場合についてはアナログ計算機の演算増幅器や積分器などを応用して根を求める方式が研究されている。これらの方式は演算増幅器を含む多重閉ループの演算回路を構成するために演算回路全体が不安定になる場合があり、これを避けるために各演算増幅器の出力電圧の符号を切替えたり、あらかじめ与式を変形したりして安定に根が求められるよう操作してやる必要がある。更に解くべき方程式が多元連立高次方程式になると、このような直接的方法で解けるかどうかは不明となる。試作した求解機では上述のような多重閉ループの演算回路を構成することを避け、以下に述べるような方式を採用した。第3.1図はそのブロック線図を示す。



第 3.1 図 求解機のブロック線図



同図は一般に $n$ 元連立高次代数方程式を対象として示したもので、試作を行なったのは2元の場合である。

今与えられた $n$ 元連立高次代数方程式を

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

とする。まず $n$ 個のポテンシオメータの両端に $\pm 100$ ボルトを加え、モータ $M_1, M_2, \dots, M_n$ で動かされる摺動子の出力電圧をそれぞれ $X_1, X_2, \dots, X_n$ ボルトとする。

与式の変数 $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )と $i$ 番目のポテンシオメータの摺動子の電圧 $X_i$ との間にあらかじめ適当な変換係数で対応をつけておくと与式は

$$F_i(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (3.2)$$

と変換されるので、(3.2)式を解けばよいことになる。 $X_1, X_2, \dots, X_n$ を用いてこれらの変数の多項式で与えられる関数 $F_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )を作ることは第1章で述べたサーボ計算機の原理を応用して簡単に行なうことが出来る。このようにして作った $n$ 個の関数から適当な評価関数を作り、これによつて $X_1, X_2, \dots, X_n$ をどのように変化せしめれば根に近づくかを検出し、その結果によつてモータ制御部が各モータの回転方向を指定して根を追跡するようにする。この方式の特徴は $n$ 個の関数値をそのまま使用しないでまずこれらの関数値をもとにして適当な評価関数を作り、それによつて根を追跡すると云う点であつて、前述のように演算増幅器を含む多重閉ループが関数値自身を取扱い互いに干渉しながら瞬時的に動作する場合とは、趣きを異にしている。

以上は試作求解機的方式を $n$ 元高次の場合について概説したものであるが、実際に試作した2元連立高次代数方程式求解機について具体的に説明する。第3.2図は試作求解機のブロック線図を示すものである。

2つの変数 $x, y$ の多項式から成る2元高次代数方程式を

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= 0, \\ g(x, y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

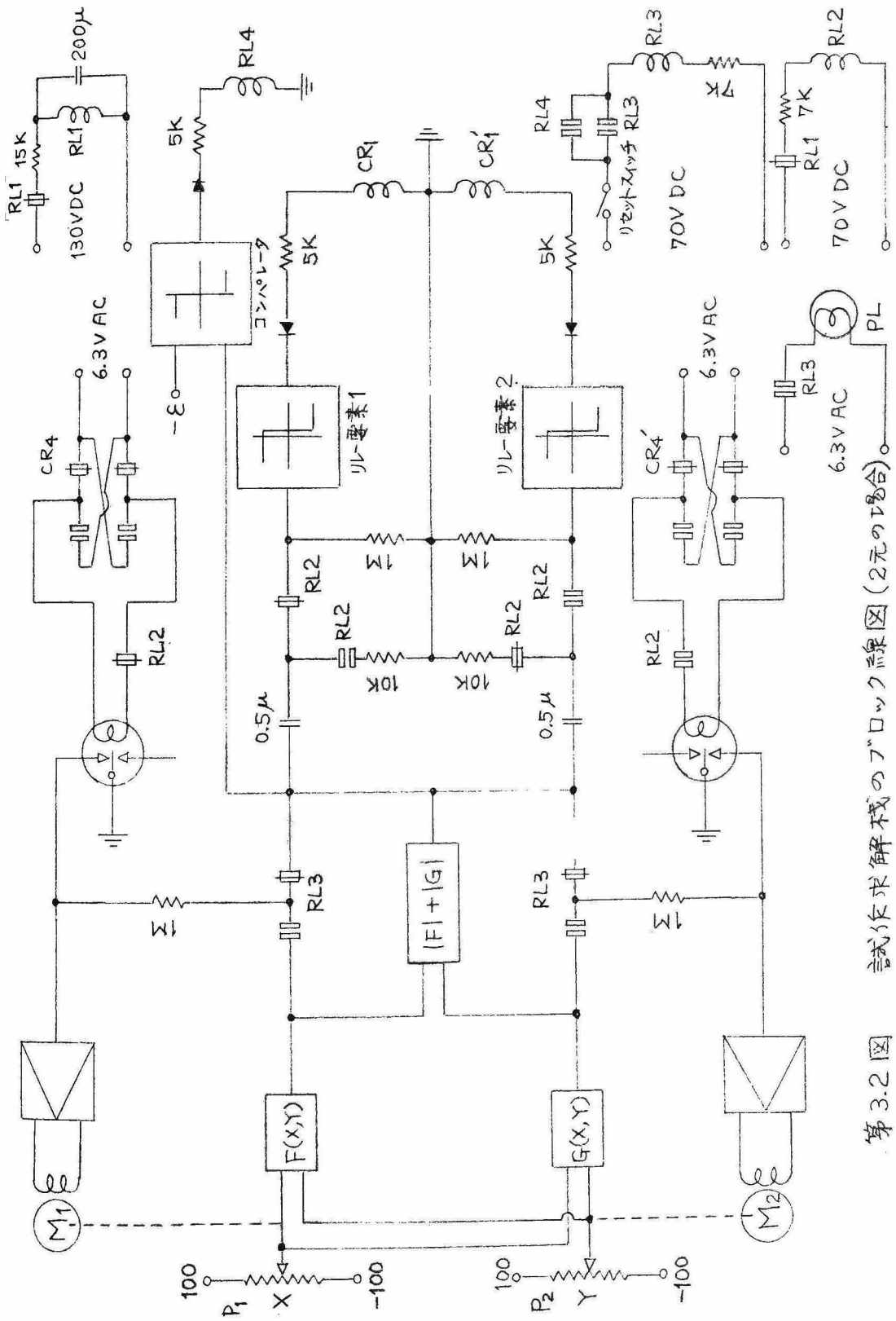
とする。(3.3)式の変数  $x, y$  を適当な変換係数で求解機の変数  $X, Y$  (ボルト) に対応せしめ同式を書きかえると計算機方程式

$$\left. \begin{aligned} F(X, Y) &= 0 \\ G(X, Y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

が得られる。第3.2図のポテンシオメータ  $P_1, P_2$  の両端にはそれぞれ標準電圧  $\pm 100$  ボルトを与えておき、各々の摺動子の電圧を  $X, Y$  とする。この  $X, Y$  から2つの関数  $F(X, Y)$  と  $G(X, Y)$  とを作るにはポテンシオメータ  $P_1, P_2$  と同軸に回転する他のポテンシオメータを用いて通常のサーボ計算器と同様に  $X, Y$  の高次の項を作り、これらを適宜加算器によってまとめればよい。このようにして出来た2つの関数を用いて  $|F(X, Y)| + |G(X, Y)|$  を作り、これを前述の評価関数とする。この評価関数は後述するように実験的に若干修正を加えたので、正確には  $|F(X, Y)| + |G(X, Y)|$  ではないが、両関数の絶対値の和に或る正の数を掛けた値を選んでいることに変わりはない。したがってこの評価関数は  $X, Y$  が(3.4)式の解であるときには零となり、その他のときには常に正の値を持っていることになる。

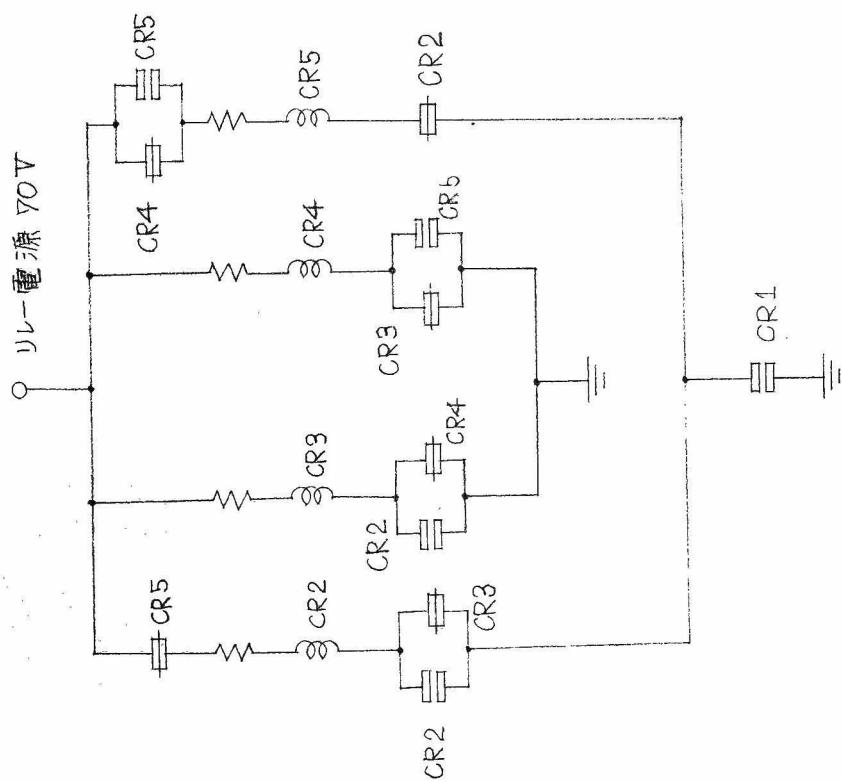
モータ制御の基本的な基準は上述の評価関数の値が減少するように  $X, Y$  を変化せしめ、評価関数の値が零になったときモータを停止することである。変数  $X, Y$  に対する評価関数の増減は第3.2図に示した  $0.5\mu F$  と  $1 M\Omega$  より成る電気的微分回路によって検出して、これを第1章の特殊非線形要素の項で述べたリレー要素の入力電圧とする。すなわちリレー要素の出力電圧は評価関数が増加するときには  $-50$  ボルトとなり、減少するときには  $+50$  ボルトとなる。リレー要素の出力端子にはダイオードを通してリレー  $CR1$  または  $CR1'$  が接続されているので、結局評価関数が増加する場合のみこれらのリレーが励磁されることになる。リレー  $CR1, CR1'$  はいずれも第3.3図に示すリレー切替要素の  $CR1$  に対応する。同図において  $CR1$  の接点が開じる毎に  $CR4$  の励磁または無励磁の状態に移り変わり、これによって第3.2図のリレー接点  $CR4$  または  $CR4'$  がチヨツパの励磁電流の位相を反転させる。サーボモータの





第3.2図 試作求解機のブロック線図 (2元の場合)





第 3.3 图 リレ-切替要素



回転方向はチヨツパ増幅器の入力電圧の符号が一定であればチヨツパの励磁電流の位相に支配されるので、結局評価関数の値が増加するときには必ずモータの回転方向が切り替えられることになる。

ところでモータ  $M_1$ ,  $M_2$  が同時に回転すると  $X$ ,  $Y$  が同時に変化して評価関数の増減が  $X$ ,  $Y$  のいずれの変化によるものかわからなくなるので、 $X$ ,  $Y$  のいずれか一方を固定して他方のみを変化させ微分回路によって

$$\frac{\partial}{\partial X} \{ |F(X, Y)| + |G(X, Y)| \} \quad (3.5)$$

または

$$\frac{\partial}{\partial Y} \{ |F(X, Y)| + |G(X, Y)| \} \quad (3.6)$$

に相当する量を検出することにする。このためリレー  $RL2$  を用いチヨツパの励磁を交互に断続することによってモータ  $M_1$ ,  $M_2$  を交互に動かすことにした。チヨツパの励磁を切ればチヨツパ増幅器の入力電圧が接地されるのでモータは停止する。リレー  $RL2$  の励磁は一定周期で断続しなくてはならないが、このためにリレー  $RL1$  によって周期約 1 秒（この周期の選定基準は特に無いが、実験的におよその見当をつけた）の弛張振動を行なわせ、その接点でリレー  $RL2$  の励磁を断続させている。なお、2 元の場合にはこのようなリレー回路の振動を応用出来るが、3 元以上になると適用出来なくなるので、後述するような時分割用の装置を試作している。

(3.5) 式に相当する量はモータ  $M_1$  が回転している間のみリレー要素 1 に、(3.6) 式に相当する量はモータ  $M_2$  が回転している間のみリレー要素 2 に与えなければならない。これらのリレー要素への入力切替もリレー  $RL2$  によって行なう。またリレー要素の入力がリレー  $RL2$  で切れている間はリレー  $RL2$  の他の接点で微分回路のコンデンサ  $0.5 \mu F$  の出力側を  $10 K \Omega$  の抵抗で接地しておき、次に入力電圧が来るまでにコンデンサに充電された電荷を放電しておくようにした。モータ  $M_1$ ,  $M_2$  の回転速度はサーボ増幅器の出力電圧によって制御される、一方サーボ

増幅器の入力電圧は評価関数値自身であるので、 $X$ 、 $Y$ の値が根から離れているうちは評価関数も大きく、各モータは全速で回転するが、根の近傍に到達するにつれて評価関数値は小さくなりモータの回転速度も緩やかになる。 $X$ 、 $Y$ の値が根に到達すると評価関数値は零となり、モータは静止することになるが、実際には絶対値回路が理想的でないために $X$ 、 $Y$ の値が根に到達して評価関数が零になっても絶対値回路の出力電圧は零とならないことがある。このような場合にはモータは完全には静止出来ず、細かく振動を繰り返すことになる。このような不都合を避けるためには評価関数値が或る値 $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) より小さくなったとき、コンパレータでこれを検出してリレー  $RL4$  を励磁し、それによってリレー  $RL3$  を自己保持させる。リレー  $RL3$  が働くと2つのサーボ増幅器の入力を今まで接続されていた評価関数から開放し、それぞれ関数  $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$  に接続する。このようにすれば $X, Y$ の値が根である限り根の近傍で2つの関数値  $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$  の符号が変わるのでテヨツパ励磁の位相さえ適当であればモータは安定な平衡状態で静止することになる。もしテヨツパ励磁の位相が不適当である場合にはモータは一旦根から離れる方向に回転するが、直ちにリレー切替装置が働いて正しい方向に回転することになる。上述の $\varepsilon$ の値は解くべき代数方程式の形および評価関数の選び方などによって適当な選び方をすべきであって一般的な選定基準はないが、フルスケール 100 ボルトに対して 1% すなわち 1 ボルトにとって実験を行なうことにした。

以上で試作した2元連立高次代数方程式求解機の構成並びにその動作原理を述べたが、この求解機の制御方式はモータの回転によって評価関数が常に減少するように2変数 $X$ 、 $Y$ を制御することであるから、結局評価関数が極小値をとる $X$ 、 $Y$ を求めていることに他ならない。その極小値が零であればそのときの $X$ 、 $Y$ は求める根であるが、零でない場合には根でないにもかかわらず $X$ 、 $Y$ はこの近傍から脱出することが出来ない。しかし、この場合の評価関数値は勿論零ではないから、根であるか否かの判定は容易に出来る。

### 3.3 試作求解機の構成要素

3.2節に述べたように試作した求解機の構成要素を大別すれば、2つの変数 $X, Y$ の多項式で表わされる2つの関数 $F(X, Y), G(X, Y)$ を発生するための関数発生器の部分（掛算器と加算器より成る）、係数設定用のポテンシオメータの部分、リレー切替装置の部分、電源装置の部分、その他の附属装置の部分の5つに分類することが出来る。第3.1表は試作求解機の構成要素を示したものである。

第3.1表 試作求解機の構成要素

要	台数	備	考
係数用ポテンシオメータ	18	10回転, 30K $\Omega$ , ペリポット	緑測器KK.
加 算 器	20	7入力加算, プリント基板使用, 出力 $\pm 100V$ , 15mA	
掛 算 器	2	最大12連使用可能	
リレー要素	2	チョツパによる自動ドリフト補償付	
コンパレータ	1		
絶対値回路	1	2種類の入力電圧の絶対値の和を計算する	
電 源 装 置	4	ヒータ電源2台, +200V, -220V 直流定電圧電源	
其の他の附属要素		解指示ダイヤル, バランスメータパネル等	

#### (a) 加 算 器

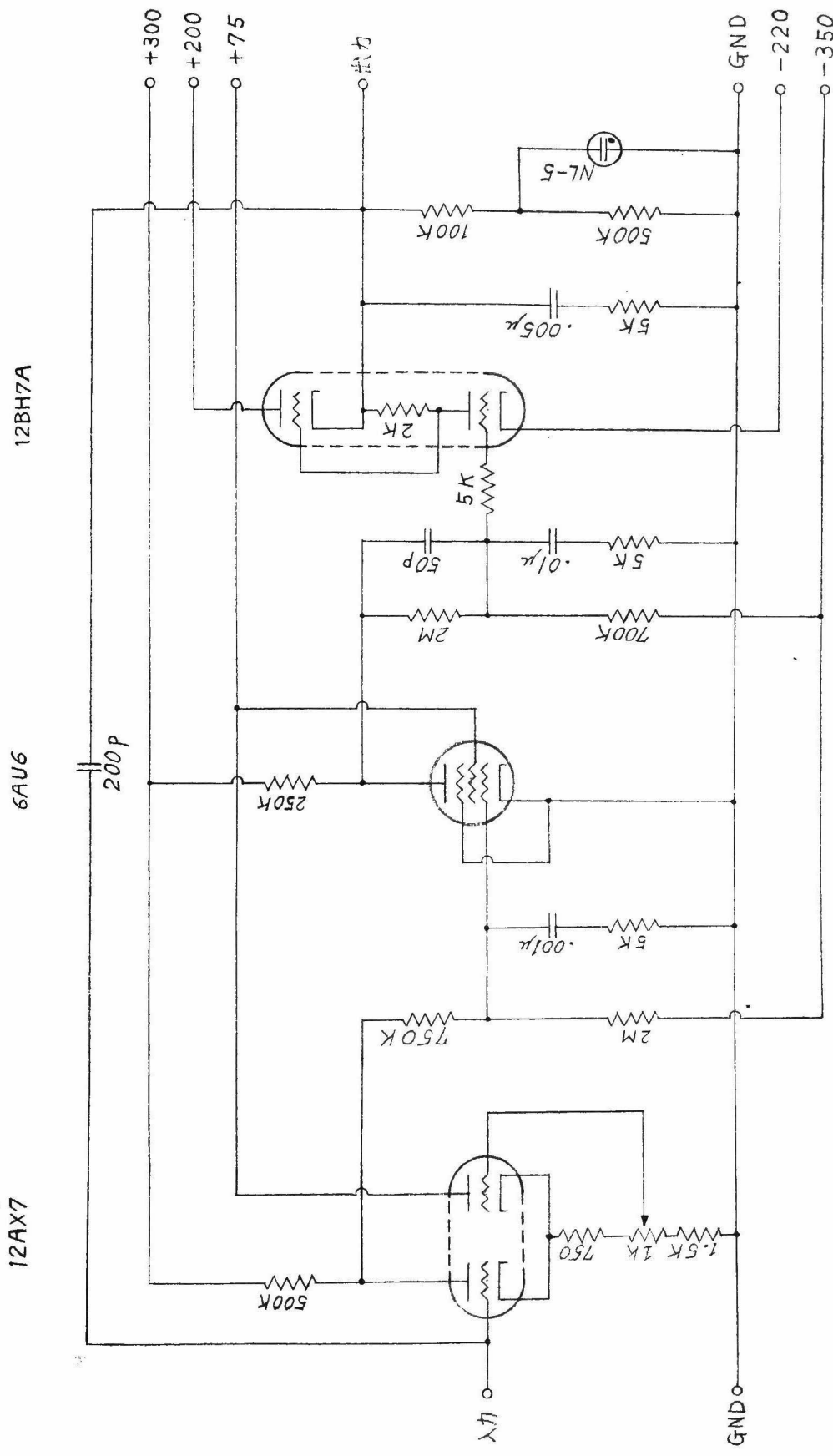
求解機では前述のように各変数の多項式によって表わされる関数を発生しなくてはならないので、掛算を行なう回数が多くそのために使用する加算器の数も多くしなくてはならない。また1つの変数のべきを作りさらにこれと他の変数のべきの値と掛けるなどの操作も必要となるので、1台の加算器に接続される掛算用ポテンシオメータの数も多くなるので、加算器の電流容量は出来るだけ大きく取ることが必要である。このような観点からすると第1章で述べた加算器は占有面積、電流容量の点で不満足であり、第3.4図に示す回路による演算増幅器を使用することにした。

この回路をプリント配線化して演算インピーダンスも同じプリント基板に配置し、加算器の1台づつがプラグイン式のパッケージに収まるようにした。この増幅器の特色は使用する真空管がプリント基板に平行に取り付けられている点であつて、このために出来上った加算器のパッケージが非常に薄くなっている ( $26 \times 13 \times 4 \text{ cm}^3$ )。この加算器を使用すると1枚のパネル ( $48.2 \times 22.2 \text{ cm}^2$ ) に10台取り付けることが可能となる。演算増幅器をプリント配線化する場合、特に絶縁の点が問題で湿度の影響を受け易いようであるが、現在のところはベークライトのプリント基板を用い、ハンダ付を行なつた後にベンジンで清掃し、充分乾燥しておいてから透明ラツカを吹付けて処理している。この程度の処理で隣接したプリント配線間の絶縁はおよそ30乃至100 MΩ ( $500 \text{ V}$  メガにて測定) となつてゐる。各加算器は第1章で述べたのと同じ7入力加算 ( $\times 1, 1, 1, 1, 4, 4, 10$ ) としているが、多項式の各項を加え合わせるのに用いる加算器に限り倍率を全部1に選んでいる。

また、第3.4図に示した演算増幅器と第1章で述べた演算増幅器との大きな相違は出力段である。従来試作して来た増幅器の出力段は6V6シングルであつて、出力管のプレートおよび第2グリッドの回路抵抗による電力損失のため発熱量が大きく、プリント配線には不適當であつた。また出力電流容量もプレート負荷抵抗に支配され最大  $\pm 100 \text{ V}$ ,  $10 \text{ mA}$  であつた。これに対して第3.4図の回路では出力管の負荷抵抗を他の真空管のプレート抵抗で置換したような形式であるため、負荷に応じてプレート負荷抵抗の変化する一種のプッシュプル増幅である。このため電力効率が高く、出力電流容量の多い割に発熱量が少ないからプリント配線に適していると云える。加算器として使用した場合の出力電流容量を測定すると第3.5図に示すように出力電圧  $\pm 100$  ボルトに対し  $15 \text{ mA}$  得られる。

出力段に必要な電源電流はバランス時で  $5 \text{ mA}$  であり、出力電流  $15 \text{ mA}$  のとき約  $16 \text{ mA}$  (実測値) であつて、6V6シングルの場合では出力電流  $10 \text{ mA}$  のときに約  $32 \text{ mA}$  の電源電流を必要とするのに比べて電

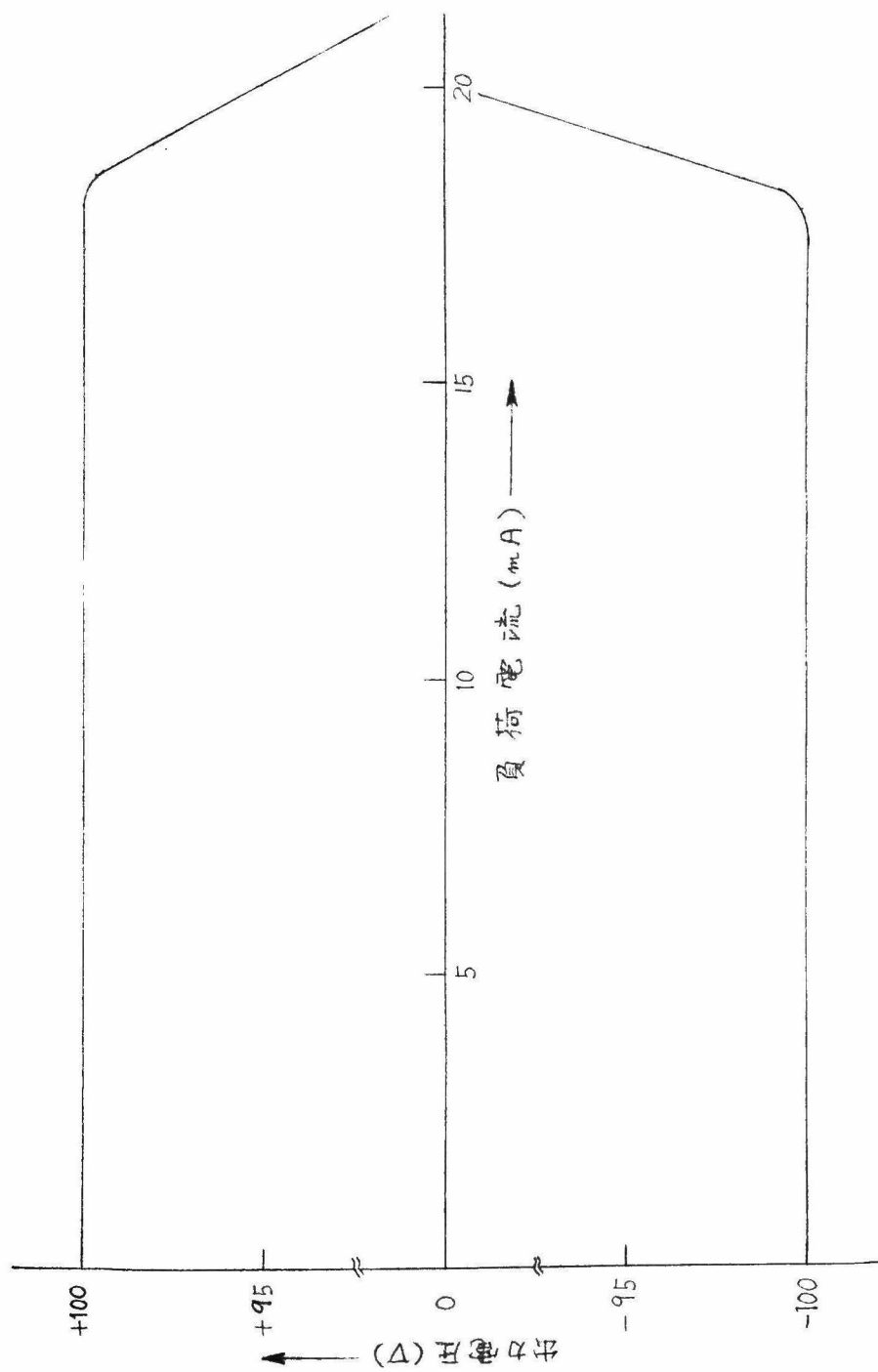




直流利得 約 40,000 倍

第3.4図 演算増幅器





第3.5図 カルキュレータの負荷特性



源の容量の点からも有利である。第3.6図はこの加算器の倍率1の端子を接地した状態におけるドリフトを測定した結果である。同図には従来の加算器のドリフトも同時に測定して示してあるが、ほぼ同程度の特性を示しており、約  $10\text{ mV/時間程度}$  と考えてよい。

#### (b) サーボ掛算器を応用した関数発生器

標題では便宜上関数発生器と呼んだが、機能的に云えば一種の掛算器であつて、これといくつかの加算器とを組合せることにより所要の関数を生ずることが出来る。第3.7図はその全体の結線図を示したもので、サーボ増幅器の部分を第3.8図に示した。同図のサーボ増幅器と第1章1.3節で述べたサーボ増幅器との相違は従来のものでは出力段の真空管に6V6を使用していたのに対し、6BQ5を使用して出力電力、利得共に若干大きくなるようにした点である。また第3.7図のチョツパの励磁電圧は前述のように適宜位相を切替える必要があるので外部に端子を取り出している。第3.2図のポテンシヨメータ  $P_1$  または  $P_2$  に相当するのが第3.7図左端のポテンシヨメータであつて、これと連動する他のポテンシヨメータの両端子に同図に示したように電圧を加えると、通常のサーボ掛算器と同様に掛算を行なうことが出来る。

次に使用した部品について述べる。ポテンシヨメータには  $30\text{ K}\Omega$ , 10回転形中点タップ付のヘリポット(緑測器KK)を使用し、これを最大12回まで装備出来るようにしている。そのため通常のサーボ掛算器で使用するポテンシヨメータ(1回転形)に比べて摺動長が長くなり精度の向上が期待出来る。歯車の減速比はモータシャフトからポテンシヨメータシャフトまで  $25.6:1$  にしている。上述のように各ポテンシヨメータは10回転形であるので摺動子が端から端まで動くにはモータシャフトの回転数に換算して256回転となり、モータを全速回転させた場合の所要時間は約6秒となる。減速歯車にはすべて2重歯車を使用してガタによる誤差を取除くよう注意し、ポテンシヨメータが廻り止めまで達したときになおモータが回転しようとしてポテンシヨメータに過大なトルクがかからないようモータシャフトに取付けた歯車に適当な滑り機構を

挿入した。

### (C) リレー制御装置

上述の開数発生器によつて発生された開数をもとにして3.2節に定義した評価関数を作り、その開数値の増減を検出してモータの回転方向を切替える部分をリレー制御装置と呼ぶことにする。以下にその概要を述べる。

#### (1) 絶対値回路

2つの関数  $F(X, Y)$  と  $G(X, Y)$  との絶対値の和を作る回路として第3.9図に示す回路を試作した。この回路は一種の折線関数発生器であつて、同図のように2つの入力端子にそれぞれ  $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$  を加えると出力としておよそ次の電圧を得る。

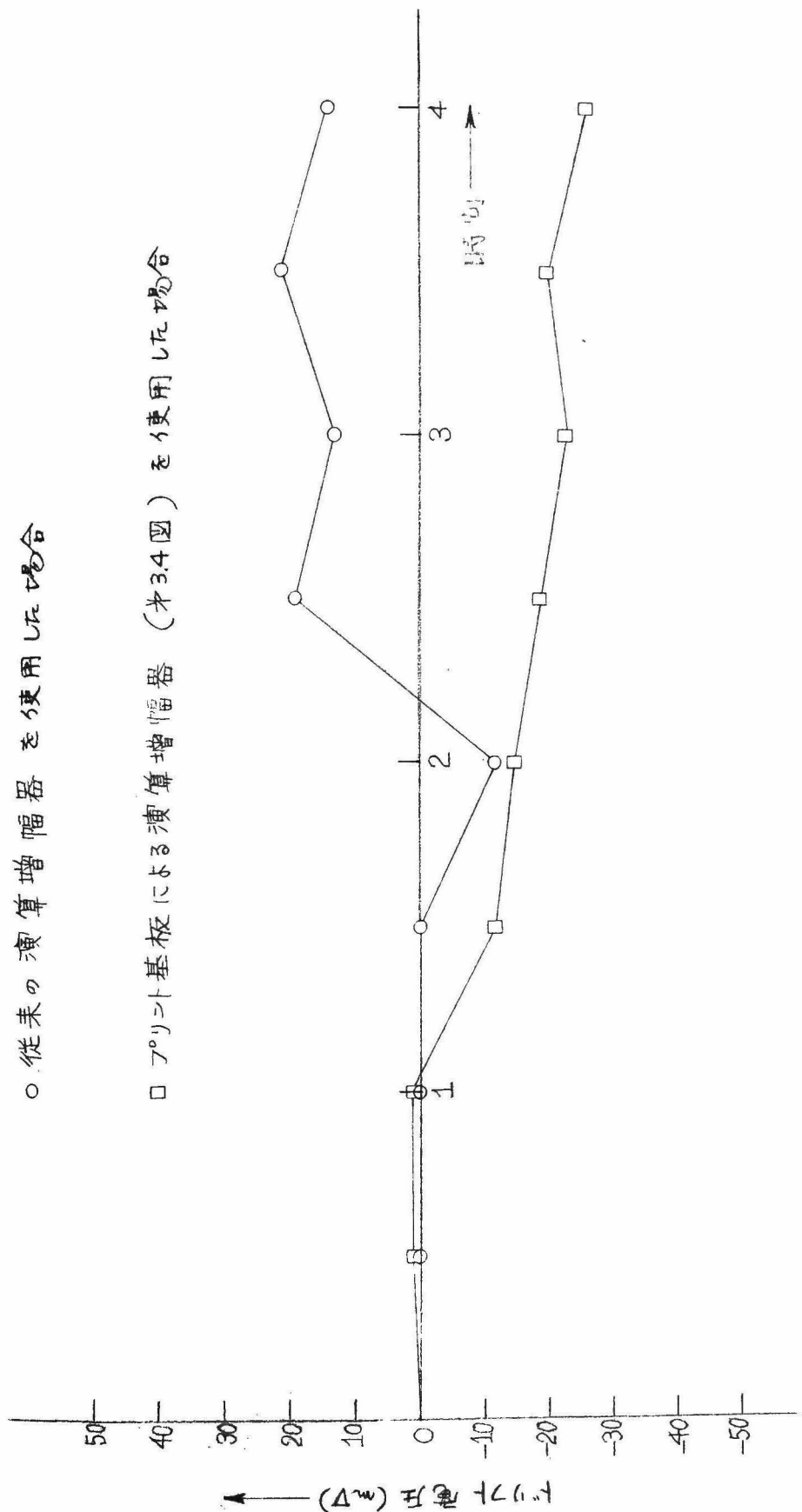
$$4\{|F(X, Y)| + |G(X, Y)|\}, \quad |F(X, Y)| + |G(X, Y)| \leq 8.3$$

$$33 + |F(X, Y)| + |G(X, Y)|, \quad |F(X, Y)| + |G(X, Y)| > 8.3$$

すなわち評価関数値が小さいときは絶対値回路の利得をよげている。その理由は次のごとくである。サーボ増幅器の入力電圧として評価関数自身を用いているためこの値が小さいときはモータの回転速度が遅くしたがつて変数  $X$  または  $Y$  の変化による評価関数値の変化も小さくなつて、リレーを適確に切替えるために必要な微分出力を得られなくなるおそれがある。このような不都合を避けるために絶対値回路の特性を若干変更した。

#### (2) リレー要素

試作求解機のリレー要素は前述の微分回路の出力電圧が正か負かによつて確実にリレー切替要素を働かせなくてはならない。そのためにはまづリレー要素に使用する演算増幅器のドリフトが充分少なく常に入力電圧の正、負を判定出来ることが必要となるので、第3.10図に示したようなドリフト自動補償付の演算増幅器を使用した。この演算増幅器は第1章1.2節で述べたものと比べて使用真空管が違ふことと直流増幅部の出力段の回路が異なつてゐるが、その他の回路構成は同じである。同図の演算増幅器を用いたリレー要素のドリフトは約  $1\text{ mV/時間程度}$  である。



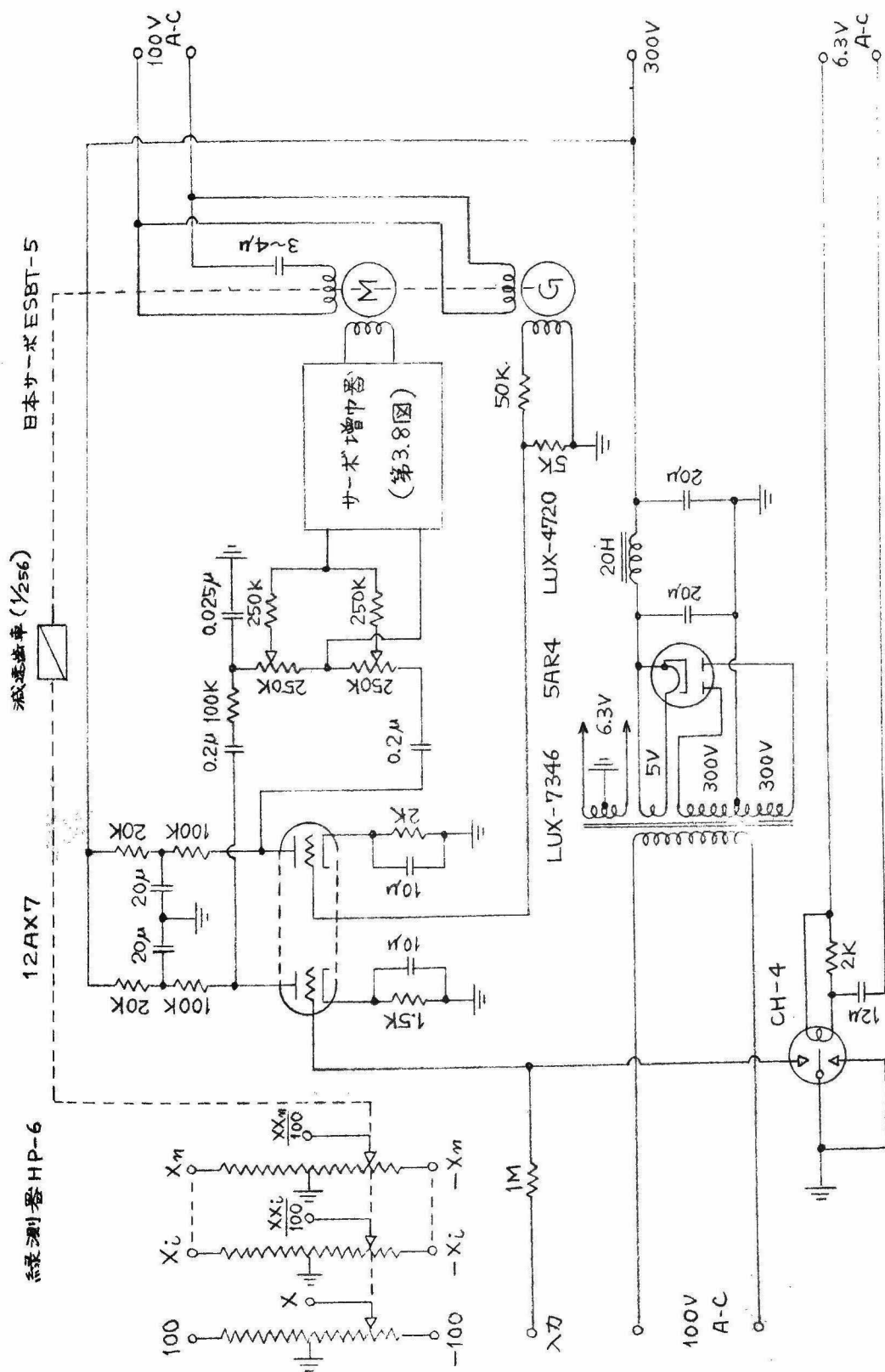
○従来の演算増幅器を使用した場合

□プリント基板による演算増幅器 (※3.4図) を使用した場合

第 3.6 図 加算器のドリフト

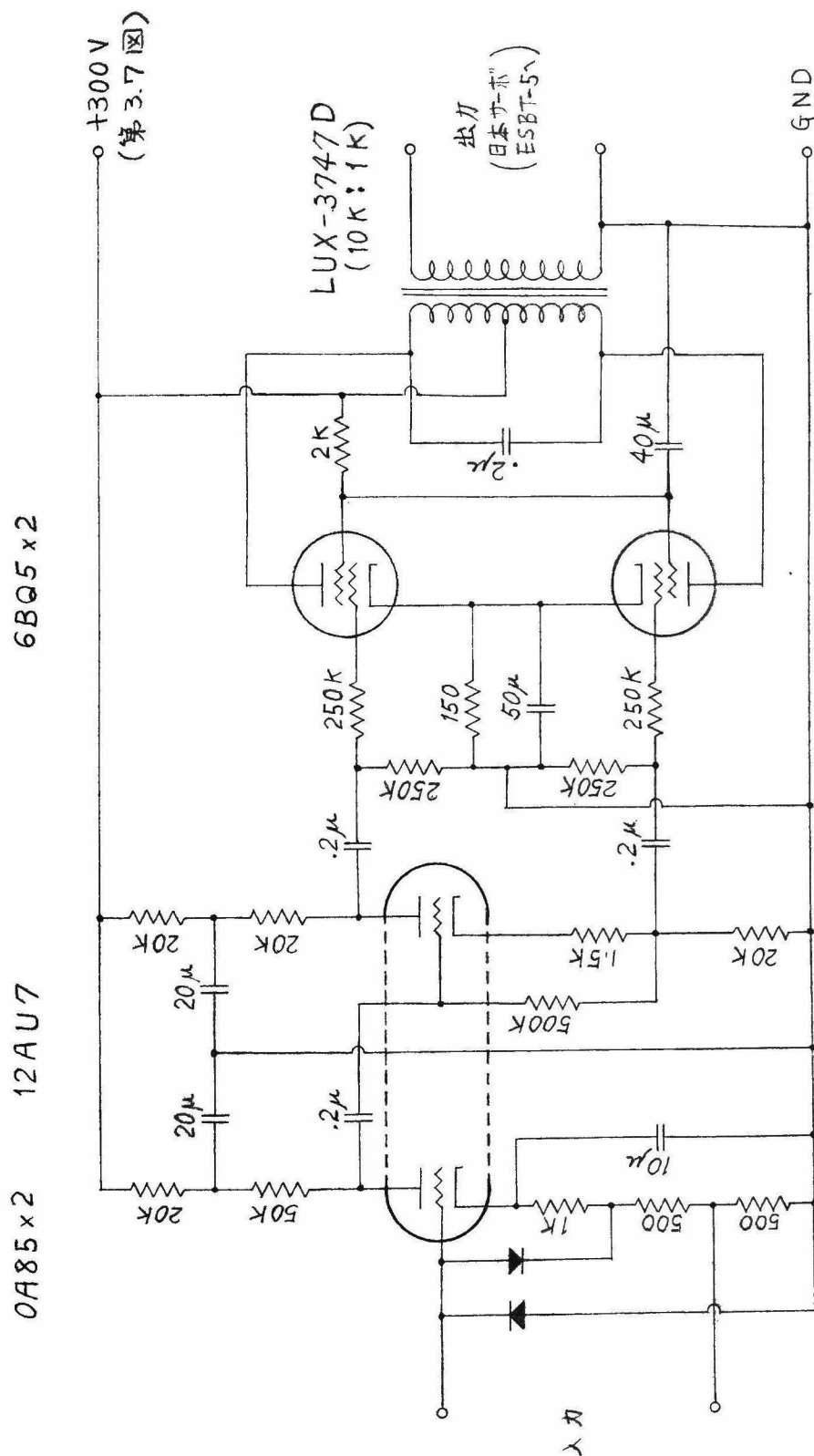






第3.7図 図数発生器のブロック線図



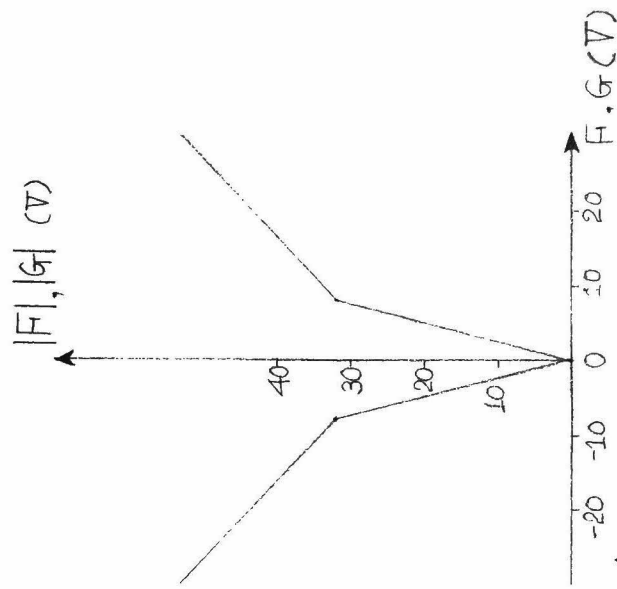
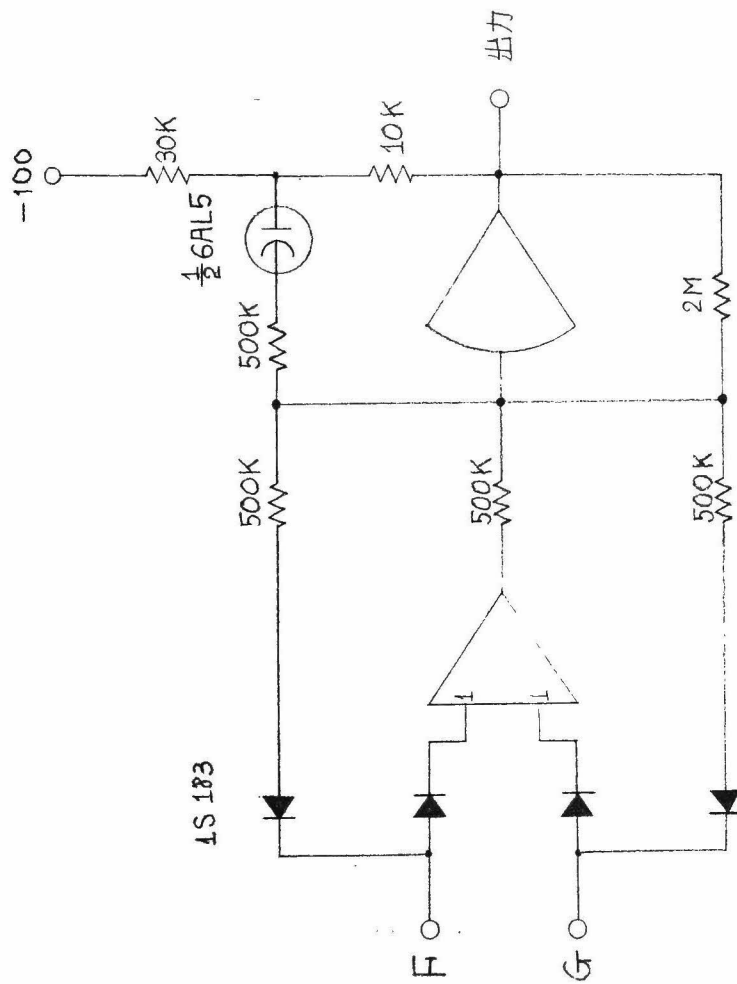


### 第3.8图 木-木-木增幅器



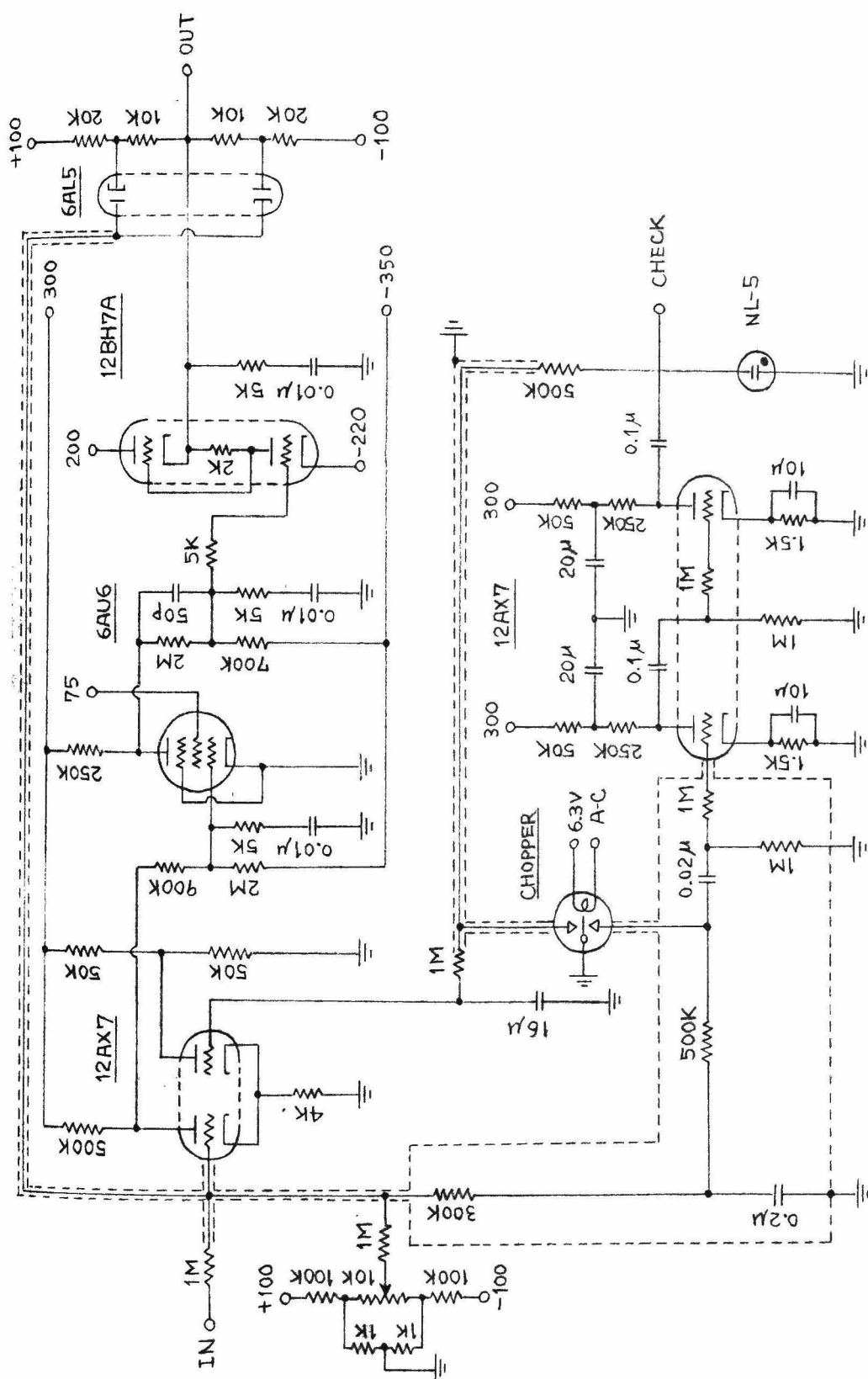
$$|F(x, y)| + |G(x, y)| \leq 8.3; \text{出力} = 4 \{ |F(x, y)| + |G(x, y)| \}$$

$$|F(x, y)| + |G(x, y)| > 8.3; \text{出力} = 33 + \{ |F(x, y)| + |G(x, y)| \}$$



第3.4図 絶対値回路およびその特性



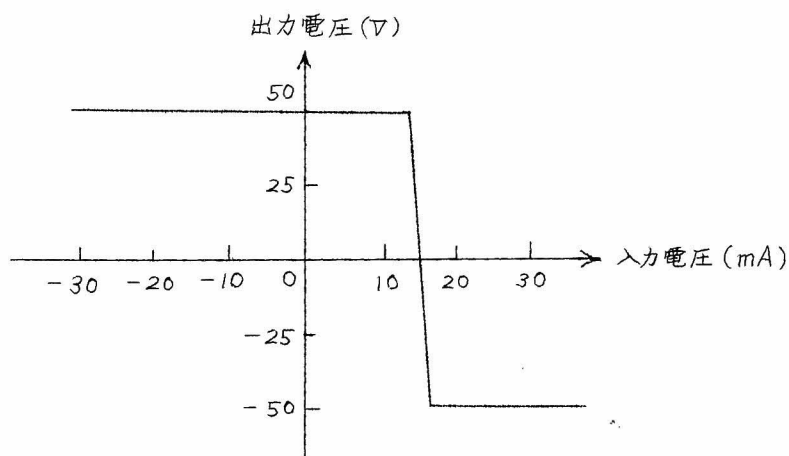


第3.10図 トリフト自動補償回路の原理素





求解機を始動するときのリレー要素の零点調整について附加しておく。今、求解機を始動する前にリレー要素の出力電圧が $-50$  ボルトになっていたとすると次に述べるような不都合を生じる。すなわち求解機が動作し始めた時評価関数値が増加する状態にあると、微分回路の出力電圧は正となりリレー要素の出力電圧は始動前と同じ $-50$  ボルトのままに動かず切替が行なわれないから評価関数値が増加しつづけるのにモータの回転方向を逆転させるべき信号が得られないことになる。したがってリレー要素の入力電圧が零のとき常にその出力電圧は $+50$  ボルトになっていることが必要になるわけであつて、これを實現するにはリレー要素の切替点をあらかじめいくらか正の方にずらせておけばよい。試作求解機ではリレー要素の入出力特性を第3.11図に示すように約 $15mV$  正



第3.11図 リレー要素の入出力特性

の方向に移動して調整することになっている。この移動量が大き過ぎるとかえつて必要な切替信号を見落す原因となるが、実験的には $15mV$ 程度の移動は問題にならないようである。また変数 $X$ ,  $Y$ が根に充分近づいたときには、前述のようにサーボ増幅器の入力電圧として関数 $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$ をとってリレーに関係なく根に接近するから演算精度に対しても問題はない。このリレー要素の出力電圧によって第3.3図のリレー切替要素を動作せしめサーボ増幅器のチョッパ励磁電流の位相を切替えて

制御を行なう。

#### (d) 電源装置

前述のように試作求解機では20台の加算器を備えており、また今後元数を拡大する予定であるため演算増幅器のフィラメント用電源(6.3 VAC, 15A)を2台作り、また演算増幅器出力段の直流定電圧電源として+200Vと-220Vの電源を新設した、その他の直流電源+3.00V, +75V, 標準電源 $\pm 100$ Vは第1章で述べたアナログ計算機の電源から取っている。第3.12図は一例として+200Vの直流定電圧電源の結線図を、第3.13図は製作した2種類の電源の負荷特性を示すものである。このように一部の電源は自蔵し、他の電源は別の計算機から取ることになるので、必要に応じて求解器だけで全電源を独立に断続することが出来るようにするため第3.14図に示すような結線で電源系統をまとめた。同図の結線は第1章のアナログ計算機の電源系統図と同じ構成である。

#### (e) その他の附属要素

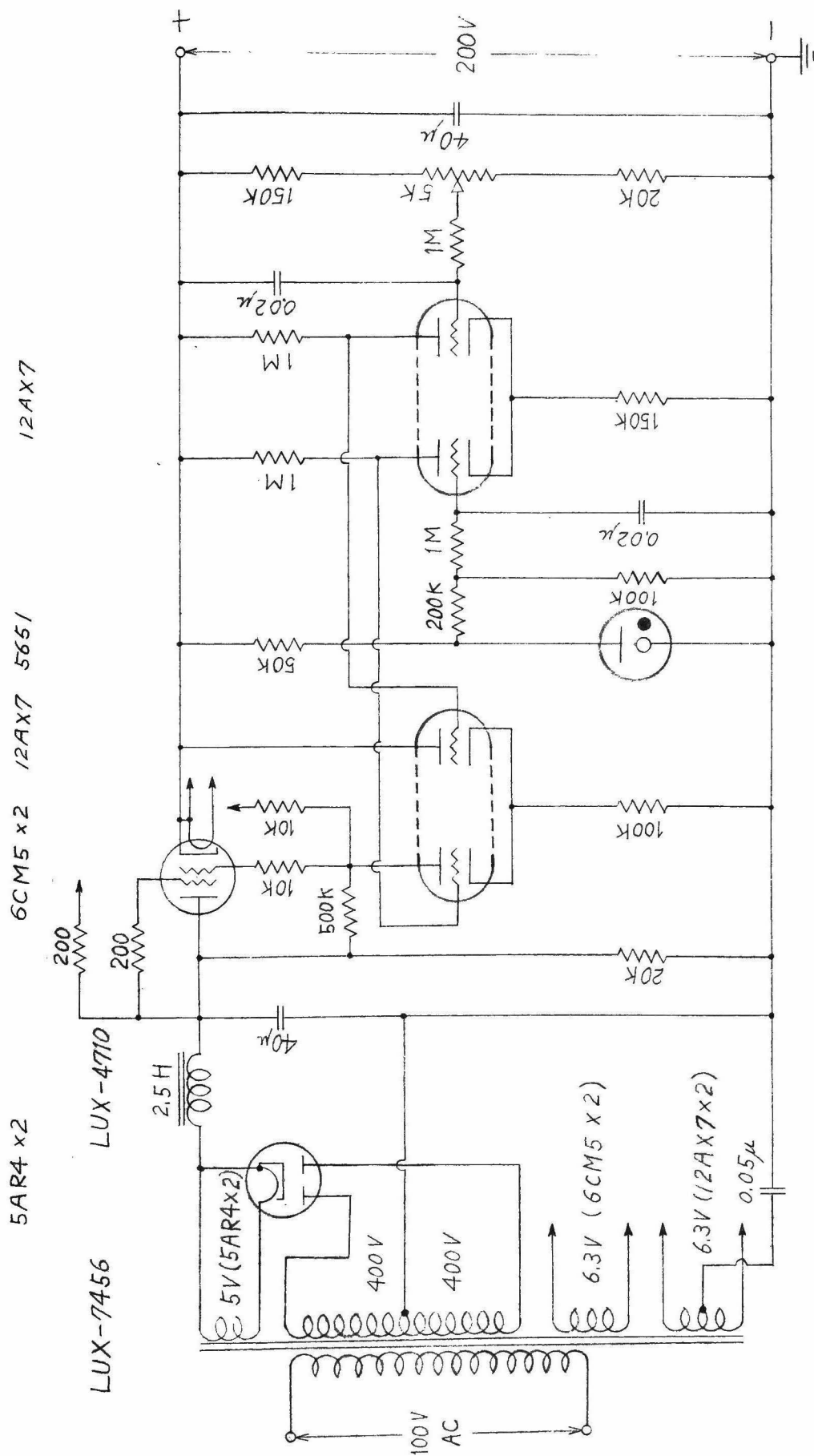
以上述べた各要素のほかに試作求解機を使用するための附属要素の主なものをあげると次のごとくである。

##### (1) 解指示ダイヤル

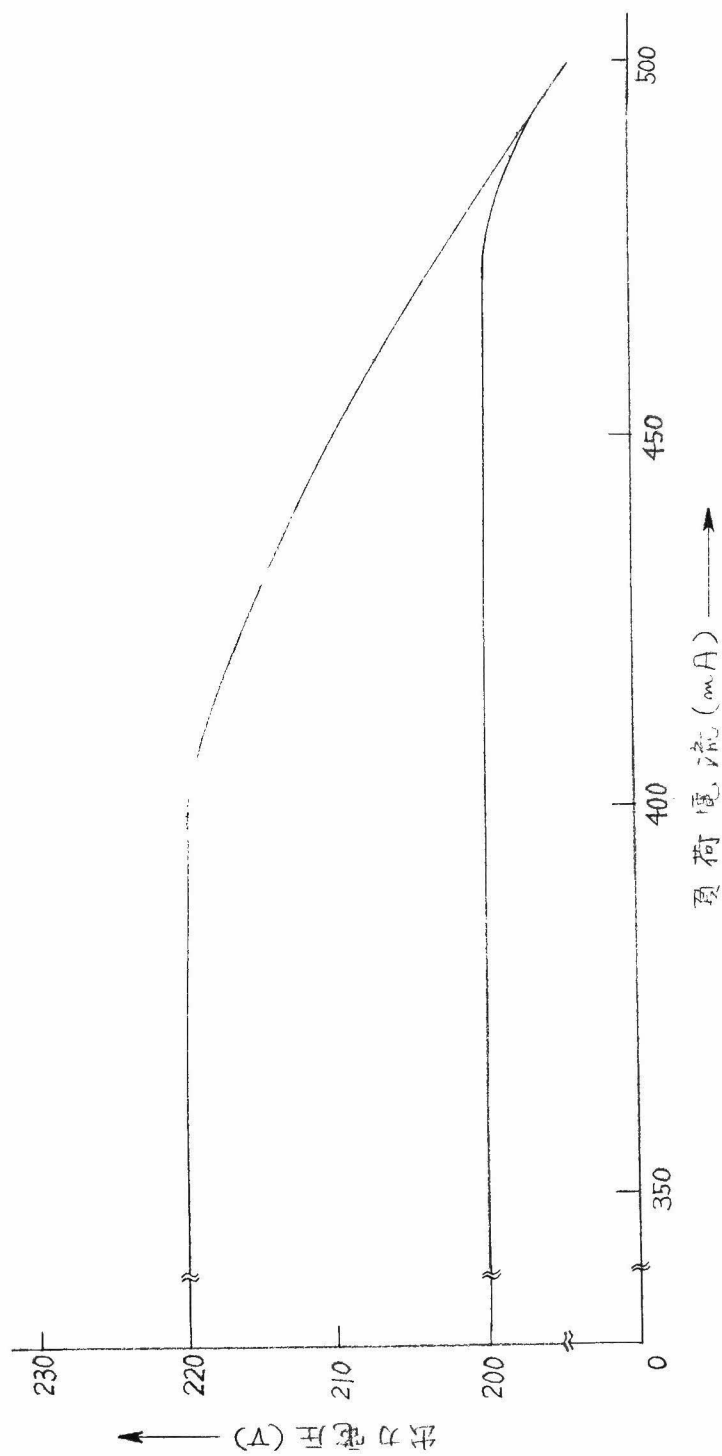
求解機の解は微分方程式の解のように解電圧が或る関数の形で与えられるのとは異なり、1つの電圧として与えられるからその電圧を読み取ればよい。試作求解機では20回転形2000目盛のダイヤルを用い、目盛を-100ボルトから+100ボルトまでに対応させている。したがって読み取りのときの桁数はダイヤルの1目盛が0.1ボルトに相当する。

##### (2) バランスメータ

求解機を動作させる前に各加算器の零点調整を行なう目的と解を求め終つてモータが静止したときに評価関数あるいは関数 $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$ の値が零になっているか否かをしらべる目的で第1章のアナログ計算機に用いたのと同じ仕様でバランスメータパネルを作っている。将来はこのメータの振れが対数的になったものを使用し、メータのレンジをしばしば切替えなくてもすむようにする予定である。

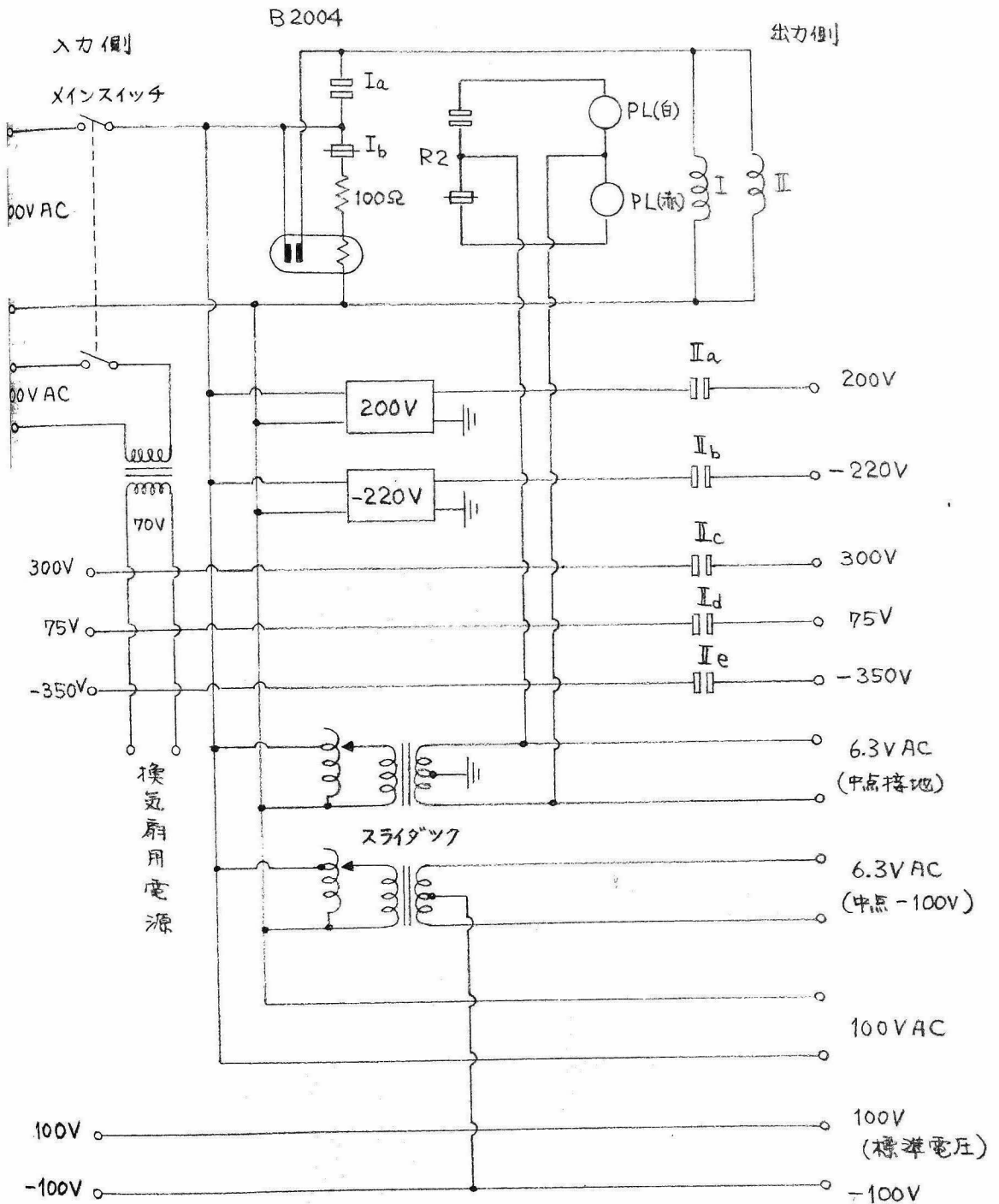






第 3.13 図 200V D-C 定電圧電源負荷特性





第 3.14 図 求解機電源系統結線





### 3.4 演算回路の構成法

本節では2元3次代数方程式を試作した求解機によって解く方法について述べ、これに関連して演算回路を構成する際の注意、演算精度などを説明する。

例、2元3次代数方程式

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= 0 \\ g(x, y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

が与えられたとしてこれを解くための演算回路について述べる。(3.7)式は変数として時間を含んでいないので、計算機変数としては電圧のみを考えればよく、演算回路のプログラムはアナログ計算機によって微分方程式を解く場合のプログラムよりも簡単である。与式の変数  $x, y$  と計算機の変数  $X, Y$  (ボルト) とを次の関係で対応させる。

$$\left. \begin{aligned} X &= Ax \\ Y &= By \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

(3.8)式を用いて(3.7)式を書きかえると

$$\left. \begin{aligned} F(X, Y) &\equiv f\left(\frac{X}{A}, \frac{Y}{B}\right) = 0 \\ G(X, Y) &\equiv g\left(\frac{X}{A}, \frac{Y}{B}\right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

となり、演算回路は(3.9)式について2つの関数  $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$  を発生するプログラムをすればよいことになる。実際には関数  $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$  の形によってその定数倍の関数  $\alpha F(X, Y)$ ,  $\beta F(X, Y)$  を作る場合が多い。これは絶対値回路の出力電圧が約150Vで飽和するため評価関数の大きさに制限があるからである。以上のことを考慮すると方程式(3.9)は一般に次の形で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha F(X, Y) &= \frac{K_1}{10^4} X^3 + \frac{K_2}{10^4} Y^3 + \frac{K_3}{10^4} X^2 Y + \frac{K_4}{10^4} X Y^2 + \frac{K_5}{10^2} X^2 \\ &\quad + \frac{K_6}{10^2} X Y + \frac{K_7}{10^2} Y^2 + K_8 X + K_9 Y + 10^2 K_{10} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

$$\beta G(X, Y) = \frac{K_1'}{10^4} X^3 + \frac{K_2'}{10^4} Y^3 + \frac{K_3'}{10^4} X^2 Y + \frac{K_4'}{10^4} X Y^2 + \frac{K_5'}{10^2} X^2 + \frac{K_6'}{10^2} X Y$$

$$+ \frac{K_7'}{10^2} Y^2 + K_8' X + K_9' Y + 10^2 K_{10}' = 0$$

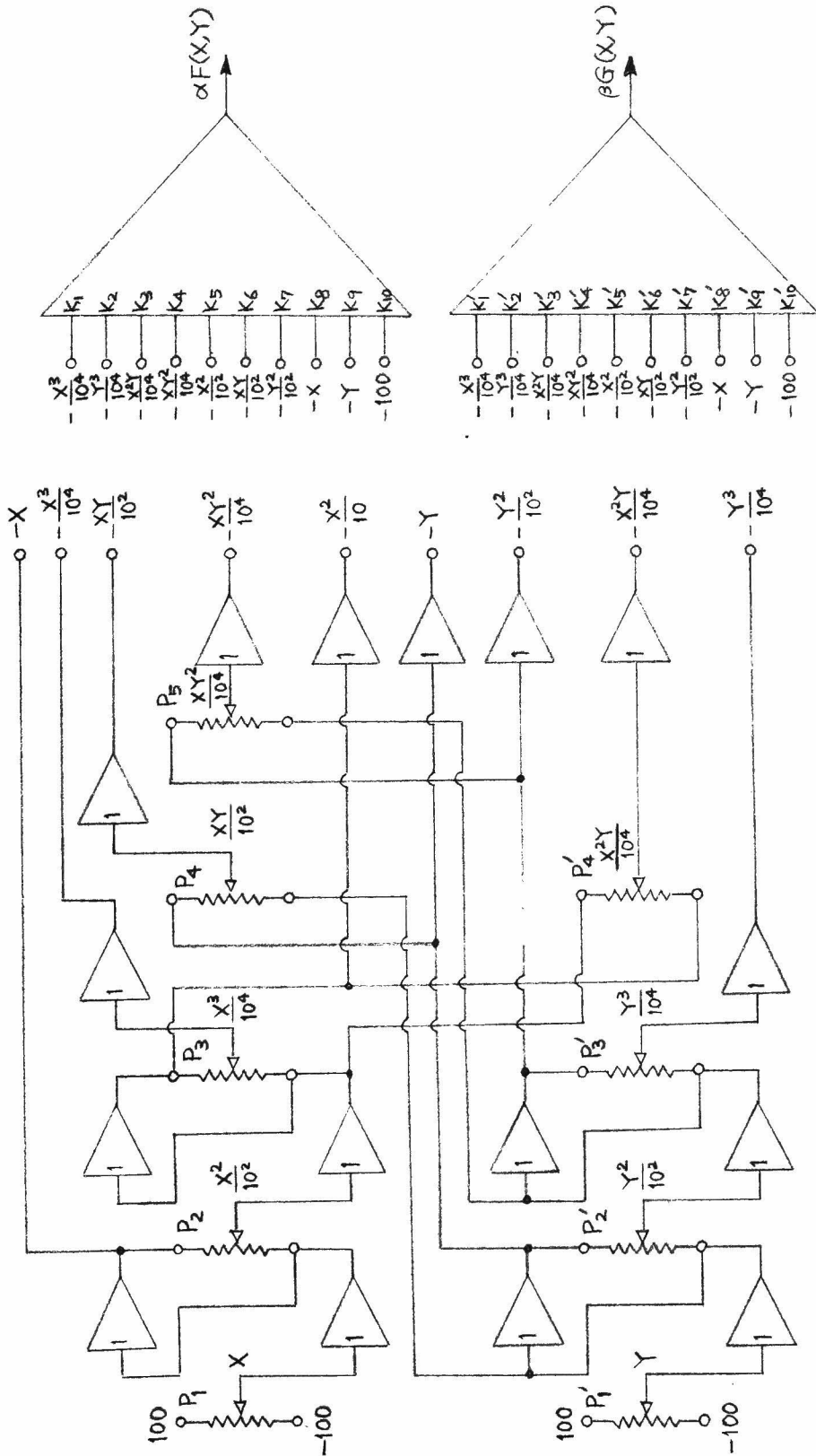
この場合の計算機ブロック線図を第3.15図に示す。同図においてポテンシオメータ  $P_1, P_1'$  は第3.2図の  $P_1, P_2$  のポテンシオメータに相当し、 $P_2, P_3, P_4$  および  $P_2', P_3', P_4'$  はそれぞれ  $P_1$  または  $P_1'$  に連動した関数発生器のポテンシオメータである。(3.10)式は2元3次方程式の最も一般的な形で、加算器20台を使っているが、実際に遭遇する問題ではもっと項数が少なく後に述べる例題のように12乃至13台の加算器で間に合う場合が多い。

次に変数変換係数  $A, B$  の選び方について考える。この問題を一般的に論じること、は難しいが、精度を良くしたいと云う点ではこの変換係数は出来るだけ大きく選びたい。一方、計算機変数が±100ボルト以内に制限されているため変換係数をあまり大きくすると値の大きな解を求めることが出来ない。一般には与えられた方程式の根の大きさがどの程度の値であるか、または幾組の実根を持つかと云うことを前以て知ることは出来ない。しかし実際は物理系の解析に際して遭遇する方程式においてはあらかじめ根の個数やそれがどの位のオーダーの値であるかなどに関して或る程度の予備知識が得られる場合が多く、1, 2の変換係数についてのプログラムを用意して求解演算を実行して見ればだいたい適当な変換係数の値を見出すことが出来る場合が多い。上述のように演算回路を組んだ後各加算器の平衡点検を行なうが、その際第3.15図のブロック線図において±100ボルトの標準電源に接続されている端子(6個)を接地するとどの加算器の入力電圧も零になるはずであるから、この状態で同図の左側の加算器から順番に平衡点検を行なえばよいことになる。このような平衡点検法は簡単であるばかりでなく、実際の演算回路の結線のまま行なうことが出来る点で有効である。

次に根が2個以上ある場合に、これらの根をことごとく見出すための

$$\alpha F(X, Y) = \frac{K_1}{10^4} X^3 + \frac{K_2}{10^2} Y^3 + \frac{K_3}{10^4} X^2 Y + \frac{K_4}{10^4} X Y^2 + \frac{K_5}{10^2} X^2 + \frac{K_6}{10^2} Y^2 + \frac{K_7}{10^2} X Y + \frac{K_8}{10^2} X + \frac{K_9}{10^2} Y + 100 K_{10} = 0$$

$$\beta G(X, Y) = \frac{K'_1}{10^4} X^3 + \frac{K'_2}{10^2} Y^3 + \frac{K'_3}{10^4} X^2 Y + \frac{K'_4}{10^4} X Y^2 + \frac{K'_5}{10^2} X^2 + \frac{K'_6}{10^2} Y^2 + \frac{K'_7}{10^2} X Y + \frac{K'_8}{10^2} X + \frac{K'_9}{10^2} Y + 100 K'_{10} = 0$$



第3.15図 (3.10)式に対する計算機ブロック線図



方法について考察する。与えられた方程式の根に関して或る程度の知識が得られた場合はあらかじめ予想した根の近傍に  $X, Y$  をおいてから求解演算を行なえばよいが、全然予想のつかない場合についてはなかなか難しい問題になる。このような場合の根の求め方について一・二の手法を述べると次の如くである。

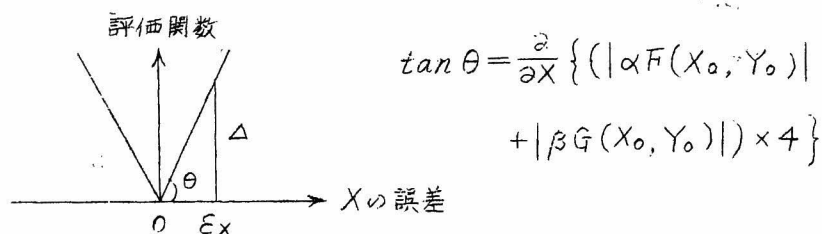
- (1) 一つの根が求まった場合、評価関数  $|F(X, Y)| + |G(X, Y)|$  の符号を切替えて  $-\{|F(X, Y)| + |G(X, Y)|\}$  にとって再び演算を開始させる。そのときのモータの回転方向は  $-\{|F(X, Y)| + |G(X, Y)|\}$  を減少させる方向、すなわち  $|F(X, Y)| + |G(X, Y)|$  が増加する方向に向かい、遂には  $|F(X, Y)| + |G(X, Y)|$  が極大になる所を探し当ててそのまわりを振動することになる。この状態で改めて評価関数の符号を元に帰せば再び評価関数値が減少する方向に向かうことになり、他の根が見出せる可能性がある。この方法では勿論元の根に逆戻りする可能性もあるが、そのときは出発点の位置を少し変更するなどの操作をしてやればよいわけで一つの便法であろうと考えられる。またこの方法は元数が増加しても適用可能である。
- (2) 2元の連立方程式の場合には変数  $X, Y$  を  $X-Y$  記録計の両軸に与え、求解機の演算途中の  $X, Y$  の変化の模様、評価関数の変化の模様の概略を調べることが出来る。この結果によつて根の位置を予想することが出来る。

これらの方法はいづれも便法であつて決定的な方法とは云えない。今後この問題について研究を進める予定である。

次に試作求解機の演算精度および精度を上げるための演算回路の組み方などについて考察する。試作求解機の演算誤差を与える原因の主なものは関数発生器自身の誤差と、発生した関数値を零とする変数  $X, Y$  の値を見出すときの誤差との2つである。まず、関数発生器部分の誤差であるが、試作求解機では掛算用ポテンシオメータとして  $10$  回転形ヘリポットを用いているため掛算用ポテンシオメータによる誤差は充分小さくなつていと推定出来るので結局使用している加算器の誤差に支配さ

れると考えてよい。加算器の誤差の最も大きな原因は演算インピーダンスの誤差であって、これについてはしばしばチェックするようにすれば常に1ボルト（フルスケール100ボルトの1%）以下に保つことは容易である。

次に求解の際の誤差であるが、これは根の近傍での関数  $F(X, Y)$ ,  $G(X, Y)$  の形、変換係数、前述の定数  $\alpha$ ,  $\beta$  の選び方などによって左右されるので一概には云えない。今、根を見出してモータが静止した場合の評価関数  $\{|\alpha F(X, Y)| + |\beta G(X, Y)|\}$  の大きさを  $\Delta$  とし、変数  $X$  の誤差を  $\epsilon_x (>0)$  とすると第3.16図に示すような関係になる。



第3.16図 根の近傍における  $X$  の誤差と評価関数

3.3節で述べたように、絶対値回路の特性によって根の近傍における評価関数の勾配は  $\{|\alpha F(X, Y)| + |\beta G(X, Y)|\}$  の4倍になっているので  $\epsilon_x$  および  $\epsilon_y$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \left[ 4/4 \frac{\partial}{\partial X} \{ |\alpha F(X_0, Y_0)| + |\beta G(X_0, Y_0)| \} \right] \\ \epsilon_y &= \left[ 4/4 \frac{\partial}{\partial Y} \{ |\alpha F(X_0, Y_0)| + |\beta G(X_0, Y_0)| \} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

但し  $X_0, Y_0$  は求解機によって求められた解

今、  $\frac{\partial}{\partial X} \{ |\alpha F(X_0, Y_0)| + |\beta G(X_0, Y_0)| \}$ ,  $\frac{\partial}{\partial Y} \{ |\alpha F(X_0, Y_0)| + |\beta G(X_0, Y_0)| \}$

を1のオーダーの数と仮定すると、 $\epsilon_x, \epsilon_y$  は  $4/4$  となり実験的には  $\Delta$  は常に0.1ボルト以下になるまでモータが回転するので結局誤差は0.025ボルト程度になる。しかし上述の仮定は与えられた方程式によって成立

しない場合もあるので一概には云えないが、大体的見当として1ボルト以内の誤差（フルスケールの1%）であると見てよいと考えられる。以上の諸点を考慮して試作求解機の精度は1%以下（フルスケール100ボルト）と考えられる。ここで注意すべきことは根に対応する $x, y$ の値がフルスケール100ボルトに対して小さい場合であつて、このようなときの正解に対する相対誤差は極めて大きくなる可能性がある。この場合の演算精度を上げるには、まず適当な変換係数 $A, B$ について根を求め、その根の近傍に $x, y$ の原点を平行移動した新しい方程式を解けばよい。このようにすれば2回目の演算における変換係数は極めて大きくとれるから有効に精度を上げることが出来る。この操作を具体例について説明する。与えられた2元3次方程式を

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &\equiv x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ g(x, y) &\equiv y - x^3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

とする、まず変換係数 $A=B=50$ として第3.17図の計算機ブロック線図で根を求めると $x=0.998, y=1.007; x=-0.996, y=-1.01$ の2組の根が得られる。次に1つの根の近傍 $(x, y)=(1, 1)$ の点に原点を移動し改めて(3.12)式を

$$\left. \begin{aligned} f(x', y') &= (1+x')^2 + (1+y')^2 - 2 = 0 \\ g(x', y') &= 1+y' - (1+x')^3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

と書きかえて変換係数を500, 10000として求解演算を行なうと第3.2表を得る。

第3.2表 (3.13)式による求解結果(元の座標に変換したもの)

変換係数 $A, B$	$1+x'$	$1+y'$
500	0.9998	1.0002
10000	0.99994	1.0001

(3.12)式の正解は $x=\pm 1, y=\pm 1$ (複号同順)であつて第3.2表を見ると、変換係数を1桁上げると精度もほぼ1桁上がると考えられる。

次に2個以上の根が近接している場合、それぞれの根を別々に判別出来るか否かについての問題について多少考察する。結論的に云えば2つの根が近接していてもその中間で評価関数値がある程度大きな値を持ち、リレー切替装置を働かせるに必要な信号が得られれば良好な分解能が期待出来る。一方、2つの根がかなり離れていてもその中間での評価関数値の変化が極めて少ないような場合は判別が困難になる。

最後に重根の場合の精度についての実験結果を示す。

### 例題 1

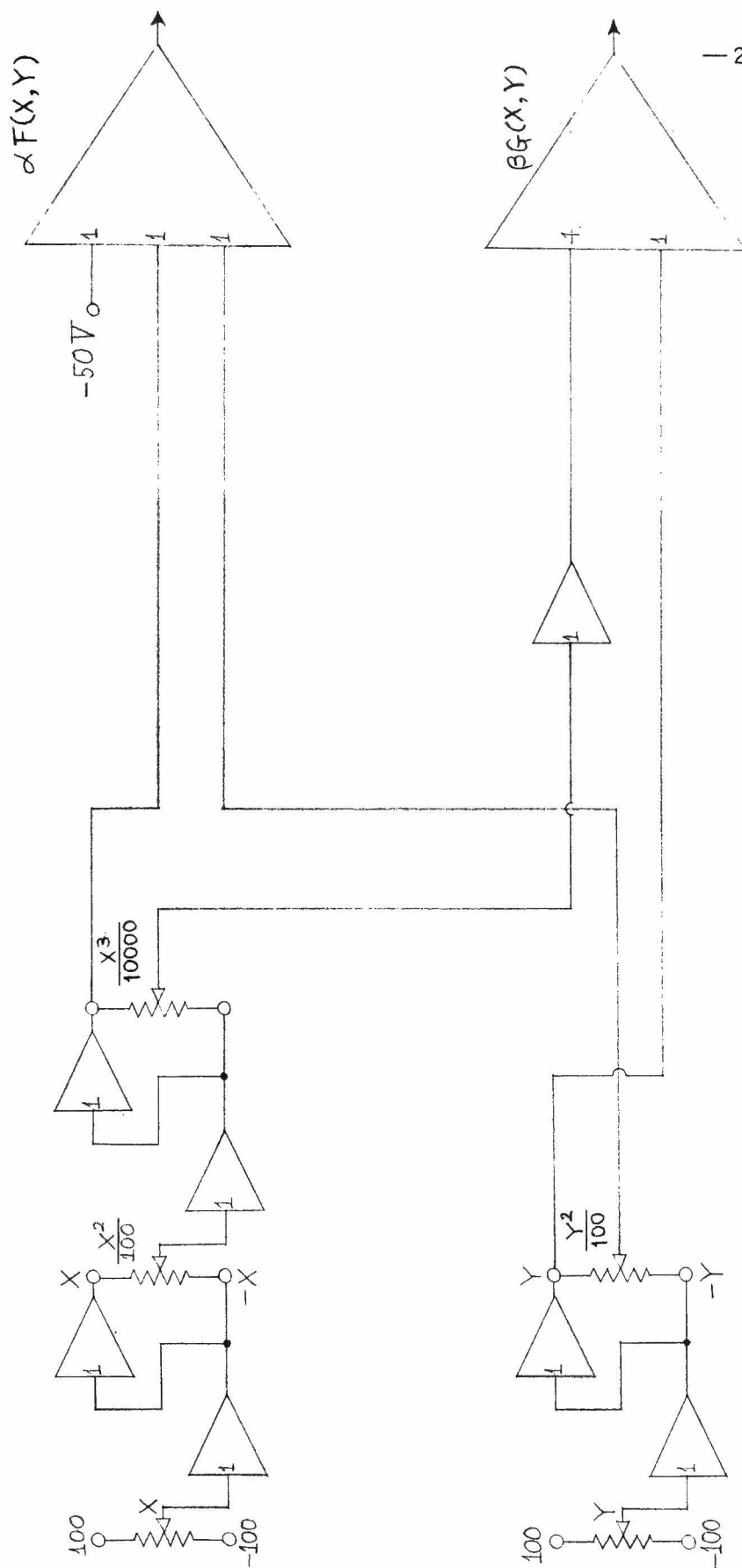
$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= x^2 - y + b = 0 \\ g(x, y) &= x^2 + y^2 - a = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

(3.14) 式において  $b = \pm 1$ ,  $a = 1, 1.5, 2$  の各場合について求解した結果を第3.3表に示す。変換係数を  $A = B = 50$  として求めた計算機プロック線図は第3.18図のようになる。

第3.3表 (3.14) 式の 解

a	b	正 解		求解機による解	
		x	y	x	y
2	1	0.55	1.30	0.55	1.31
		-0.55	1.30	-0.55	1.31
1.5	1	0.40	1.16	0.40	1.17
		-0.40	1.16	-0.40	1.17
1	1	0 (重根)	1	0.01	1.01
2	-1	1.27	0.62	1.29	0.62
		-1.27	0.62	-1.29	0.62
1	-1	1	0	1.00	-0.01
		-1	0	-1.00	-0.01
		0 (重根)	-1	0.04	-1.00





第 3.17 図 (3.12) 式に対する計算機ブロック線図



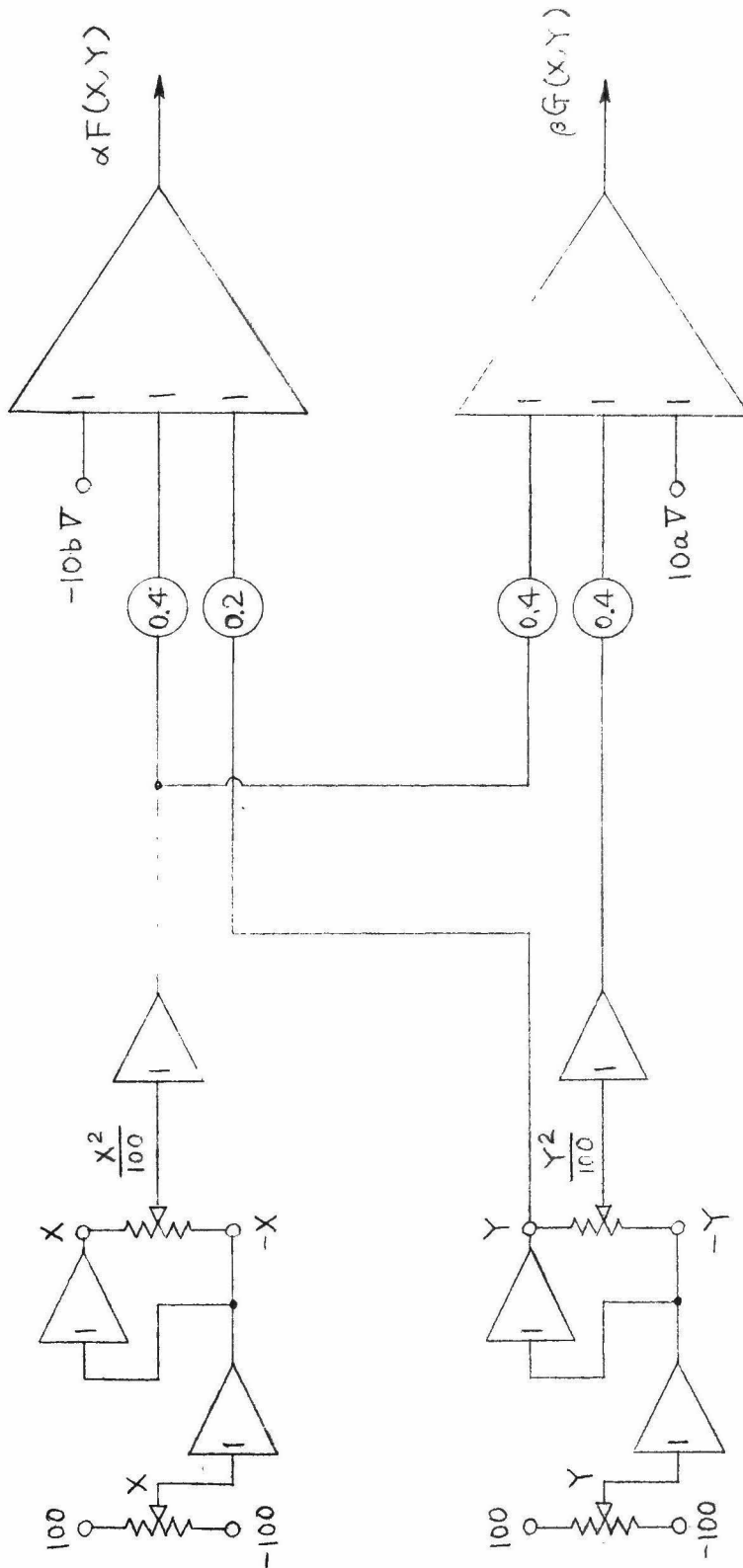


図 3.18 (3.14)式に對する計算機ブロック線図



この方程式では  $a=1$ ,  $b=-1$  のとき  $(x, y)=(0, -1)$ ,  $a=1$ ,  $b=1$  で  $(x, y)=(0, 1)$  なる重根を持つ。

## 例題 2

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= x^2(3-x) - y^2 = 0 \\ g(x, y) &= x^2 + y^2 - a^2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

(3.15) 式で  $a$  に種々の値を代入して求解した結果を第 3.4 表に示す。

第 3.4 表 (3.15) 式の解

$a$	正 解		求解機による解	
	$x$	$y$	$x$	$y$
$\sqrt{3}$	1	1.41	0.98	1.41
	1	-1.41	0.97	-1.41
	-0.8	1.55	-0.80	1.58
	-0.8	-1.55	-0.78	-1.50
$\sqrt{5}$	1.35	1.75	1.35	1.78
	1.35	-1.75	1.36	-1.76
	-1	2	-1.02	2.01
	-1	-2	-1.02	-2.04
$\sqrt{8}$	2	2	1.98	2.03
	2	-2	1.97	-2.03
	-1.25	2.55	-1.25	2.58
	-1.25	-2.55	-1.25	-2.57
3	3 (重根)	0	2.98	0.52
	2.25	1.9	2.26	1.98
	2.25	-1.9	2.25	1.98
	-1.3	2.7	-1.31	2.73
	-1.3	-2.7	-1.32	-2.73
$\sqrt{24}$	-2	4.47	-2.02	4.51
	-2	-4.47	-2.02	-4.50

この場合の計算機プロック線図を変換係数  $A=B=20$  として求めると

第3.19図(a)が得られる。同図(b)はこの例題を解かせた場合の求解経路をX-Y記録計によって描かせたものである。(3.15)式は $a=3$ において $(x, y) = (3, 0)$ なる重根を持つ。上の2つの例題の重根の場合を比較するに(3.14)式で $a=1$ ,  $b=-1$ とおくと同式は $x$ について $x^2(x^2-1)=0$ となり $x=0$ ,  $y=-1$ となる根は $x$ について2重根を表わすのに対し、(3.15)式で $a=3$ ,  $x>0$ とおくと同式は $y^2\sqrt{9-y^2}-4y^2-9\sqrt{9-y^2}+27=0$ となり、 $x=3$ ,  $y=0$ となる根は $y$ について3重根を表わす。第3.3表と第3.4表とを比較してもわかるように一般的傾向として試作求解機によって $n$ 重根を求める場合、 $n$ が大きくなる程演算誤差が大きくなるので注意を要する。

### 3.5 試作求解機の応用例

以上に述べた求解機を応用して2, 3の例題について解析した結果について述べる。

(a) 非線形復元力を持つ Van der Pol の方程式の基本調波振動の振幅

次の微分方程式で表わされる振動系について考察する。

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} - \mu(1-\gamma v^2) \frac{dv}{d\tau} + v^3 = B \cos \nu \tau \quad (3.16)$$

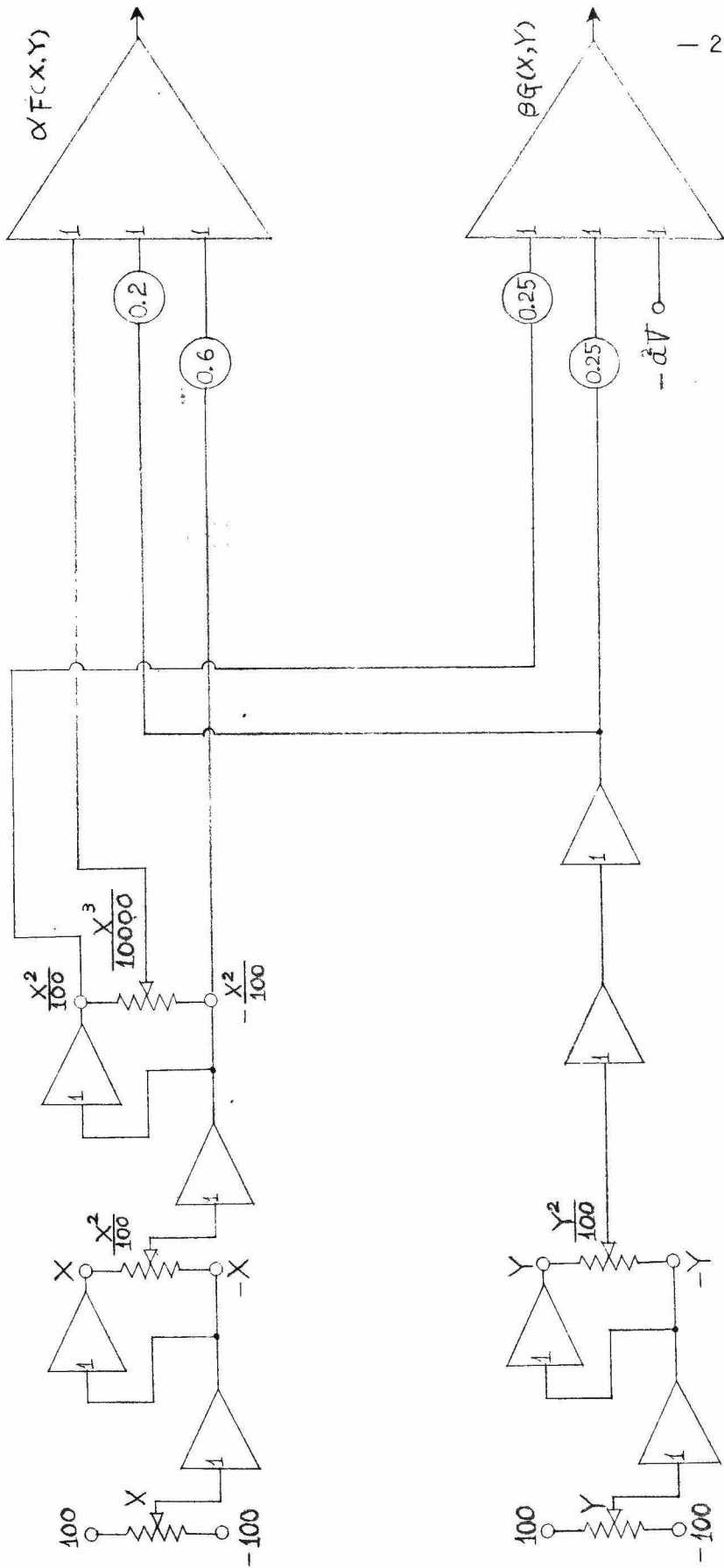
ここに $\mu$ は1に比べて充分小さい正の定数で、 $v^3$ は非線形復元力を、 $B \cos \nu \tau$ は外力を表わす。(3.16)式で $B=0$ とおいた方程式

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} - \mu(1-\gamma v^2) \frac{dv}{d\tau} + v^3 = 0 \quad (3.17)$$

で表わされる系の自励振動を

$$v(\tau) = a_0 \cos \omega_0 \tau \quad (3.18)$$

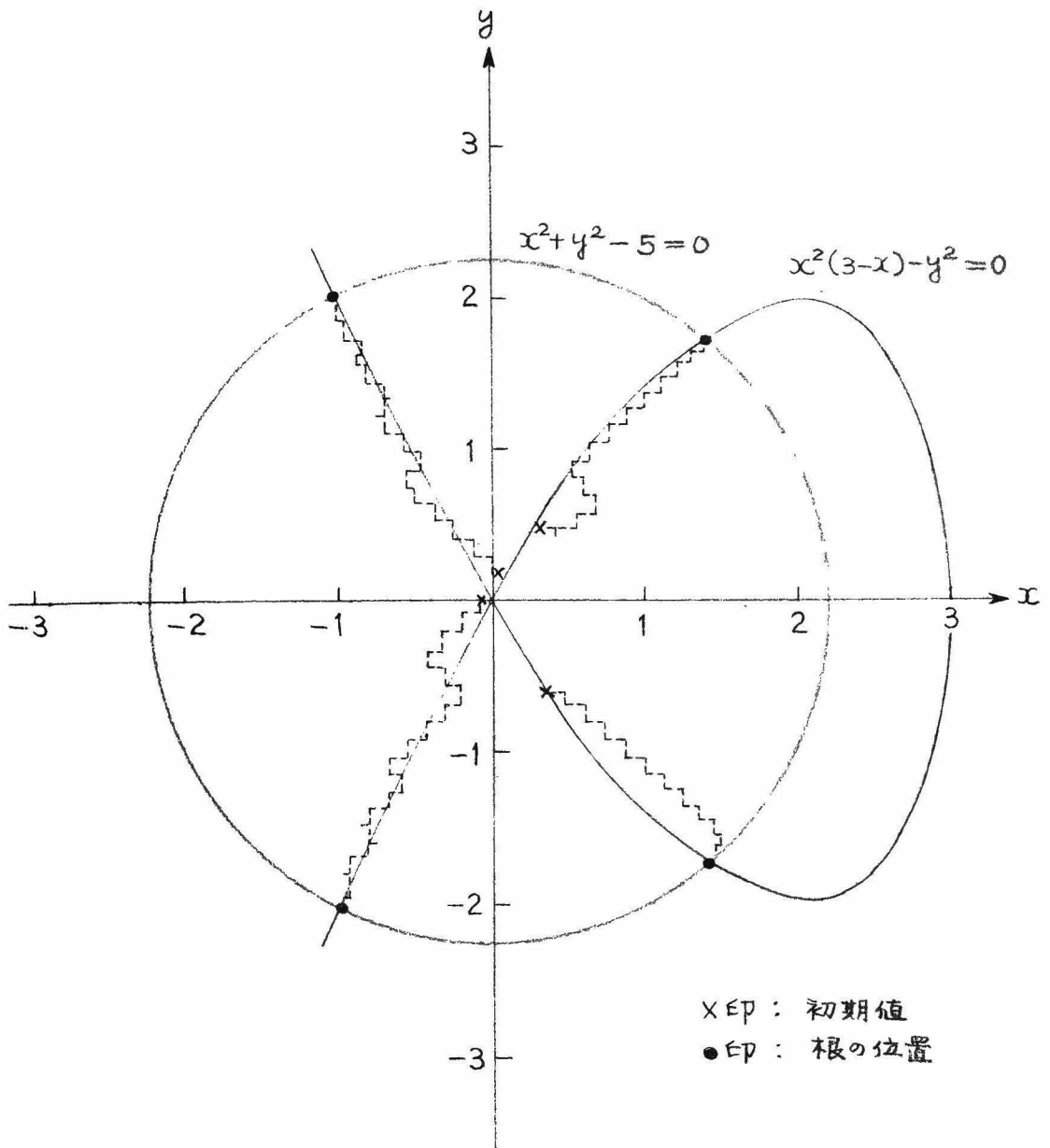
とおき(3.18)式を(3.17)式に代入して $\cos \omega_0 \tau$ ,  $\sin \omega_0 \tau$ の係数をそれぞれ零とおくと



第3.19図(a) (3.15)式に対する計算機ブロック線図







第 3.19 図 (b) (3.15) 式の根を求めた経過



$$\mu a_0 \omega_0 \left(1 - \frac{\gamma}{4} a_0^2\right) = 0, \quad a_0 \left(\omega_0^2 - \frac{3}{4} a_0^2\right) = 0 \quad (3.19)$$

が得られる。(3.19)式より自励振動の振幅および周波数は近似的に

$$a_0^2 = \frac{4}{\gamma}, \quad \omega_0^2 = \frac{3}{4} a_0^2 = \frac{3}{\gamma} \quad (3.20)$$

と表わすことが出来る。(3.16)式で表わされる系において  $\nu \cong \omega_0$  のときには自励振動の周波数が外力周波数に引込まれて基本調波振動を発生する。このような場合に(3.16)式の近似解として

$$v(\tau) = b_1 \sin \nu \tau + b_2 \cos \nu \tau \quad (3.21)$$

と仮定する。ここに  $b_1, b_2$  は引込みの起った定常状態では定数となる。引込みによつて起った基本調波振動の周期解を求めるため(3.21)式を(3.16)式に代入して  $\cos \nu t, \sin \nu t$  の係数をそれぞれ零とおけば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (1-r^2)x - \sigma y + \frac{B}{\mu \nu a_0} &= 0 \\ \sigma x + (1-r^2)y &= 0 \\ \text{但し } x &= \frac{b_1}{a_0}, \quad y = \frac{b_2}{a_0}, \quad r^2 = x^2 + y^2 \\ a_0 &= \sqrt{\frac{4}{\gamma}}, \quad \sigma = \frac{\omega_0^2 r^2 - \nu}{\mu \nu} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

(3.22)式を  $x, y$  について解けば(3.21)式で表わされる振動が決定される。(3.22)式は  $x, y$  に関する2元3次方程式であるから試作求解機<sup>\*</sup>で解くことが出来る。 $\mu = 0.2, \gamma = 8$  の場合を考へることにして(3.22)式を書きかえると

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &\equiv -r^2 x - \frac{15}{8\nu} r^2 y + x + 5\nu y + \frac{5\sqrt{2}}{\nu} B = 0 \\ g(x, y) &\equiv -\frac{15}{8\nu} r^2 x + r^2 y + 5\nu x - y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

\* 従来数値計算を行なつていた例に合わせた。

とし、変換係数を  $A=B=50$  として計算機プロック線図を求めると第 3.20 図が得られる。第 3.21 図 (a) は  $\nu=0.9$  として  $B$  を変化させながら  $x, y$  を求めた結果を  $x, y$  平面上に示したものであり、同図 (b) は  $\nu=0.4$  として同様の計算を行なった結果を示す。試作求解機ではこの例題のようにパラメータを変えることによつて根がどのように変化するかを調べるようなときには特に有効である。

(b) Duffing の方程式の基本調波振動の振幅

Duffing の方程式

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} + k \frac{dv}{d\tau} + v^3 = B \cos \tau \quad (3.24)$$

において基本調波振動の周期解を

$$v(\tau) = x \sin \tau + y \cos \tau \quad (3.25)$$

とおくと近似的に  $x, y$  は次式で与えられる。<sup>(18)</sup>

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &\equiv B - kx + y - \frac{3}{4}r^2y = 0 \\ g(x, y) &\equiv x + ky - \frac{3}{4}r^2x = 0 \\ \text{但し } r^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

この方程式は  $x, y$  に関する 2 元 3 次方程式であるから試作求解機を用いて解くことが出来る。

第 3.22 図は  $k=0.2, B=0.3$  の場合について求めた計算機プロック線図である。ただし変換係数は  $A=B=80$  とした。第 3.5 表はこの場合の数値計算結果と求解機によつて求めた解とを比較して示したものである。

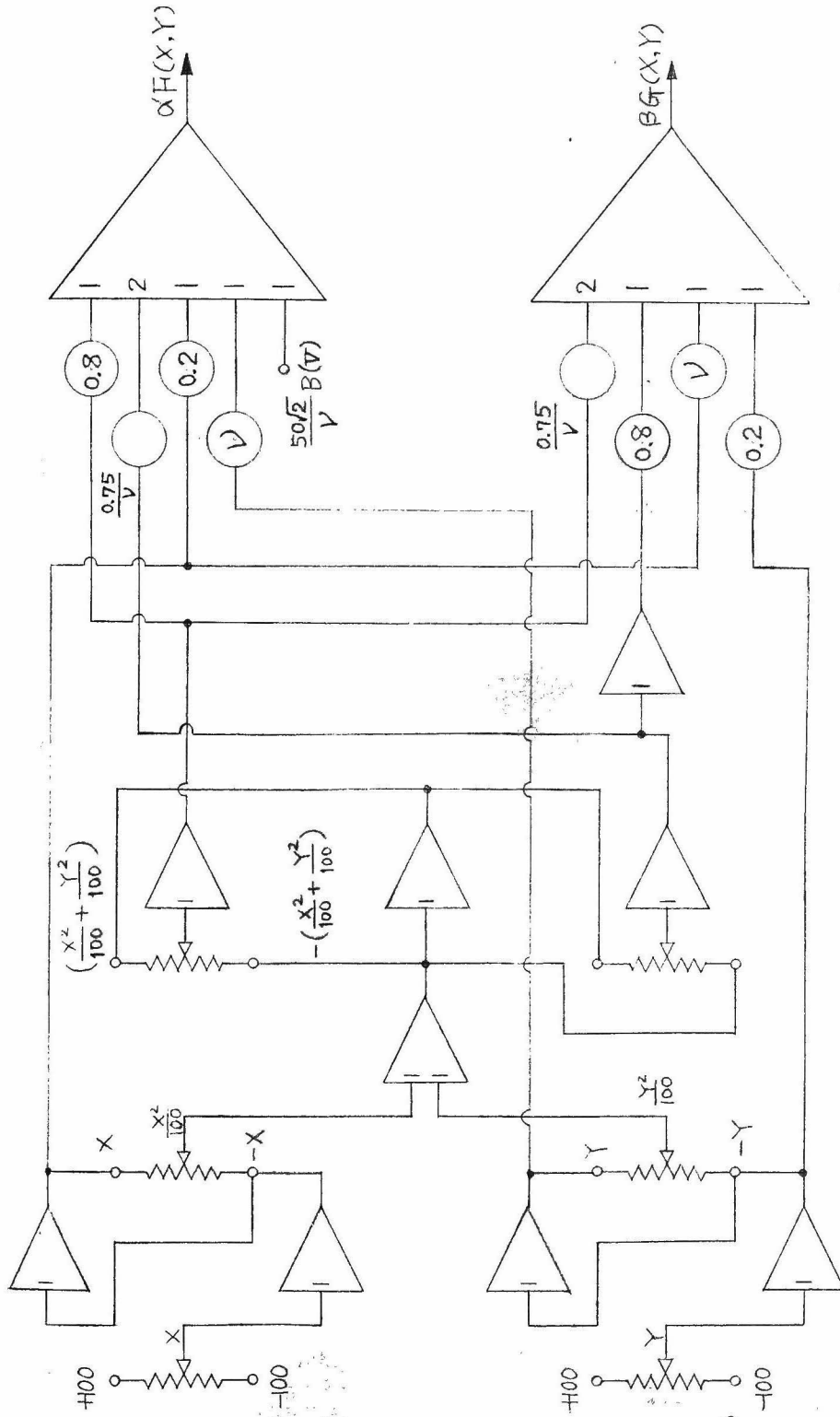
第 3.5 表 (3.26) 式の解

数値計算結果		求解機による解	
$x$	$y$	$x$	$y$
0.067	-0.310	0.066	-0.306
0.699	-0.748	0.701	-0.748
1.012	0.702	0.988	0.742

(c) Duffing の方程式の

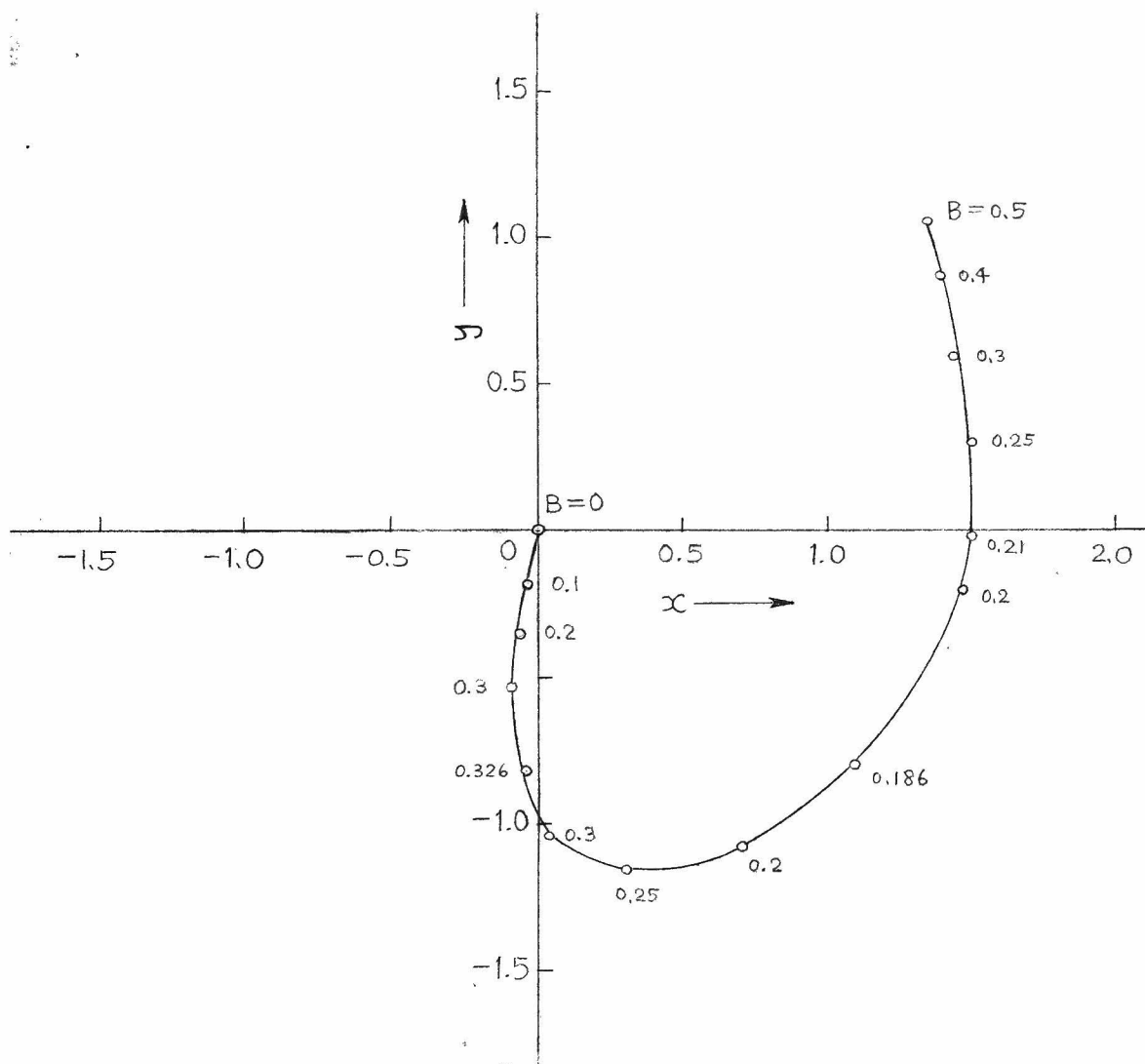
$\frac{1}{3}$  調波振動の振幅

Duffing の方程式



第 3.20 図 (3.33) 式に対する計算機ブロック線図

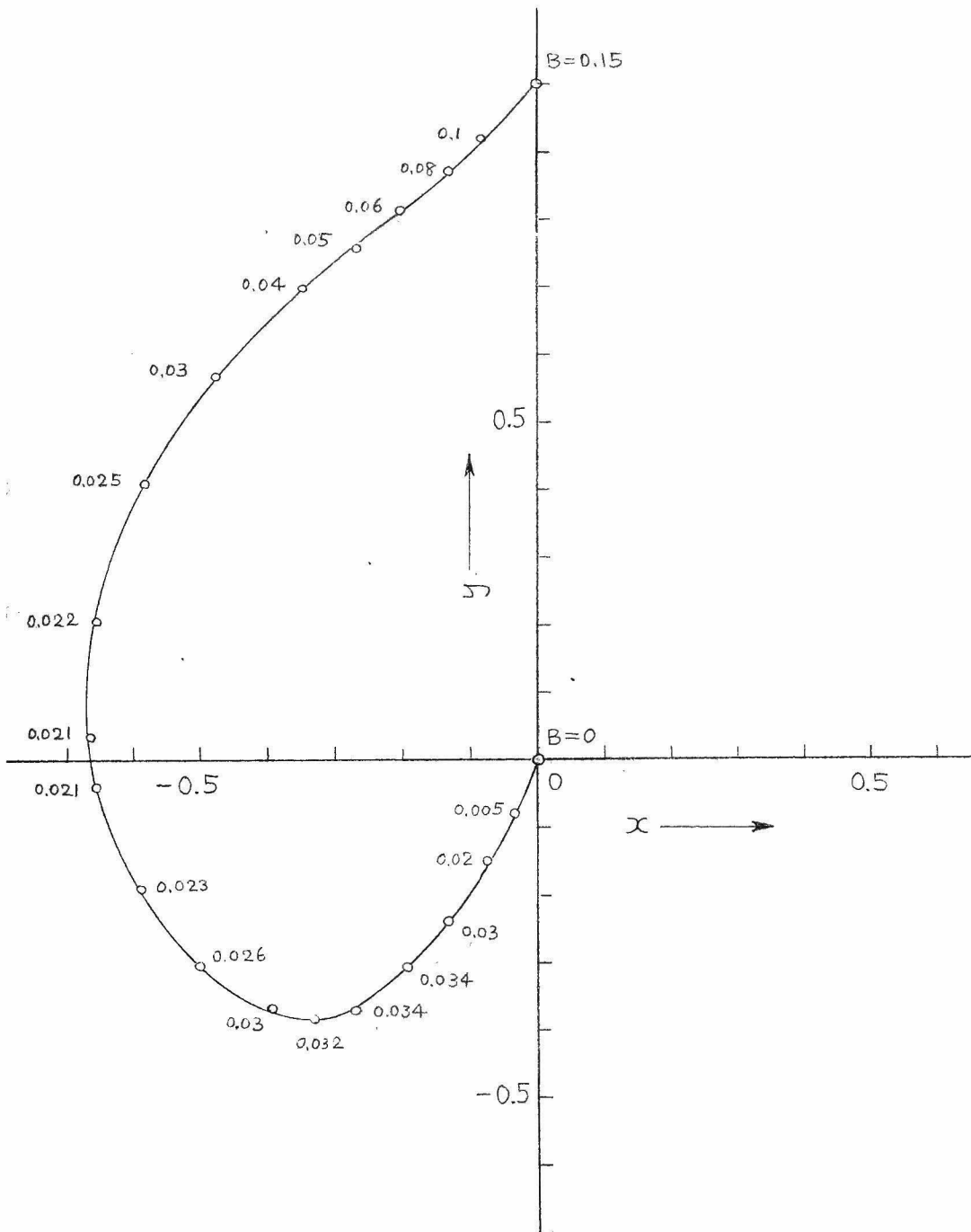




第3.21図(a)  $B$ をパラメータとした(3.23)式の根軌跡  
( $\nu=0.9$ )

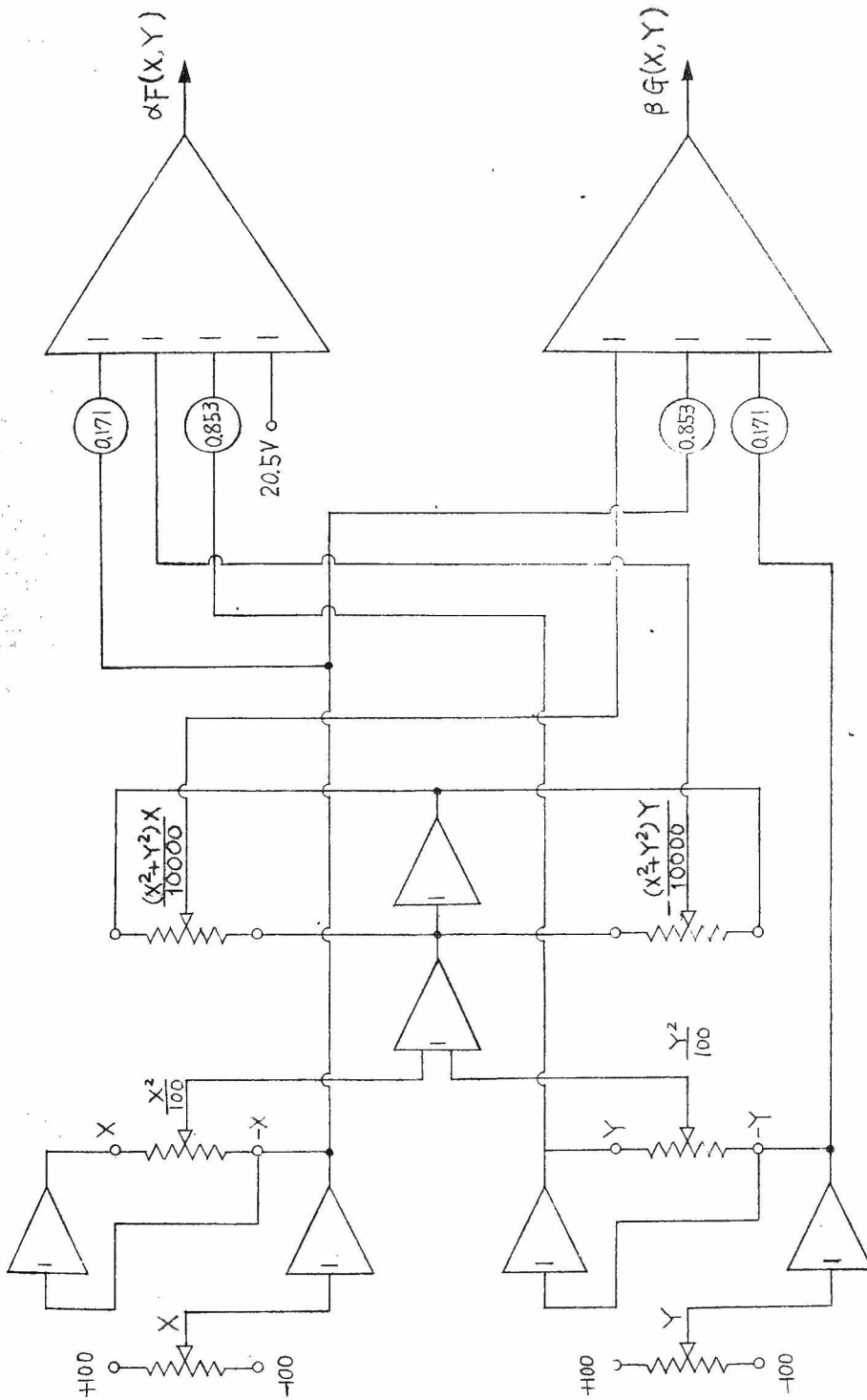






第 3.21 図 (b)  $B$  をパラメータとした (3.23) 式の根軌跡  
( $\nu = 0.4$ )





第 3.22 図 (3.26) 式に対する計算機フローチャート図

( $k = 0.2$ ,  $B = 0.3$ )



$$\frac{d^2v}{d\tau^2} + k \frac{dv}{d\tau} + v^3 = B \cos 3\tau \quad (3.27)$$

において  $1/3$  調波振動の周期解を

$$v = x \sin \tau + y \cos \tau + w \cos 3\tau, \quad w = -\frac{1}{8}B \quad (3.28)$$

と仮定すると,  $x, y$  は近似的に次式で表わされる。(19)

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &\equiv -kx + Ay + \frac{3}{4}w(x^2 - y^2) = 0 \\ g(x, y) &\equiv Ax + ky + \frac{3}{4}w \cdot 2xy = 0 \\ \text{但し } A &= 1 - \frac{3}{4}r^2 - \frac{3}{2}w^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

(3.29) 式を  $k = 0.2$ ,  $B = 3.2$  の場合について解く計算機ブロック線図を求めると第3.23図が得られる。但し変数係数は80とした。第3.6表はこの場合の数値計算結果と求解機によつて求めた解とを示したものである。

以上試作求解機を用いて2元3次方程式を解く

2, 3の例題について述べたが詳しい数値計算の結果と比較して略々満足すべき結果が得られることがわかる。今後の目標としては評価関数, リレー制御装置等の制御部分について検討を続け, 更に多元高次方程式求解機に拡張することを予定している。

第3.6表 (3.29) 式の解

数値計算結果		求解機による解	
$x$	$y$	$x$	$y$
-1.123	-0.378	-1.125	-0.380
0.889	-0.784	0.891	-0.784
0.234	1.162	0.235	1.158
-0.858	0.209	-0.859	0.218
0.610	0.639	0.605	0.649
0.248	-0.848	0.246	-0.849
0	0	0.000	0.003

## 第4章 低速度形アナログ計算機による種々の非線形問題の解析

### 4.1 緒言

第1章において筆者等が試作した低速度形アナログ計算機の概要を述べたが本章ではこのアナログ計算機を種々の非線形問題の解析に応用した結果について述べる。以下にあげる応用例を分類すると次の3つになる。

- (1) 非線形要素（特に飽和，リレー要素）を含むサーボ系の過渡応答
- (2) 上述のサーボ系に周期的な外力を加えた場合に発生する振動
- (3) 非線形振動系に発生する各種の振動

これらの問題を解析するために、まず系を支配する微分方程式を誘導しその微分方程式の解をアナログ計算機によって求め、さらにこの結果と理論的な計算によって求めた解とを比較検討した。

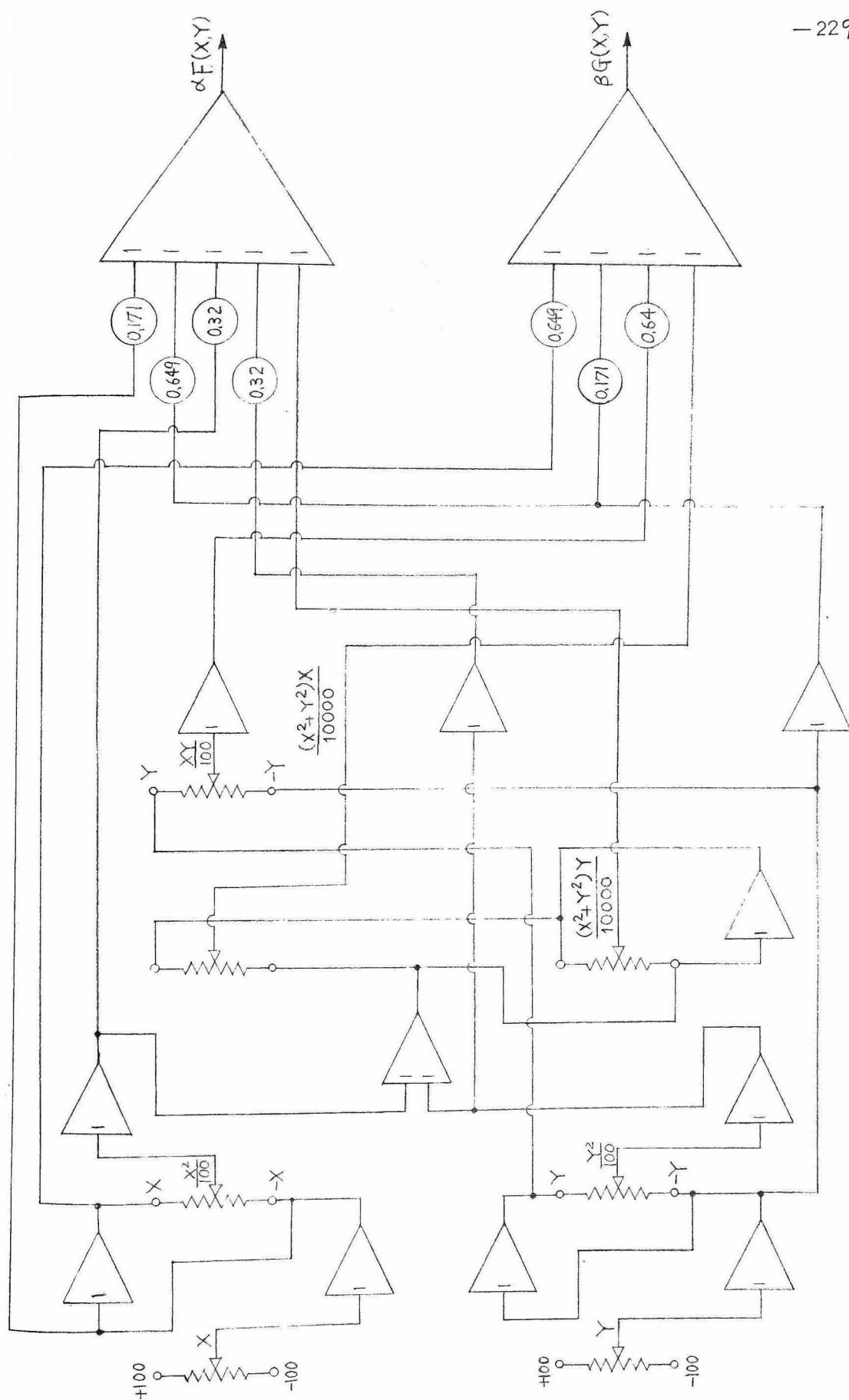
### 4.2 飽和要素を含む位置制御系の過渡応答

飽和要素を含む位置制御系の1例として第4.1図のブロック線図に示すような系を考える。この系のステップ入力に対する回路方程式は

$$T \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{d \varepsilon}{dt} + K f(v) = 0, \quad \left. \begin{aligned} \text{但し} \quad f(v) &= \pm 1, & \left| \varepsilon + \alpha \frac{d \varepsilon}{dt} \right| &\geq a \\ f(v) &= \frac{1}{a} v, & \left| \varepsilon + \alpha \frac{d \varepsilon}{dt} \right| &\leq a \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

である。(4.1)式を無次元に書きかえると

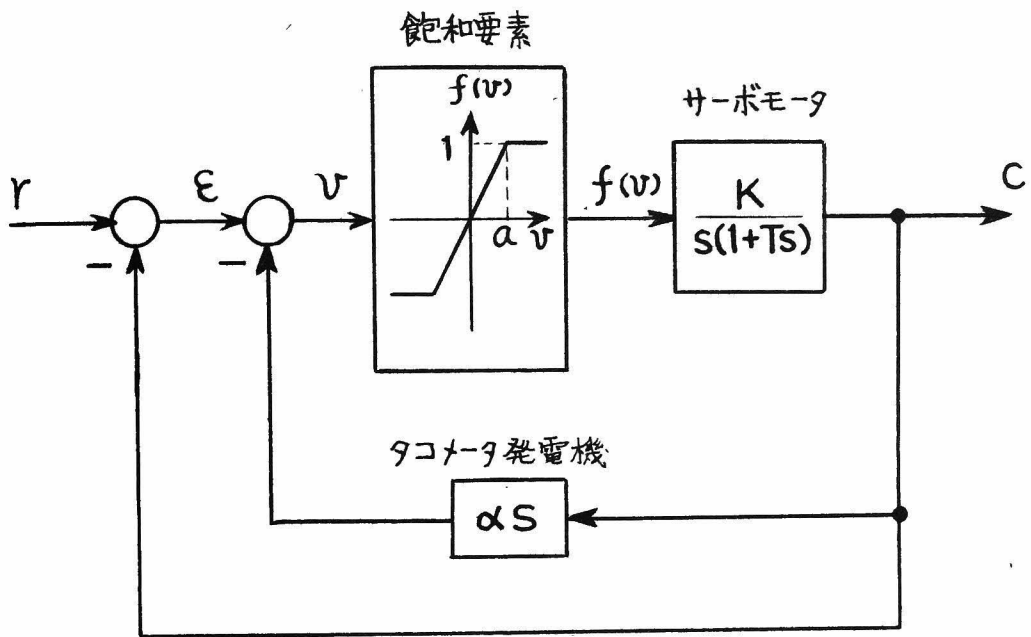
$$\frac{d^2 \varepsilon}{d\tau^2} + \frac{k\alpha + a}{\sqrt{k a T}} \frac{d \varepsilon}{d\tau} + \varepsilon = 0, \quad \left| \varepsilon + \alpha \omega \frac{d \varepsilon}{d\tau} \right| \leq a, \quad \left. \right\}$$



第3.23図 (3.29)式に対する計算機ブロック線図







第4.1図 飽和要素を含む位置制御系の  
ブロック線図



$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{kT}} \frac{d\varepsilon}{d\tau} \pm a = 0, \quad \left| \varepsilon + \alpha \omega \frac{d\varepsilon}{d\tau} \right| \geq a \\ \text{但し} \quad \tau = \omega t, \quad \omega^2 = \frac{K}{aT} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

が得られる。(4.2) 第1式は第4.1図における飽和要素の線形領域内に関する方程式を表わし、第2式は飽和領域内における方程式を表わす。(4.2) 第1式にて表わされる系が臨界制動となる条件は

$$\frac{K\alpha + a}{\sqrt{kaT}} = 2 \quad \text{即ち} \quad \alpha = \frac{2\sqrt{kaT} - a}{K} \quad (4.3)$$

である。一方  $\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{d\tau}$  平面 (位相面) における (4.2) 第1式の解曲線を考えるに、条件 (4.3) が成立しているときはすべての解曲線は  $\varepsilon + \frac{d\varepsilon}{d\tau} = 0$  なる直線に沿って原点に入る。従つてあらゆる大きさのステップ入力に対してこのサーボ系をオーバシュートなく動作せしめるためには (4.2) 第1式の成立する線形帯の境界線  $\varepsilon + \alpha \omega \frac{d\varepsilon}{d\tau} = \pm a$  が直線  $\varepsilon + \frac{d\varepsilon}{d\tau} = 0$  と平行になるようにすればよい。この条件を求めると

$$\alpha \omega = 1 \quad (4.4)$$

となり、(4.4) 式を (4.2), (4.3) 両式に代入すると

$$KT = a \quad (4.5)$$

が得られる。さらに  $\varepsilon = ay$  とおき、前述の臨界制動の条件が成立する場合を考えると

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{d\tau^2} + 2 \frac{dy}{d\tau} + y = 0, \quad \left| y + \frac{dy}{d\tau} \right| \leq 1 \\ \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} \pm 1 = 0, \quad \left| y + \frac{dy}{d\tau} \right| \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

なる2式を得る。

(4.6) 式を見るに第1式は線形領域における方程式を表わし、その減衰項の係数は2であるが、第2式の飽和領域における方程式の減衰項の係数は1である。これを云いかえると、誤差電圧  $y$  が大きいときには減衰項を小さくして速応性を与え、 $y$  が或程度小さくなれば減衰を大きくし

てオーバシュートをなくするように動作する。したがって、この場合は1種の非線形制動をかけた状態を表わすと考えられる。

第4.2図は上述の条件を満足する系の1例として

$$K=50, \quad T=0.2, \quad a=10 \quad (4.7)$$

なる場合に初期条件  $y|_{\tau=0}=M, \quad \frac{dy}{d\tau}|_{\tau=0}=0$  を与えて(4.6)式をとくためのアナログ計算機ブロック線図であり、第4.3図は計算機による解曲線を位相面軌跡並びに時間応答として表わしたものである。

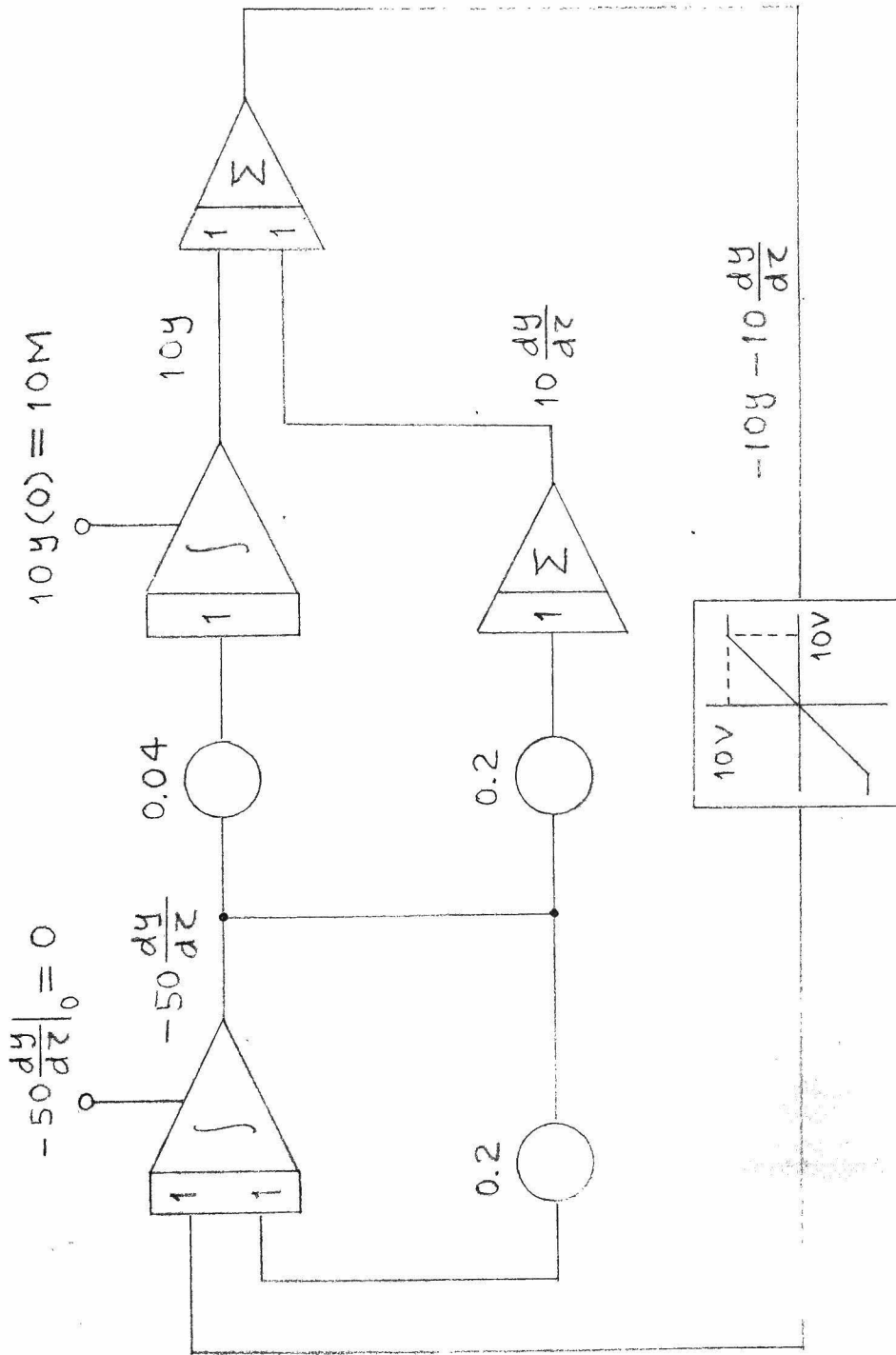
この解析は実際の制御系における定数を選んだものではなく、(4.3)および(4.5)式の成立する場合の1例を示したものである。また上述のように線形領域内で必ず臨界制動の状態になるようにしておくのが系の応答時間を短くする最良の方法であるかどうかはわからない。第1章で述べたサーボ計算器の場合では $K$ の値がこの例にあげた値よりもはるかに大きく、したがって線形領域の幅も狭いので、位相面における解曲線は一且線形領域内に入ってもそれを通り越して再び飽和領域に入り、以下これを繰返して最後に原点に入るような軌跡を画く。実用的見地からは臨界制動の条件を満足させた場合と、多少のオーバシュートを許す場合とを比較して、後者の方がむしろ速応的であると考えられるので、製作したサーボ計算器ではタコメータ発電機からの速度帰還量を適当に調整して $\pm 100$ ボルトのステップ入力に対して1~2回程度のオーバシュートを見る位にして使用している。

### 4.3 リレー要素を含む位置制御系の過渡応答

リレー要素を含む位置制御系の1例として第4.4図のブロック線図に示すような制御系について考える。同図よりステップ入力に対して次の回路方程式を得る。

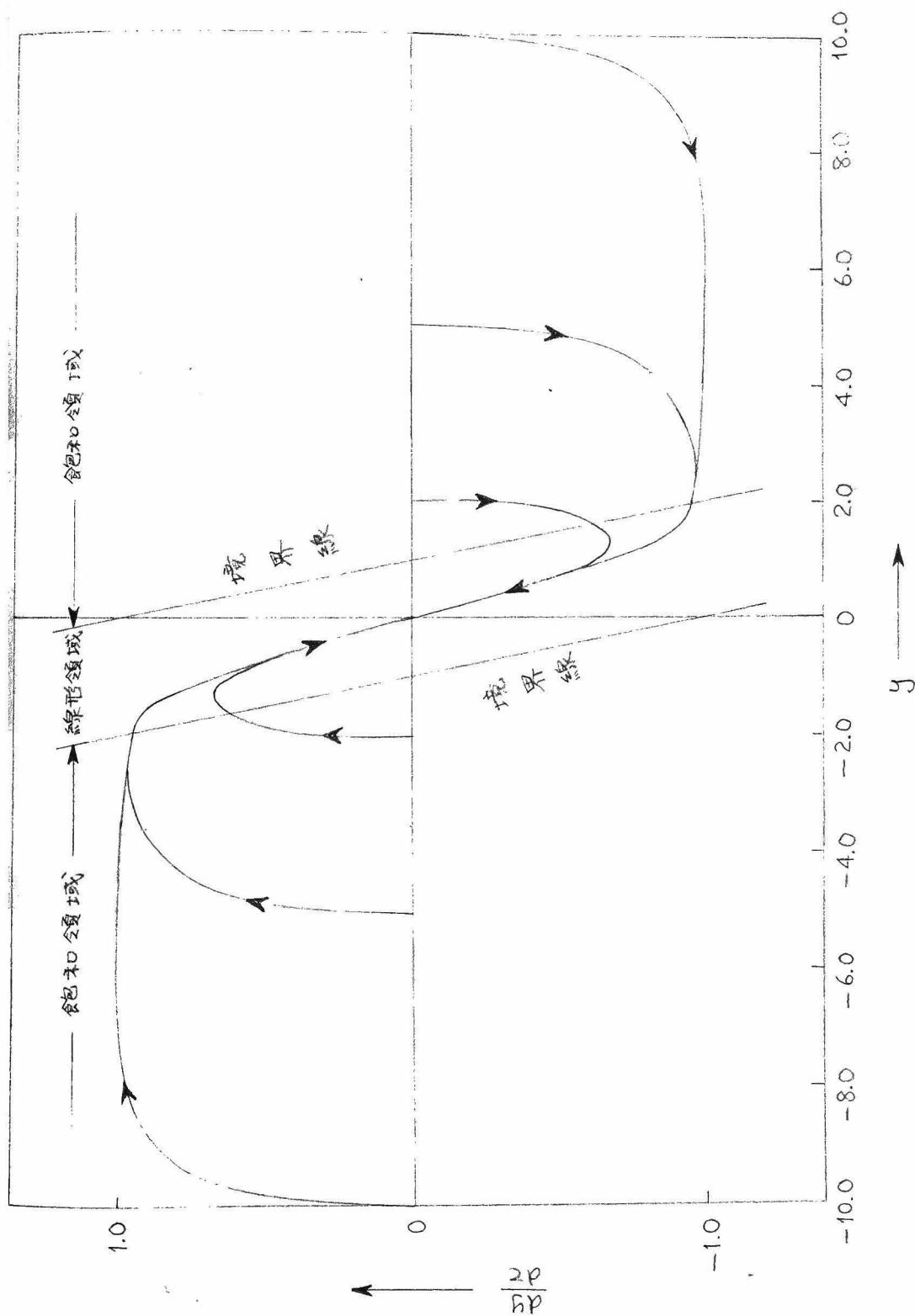
$$T \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{d\varepsilon}{dt} \pm K = 0, \quad \varepsilon + \alpha \frac{d\varepsilon}{dt} \geq 0 \quad (4.8)$$

(4.8) 式を無次元化すれば



第4.2図 (4.6)式を解く計算機ブロック線図

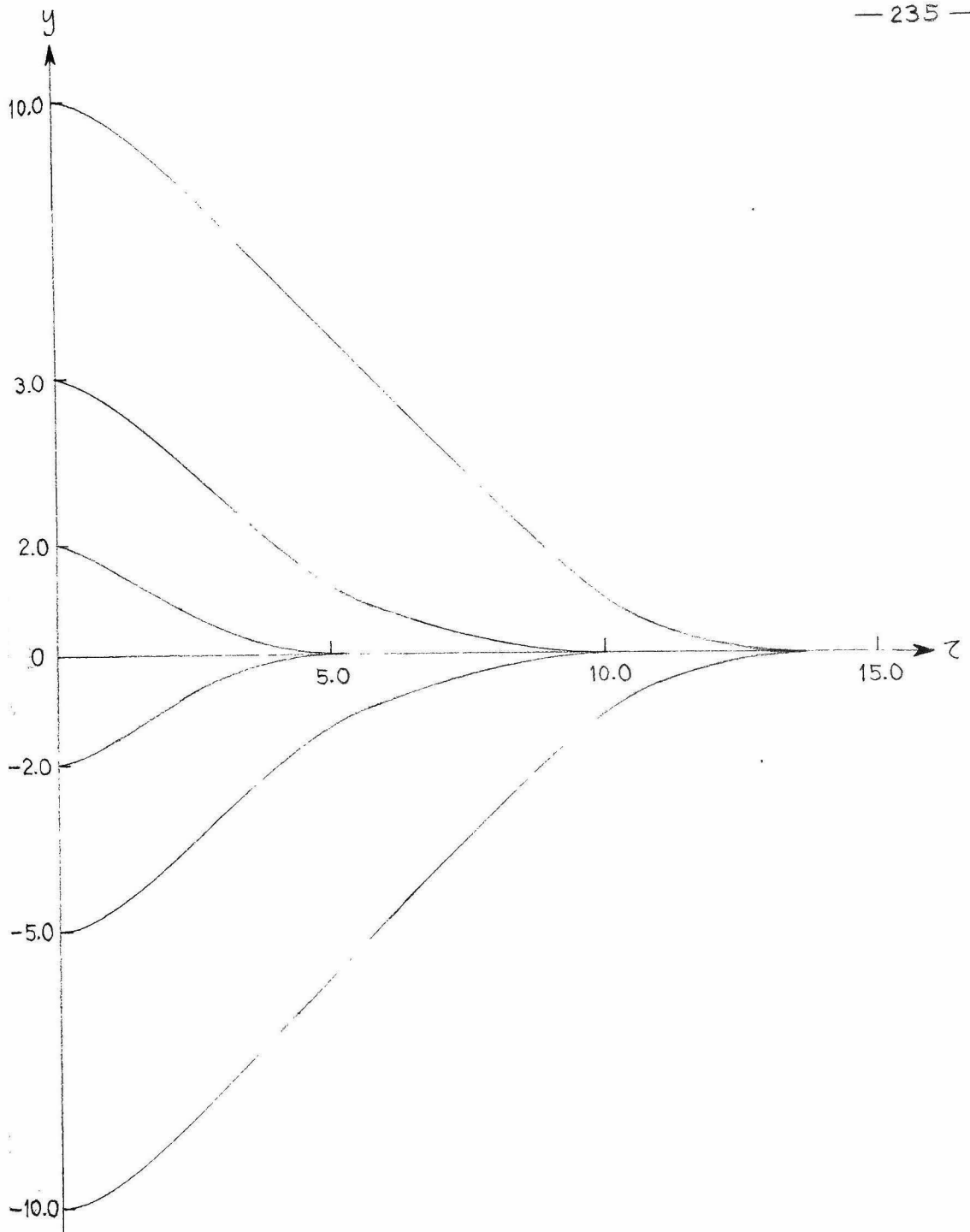




第 4.3 図 (a) (4.6) 式の解曲線 (位相面軌跡)

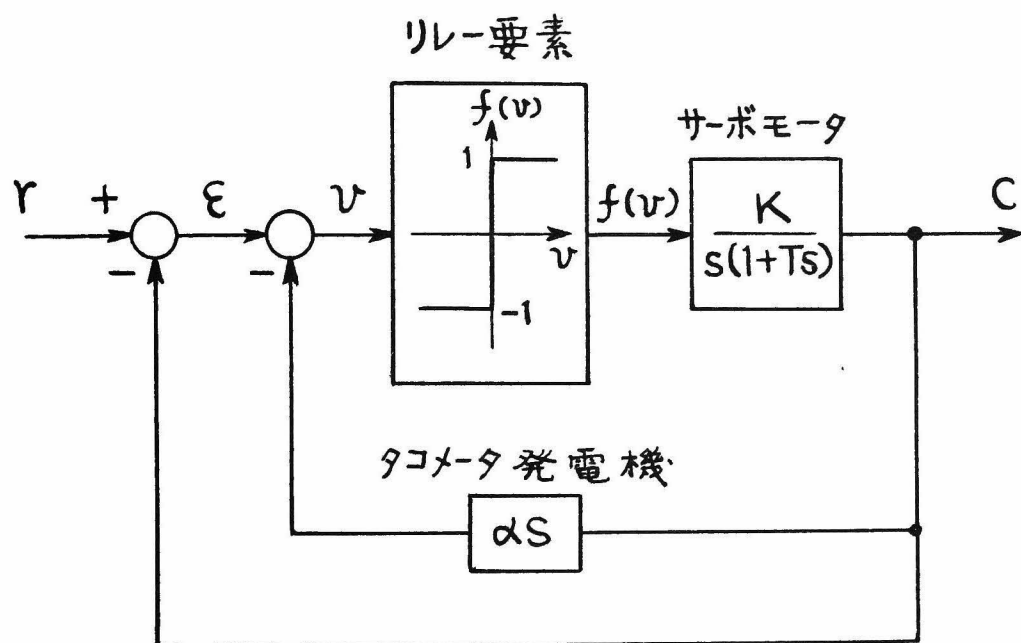






第 4.3 図 (b) (4.6) 式の解曲線 (時間応答)





第4.4 図 リレー要素を含む位置制御系のブロック線図



$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} \pm 1 = 0, \quad Ty + \alpha \frac{dy}{d\tau} \geq 0 \\ \text{但し} \quad \varepsilon = KTy, \quad t = T\tau \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

となる。(4.9) 式を次の2つの場合に分けて考える。

(1)  $Ty + \alpha \frac{dy}{d\tau} > 0$  の場合 この場合の回路方程式は

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} + 1 = 0$$

となるから  $z = \frac{dy}{d\tau}$  とおいて積分すれば

$$\left. \begin{aligned} y + z - \log(1+z) &= \text{const.}, \quad z > -1 \\ y + z - \log(-1-z) &= \text{const.}, \quad z < -1 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

を得る。

(2)  $Ty + \alpha \frac{dy}{d\tau} < 0$  の場合 この場合の回路方程式は

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} - 1 = 0$$

となり (1) の場合と同様にして

$$\left. \begin{aligned} y + z + \log(1-z) &= \text{const.}, \quad z < 1 \\ y + z + \log(z-1) &= \text{const.}, \quad z > 1 \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

を得る。第4.5図は(4.10), (4.11) 両式によって表わされる曲線群のうち若干を示したもので、これらの曲線のうち原点を通るものの式を求めると(4.10), (4.11) 両式に対してそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} y + z - \log(1+z) &= 0, \quad z > -1, \\ y + z + \log(1-z) &= 0, \quad z < 1 \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

が得られる。従ってリレーの切替線を(4.12)式にて表わされる曲線AOBに選べば良好な過渡応答が得られることがわかる。一方、リレーの切替は

$$Ty + \alpha z = 0 \quad \text{即ち} \quad z = -\frac{T}{\alpha} y$$

なる直線で表わされるから、近似的に第4.5図に示した直線AOBにて切替を行なうことにする。この場合2点A, Bの座標はそれぞれ(-0.307, 1), (0.307, -1)となるから

$$\alpha = 0.307 T \quad (4.13)$$

なる関係が得られる。第4.6図は(4.9)式を初期条件  $y|_{\tau=0}=M$ ,  $\frac{dy}{d\tau}|_{\tau=0}=0$  にて解く場合の計算機ブロッツ線図を示し、特に(4.13)式の成立する場合の過渡応答を第4.7図に示した。以上はリレー要素を理想的なリレー特性をもつものとして解析した結果であるが、リレー要素の特性にヒステリシスがある場合には系に持続振動が発生する。1例として系の動作を支配する微分方程式が

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} + 1 &= 0, & Ty + \alpha \frac{dy}{d\tau} &> -0.2 \\ \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{dy}{d\tau} - 1 &= 0, & Ty + \alpha \frac{dy}{d\tau} &< 0.2 \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

で表わされる場合を考えると、上と同様な計算によりこの場合の切替線は位相面上で  $Ty + \alpha z = 0.2$ ,  $Ty + \alpha z = -0.2$  なる2本の平行な直線となる。第4.7図(C)は(4.14)式をアナログ計算機によって解析した結果であり、系に発生する持続振動に対応するリミット・サイクルが存存することがわかる。

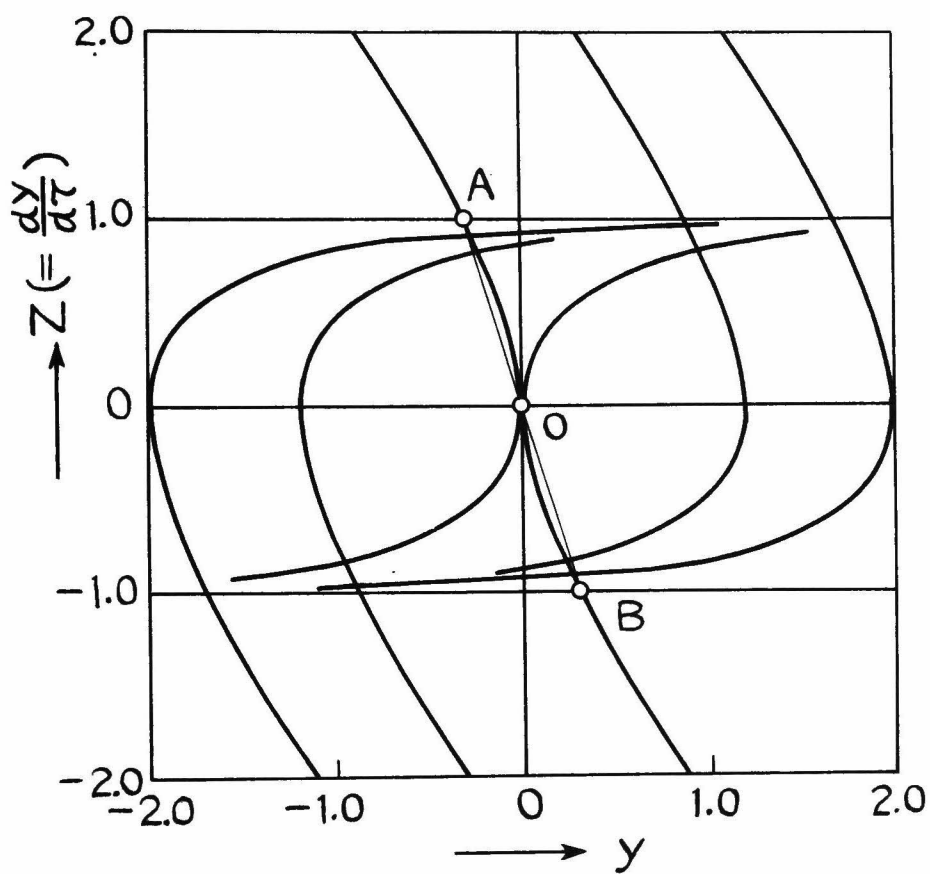
## 4.4 飽和要素を含む位置制御系における振幅跳躍現象

飽和特性を持つ増幅器を構成要素の一部とする位置制御系に正弦波の入力を加えた場合、出力もそれに追従して振動するが、入力の振幅を一定にしたまま周波数を変化せしめると、系に特有の或る周波数において出力振幅に跳躍現象が起ることがある。本節においては第4.8図に示すブロッツ線図で表わされる系について考察する。第4.8図より次の回路方程式を得る。

$$\frac{d^2C}{dt^2} + \frac{dC}{dt} = 100 f(\varepsilon) \quad (4.15)$$

飽和特性の形が第4.8図に示すような形であるとすれば(4.15)式は

$$\left. \frac{d^2C}{dt^2} + \frac{dC}{dt} + 100C = 100r, \quad |r-C| \leq 10, \right\} \quad (4.16)$$



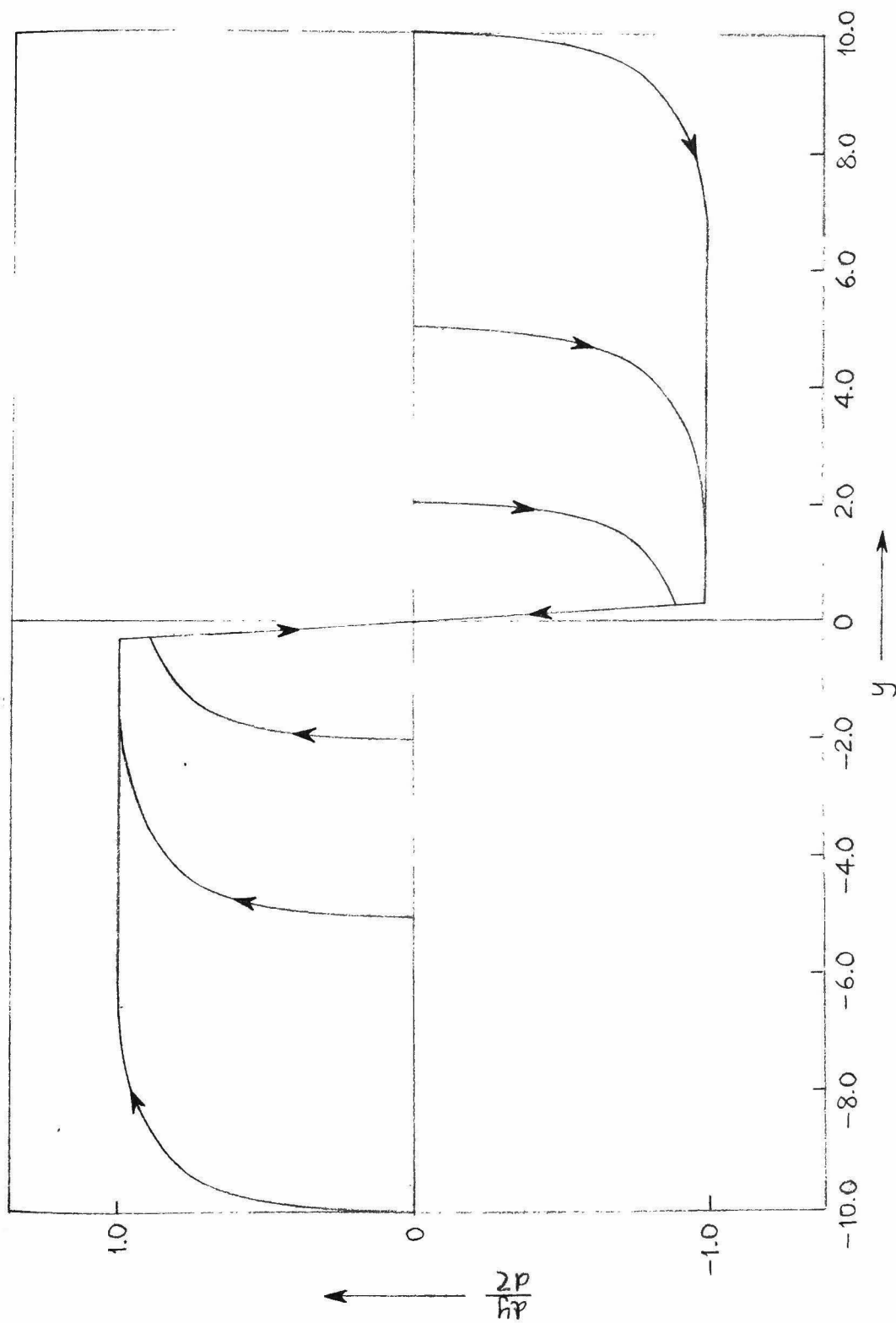
第 4.5 図 (4.10), (4.11) 兩式の表わす曲線群





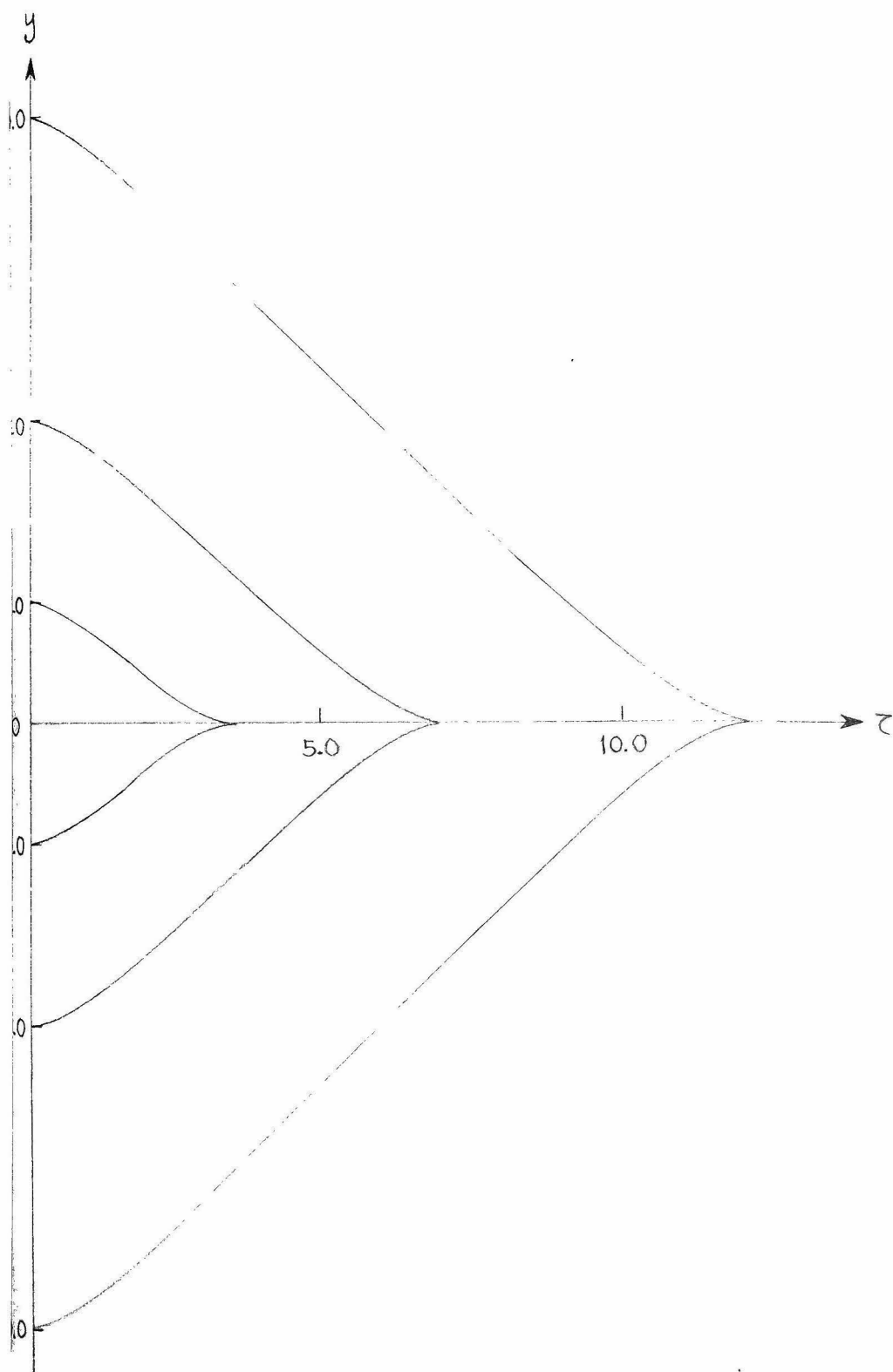






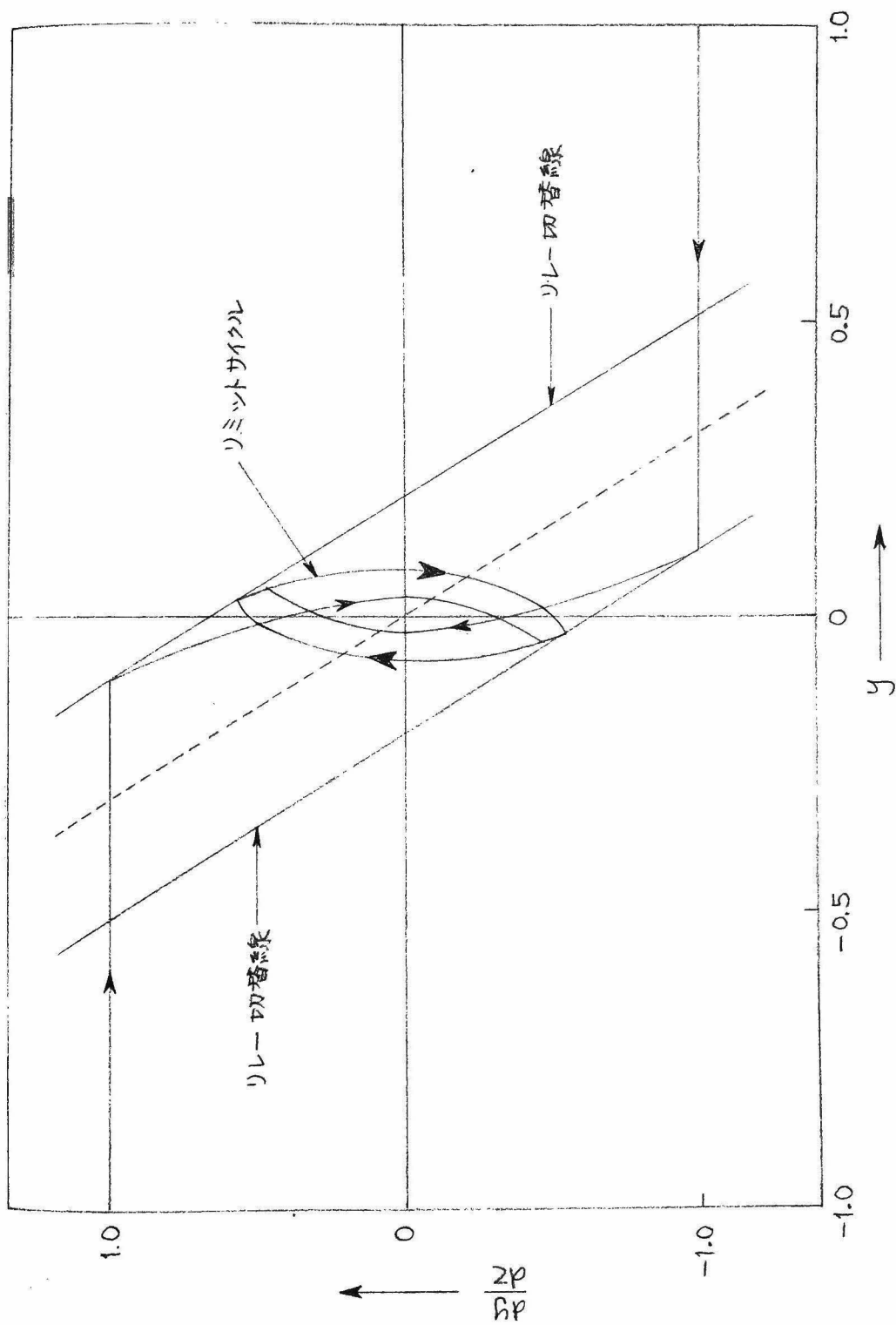
第4.7 図 (a) (4.9) 式の解曲線 (位相面軌跡)  $\alpha = 0.307T$





第 4.7 図 (b) (4.9) 式の解曲線 (時間応答)  $\alpha = 0.307T$

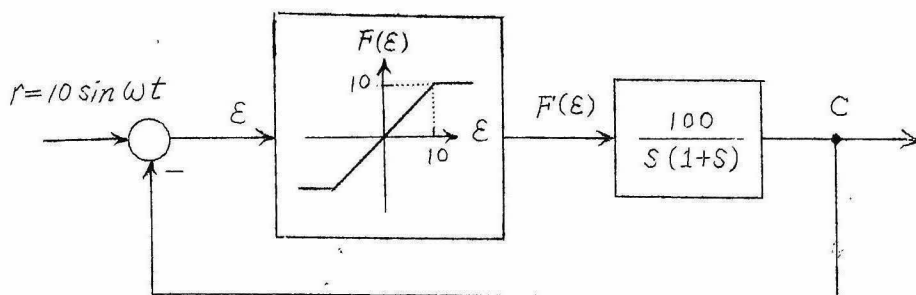




第4.7図(c) リレー要素にヒステリシスのある場合[(4.14)式]のリミットサイクル(位相面軌跡)  
 $\alpha = 0.307\pi$







第4.8図 飽和要素を含む制御系のブロック線図

$$\frac{d^2C}{dt^2} + \frac{dC}{dt} = \pm 1000, \quad \begin{matrix} r-C \geq 10 \\ r-C \leq -10 \end{matrix}$$

と書くことが出来る。(4.16)式において

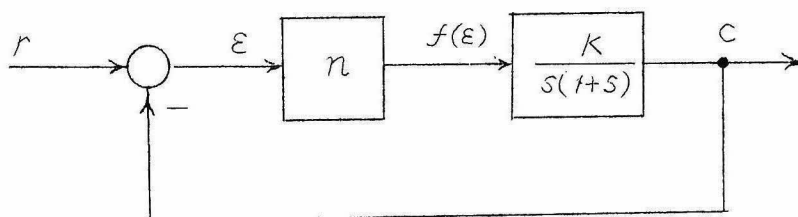
$$\tau = 10t, \quad r = 10 \sin \omega t \quad (4.17)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2C}{d\tau^2} + \frac{1}{10} \frac{dC}{d\tau} + C &= 10 \sin \frac{\omega}{10} \tau, & |10 \sin \frac{\omega}{10} \tau - C| &\leq 10, \\ \frac{d^2C}{d\tau^2} + \frac{1}{10} \frac{dC}{d\tau} \mp 10 &= 0, & 10 \sin \frac{\omega}{10} \tau - C &\geq 10 \\ & & 10 \sin \frac{\omega}{10} \tau - C &\leq -10 \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

となる。これを基本式とする。

今、一種類の非線形要素のみを含む位置制御系として第4.9図に示す



第4.9図 非線型要素を含む制御系のブロック線図

ような系を考える。図において非線形要素 $n$ の特性を飽和のみとするとその記述関数の値 $N$ はこの飽和要素への入力 $\varepsilon$ の振幅の開数として求めることが出来る。第4.10図は第4.8図に示した飽和特性について入力の振幅 $\varepsilon$ と記述関数値 $N$ との関係求めた結果である。第4.9図において非線形要素の記述関数値を $N$ 、 $\varepsilon$ の振幅を $E$ 、 $r$ の振幅を $R$ とすると

の回路方程式を得る

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{KN}{s(1+s)}} R(s) \quad (4.19)$$

但し  $E(s)$ ,  $R(s)$  はそれぞれ  $E$ ,  $R$  のラプラス変換形

(4.19) 式において  $s = j\omega$  とおき有理化すれば

$$[(KN - \omega^2)^2 + \omega^2] E^2 = \omega^2 (1 + \omega^2) R^2 \quad (4.20)$$

となり (4.20) 式を書きかえて

$$NE = \frac{\omega^2 E}{K} \pm \frac{\omega}{K} \sqrt{(1 + \omega^2) R^2 - E^2} \quad (4.21)$$

なる関係式を得る。上述のように  $N$  の値は種々の  $E$  について計算出来るから  $E$  を横軸に、 $NE$  の値を縦軸にとつてグラフを描き、さらに同じ座標平面上に  $\omega$  をパラメータとして (4.21) 式の右辺のグラフを描けば両者の交点が (4.21) 式を満足する点になり、図式的にこの系の周波数応答を判定することが出来る。

第4.11図は第4.8図のブロック線図によつて表わされる制御系を例にとつて (4.21) 式の両辺の曲線を描いたものである。同図より各  $\omega$  の値に対して (4.21) 式を満足する  $E$  および  $NE$  の値を読みとることが出来る。一方第4.9図において系の入力  $R$  の振幅  $R$  と出力  $C$  の振幅  $C$  との間には

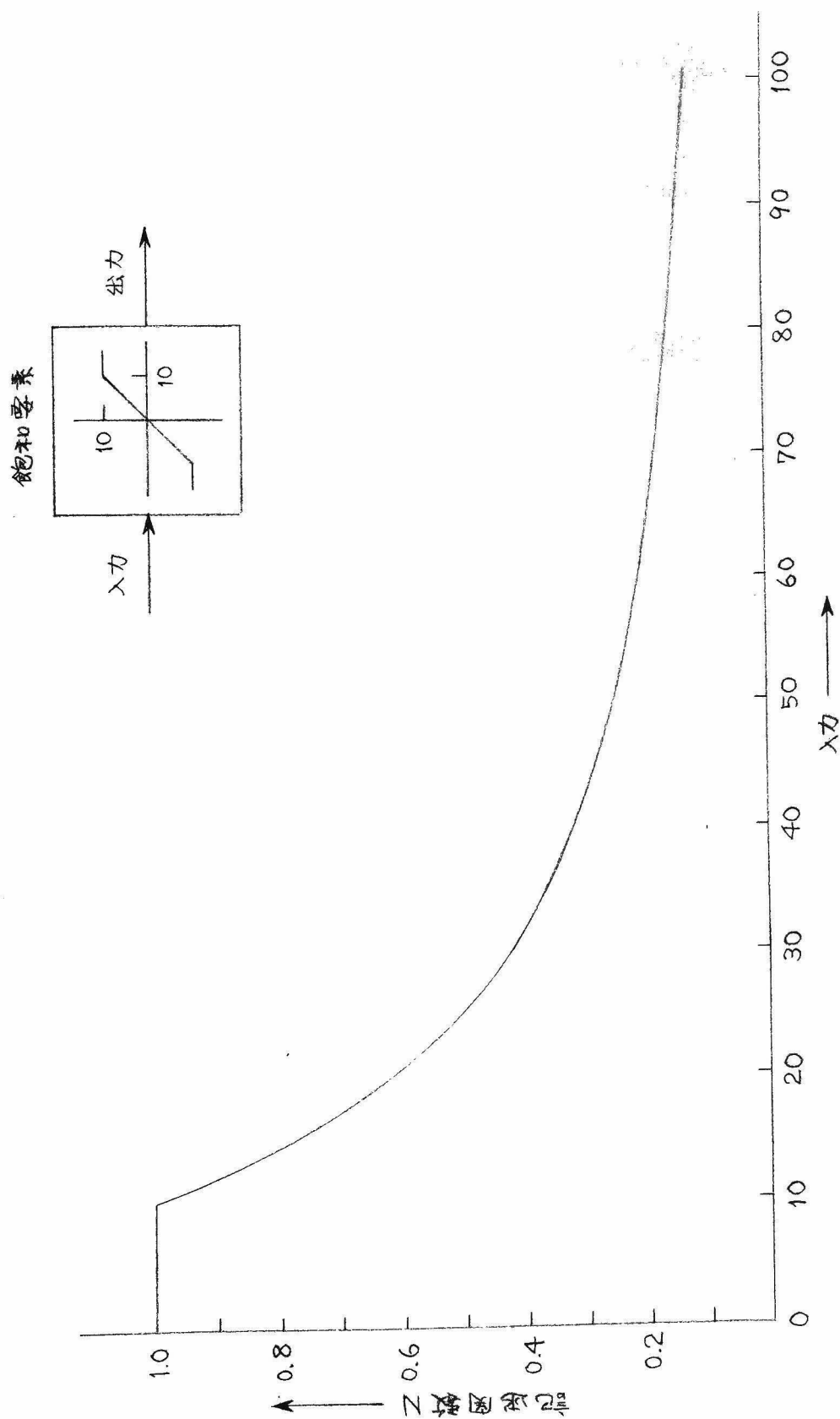
$$C(s) = \frac{\frac{KN}{s(1+s)}}{1 + \frac{KN}{s(1+s)}} R(s), \quad s = j\omega \quad (4.22)$$

但し  $C(s)$  は振幅  $C$  のラプラス変換形

なる関係があるので、入力と出力との振幅比  $\frac{C}{R}$  は

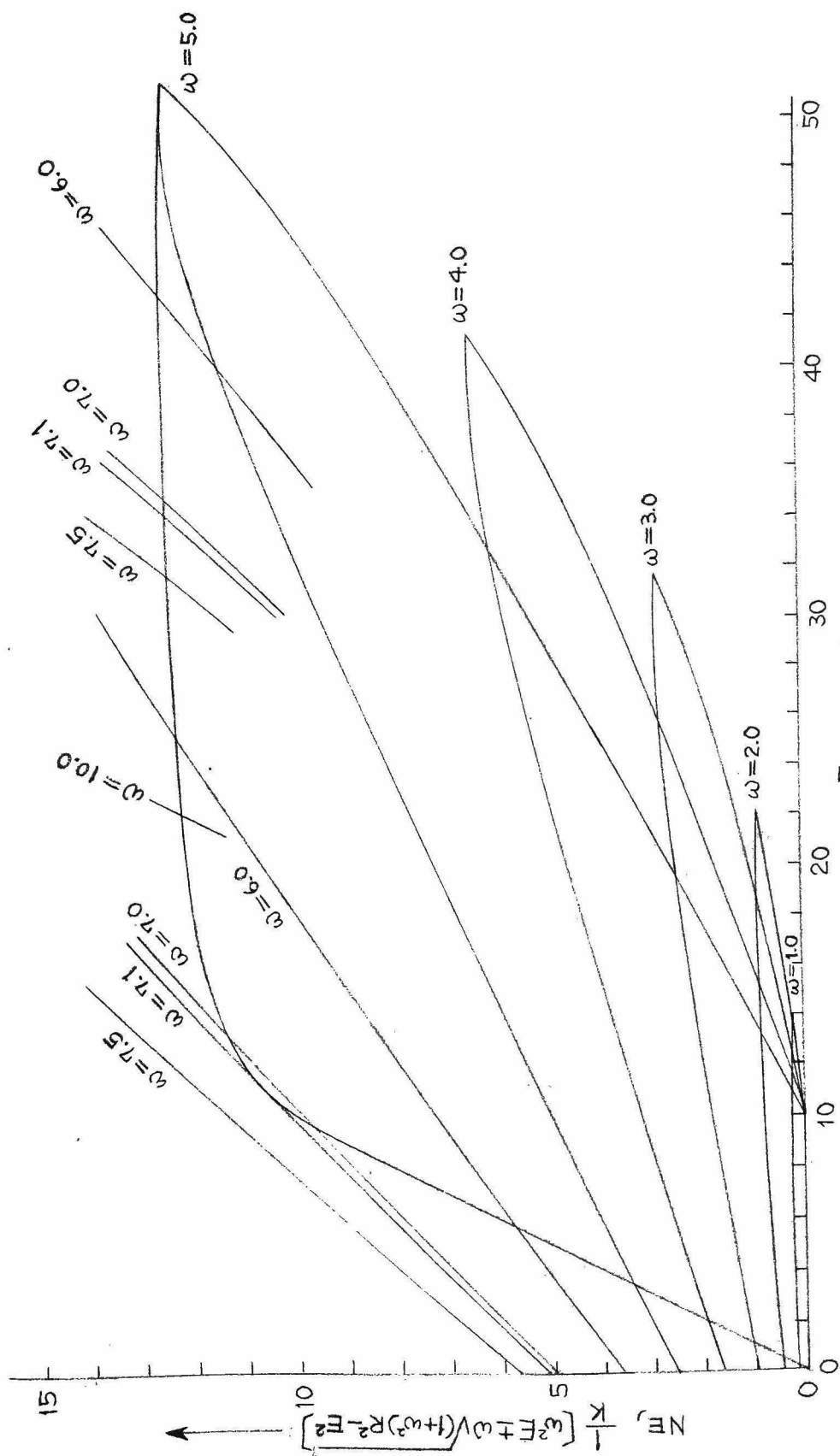
$$\frac{C}{R} = \frac{KN}{\sqrt{(KN - \omega^2)^2 + \omega^2}} \quad (4.23)$$

で与えられる。(4.23) 式に上で求めた  $\omega$  と  $N$  との値を代入し、第4.8図に従つて  $K=100$  とおいて各  $\omega$  の値に対する振幅比を求めると第4.12図の実線の曲線が得られる。同図によれば入力の振幅を一定にして角周波数を零から次第に増加させると出力の振幅も増加し、 $\omega = 7.1$  の近傍で



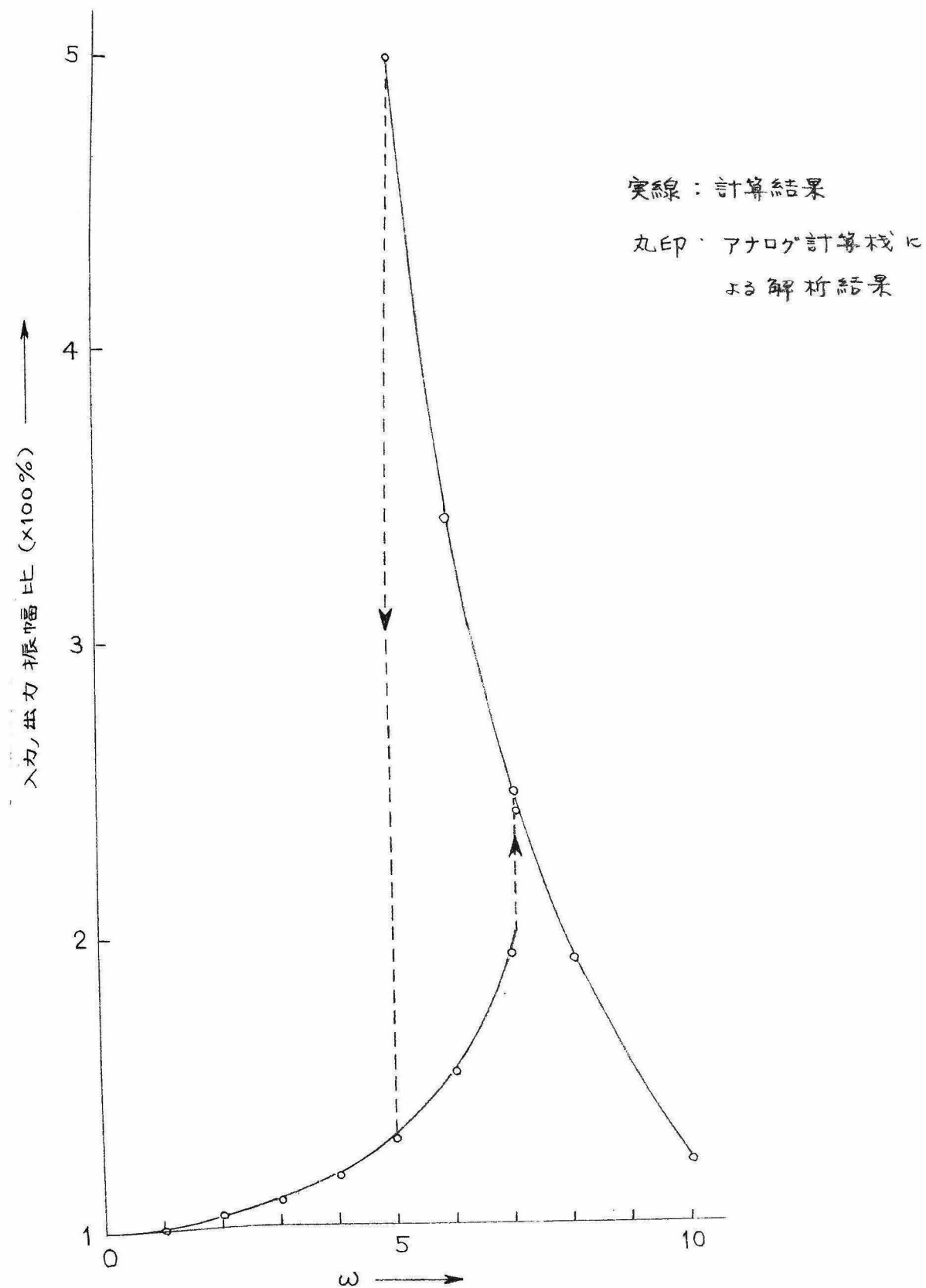
第 4.10 図 飽和要素の記述図表





第4.11図 (4.21) 式の計算図表





第4.12図 入力, 出力振動比と入力角周波数との関係



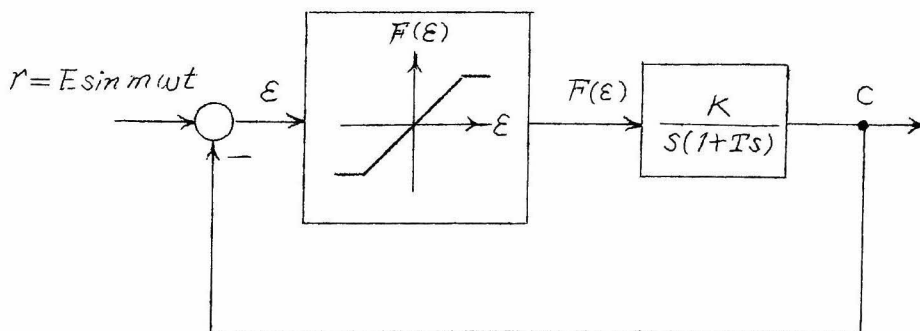


不連続的に振幅が増大する。そのまま角周波数を増加させると出力の振幅は逆に連続的に減少する。反対に角周波数 $\omega$ が7.1より大きい状態から始めて次第に $\omega$ を減少すると出力の振幅は急激にしかし連続的に増大し、 $\omega=5.0$ の近傍で不連続的に振幅が減少する。

このような出力振幅の跳躍現象をオ4.8図の系についてアナログ計算機によって解析した。オ4.13図は基本式(4.18)を解く計算機ブロック線図を示す。アナログ計算機によって解析した結果は第4.12図に○印で示したが、上述の計算結果と極めてよく一致している。

## 4.5 飽和要素を含む位置制御系における分数調波振動

前節において飽和要素を含む位置制御系に発生する振幅跳躍現象について述べたが、この種の制御系に正弦波入力を加えた場合、出力に入力周波数の分数値の周波数をもつ振動(分数波振動)を発生することがある。<sup>(21)</sup>本節においては第4.14図に示すような位置制御系に正弦波入力



第4.14図 飽和要素を含む位置制御系のブロック線図

を加えた場合に発生する  $1/m$  調波振動 (但し  $m=2, 3, 5$ ) の定常状態について考察する。

### (a) 基本式の誘導

第4.14図に示す制御系の回路方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{d\varepsilon}{dt} + KF(\varepsilon) &= T \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{dr}{dt}, \\ \text{但し } r &= E \sin m\omega t \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

(4.24) 式を無次元化するために

$$\varepsilon = E_n v, \quad \tau = \omega t + \frac{1}{m} \tan^{-1}(m\omega t), \quad m=2, 3, 5 \quad (4.25)$$

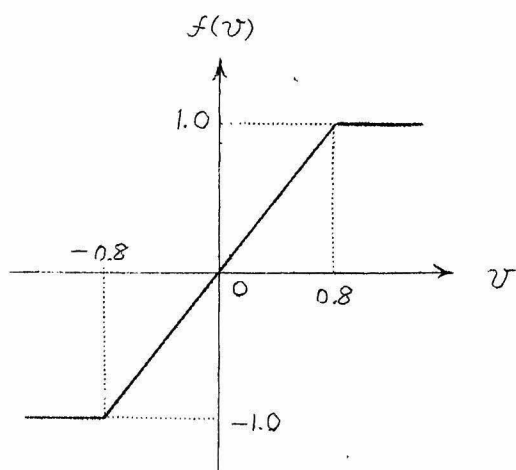
とおいて書きかえると

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + f(v) &= B \cos m\tau, \\ 2\delta &= \frac{1}{\omega T E_n}, \quad B = \frac{mE}{\omega T E_n} \sqrt{1 + (m\omega T)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

となる。(4.26) 式が求める制御系の基本式である。

(b) 飽和特性  $f(v)$  の多項式による近似

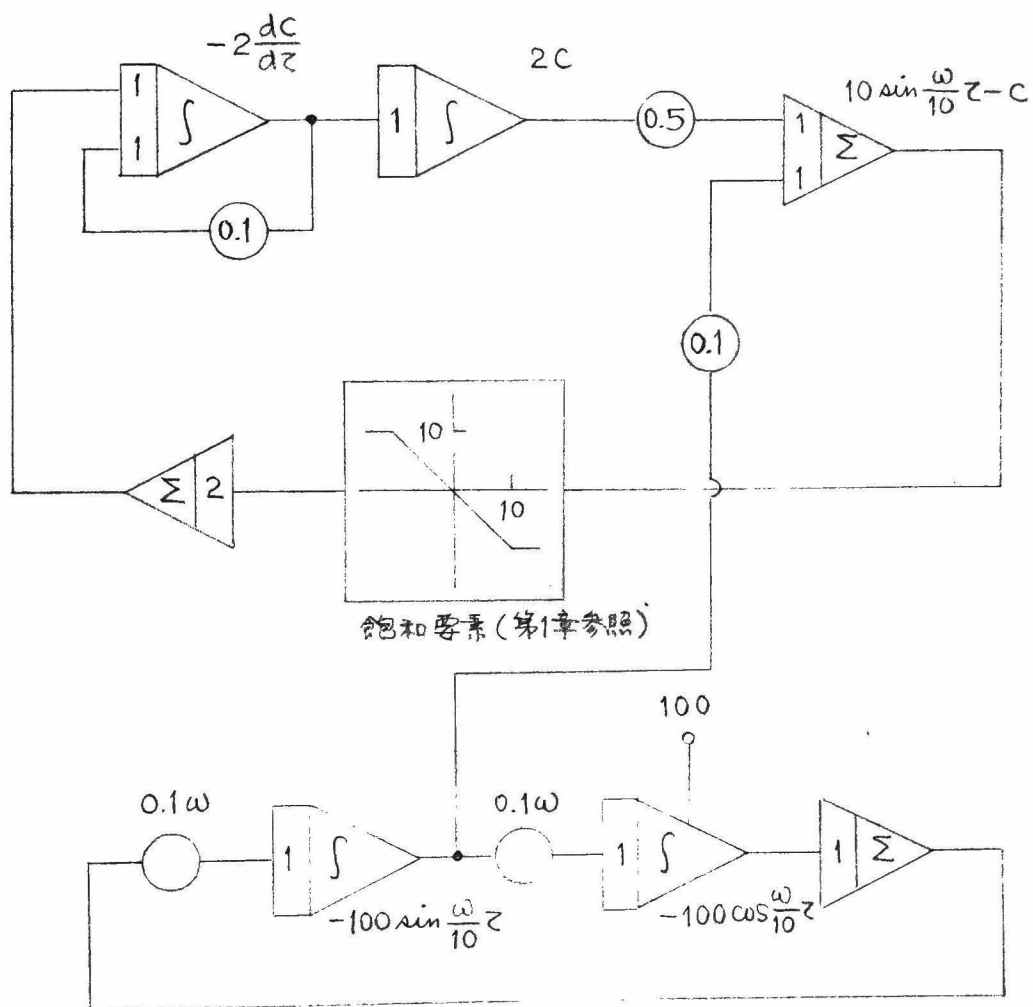
(4.26) 式の飽和特性  $f(v)$  を第 4.15 図に示すような特性とし、計算



第 4.15 図 飽和特性  $f(v)$

に当ってはこれを次の多項式で近似した<sup>(22)</sup>

$$f(v) = C_1 v - C_3 v^3 = 1.4v - 0.4v^3, \quad m=2, 3 \quad (4.27)$$



第 4.13 図 (3.20) 式を解く計算機ブロック線図



$$f(v) = C_1 v - C_5 v^5 = 1.4v - 0.4v^5, \quad m=5 \quad (4.28)$$

(4.27), (4.28) 両式の近似では  $v$  の値が或程度大きくなると  $f(v)$  は急激に減少するので、定常状態における  $v$  の最大値をあらかじめ予想しなくては  $C_1, C_3, C_5$  の値を決定出来ない。上の2式では何回か予備計算を行なった結果妥当と思われる数値をとった。なお  $1/5$  調波振動の計算に対しても (4.27) 式を使用出来れば便利であるが、後述する計算法 (ハーモニック バランス法) によつて  $1/5$  調波振動の定常解を決定する場合、(4.27) 式を用いたのでは求める  $1/5$  調波振動の成分が零となつて求まらなくなるので、<sup>(23)</sup>  $1/5$  調波振動について考察する場合のみ (4.28) 式を用いた。

### (c) $1/2$ 調波振動

$1/2$  調波振動について考察する場合は (4.26) 式の右辺に  $B_0$  なる定数項を追加した。このように定数項を仮定すると (4.26) 式の飽和特性  $f(v)$  が非対称である場合と等価になり、偶数次の分数調波振動が発生し易くなると考えられるからである。<sup>(24)</sup> (4.26) 式に (4.27) 式を代入し、右辺に  $B_0$  を追加すれば、この場合の基本式は  $m=2$  として

$$\frac{d^2 v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + C_1 v - C_3 v^3 = B \cos 2\tau + B_0 \quad (4.29)$$

となる。

(4.29) 式を満足する  $v$  の周期解を

$$v = Z + x \sin \tau + y \cos \tau + w \cos 2\tau, \quad \omega = -\frac{1}{3} B \quad (25) \quad (4.30)$$

と仮定し、(4.30) 式を (4.29) 式に代入して  $\sin \tau$ ,  $\cos \tau$  の係数をそれぞれ零とおけば次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} C_1 Z - C_3 \left[ Z \left( Z + \frac{3}{2} x^2 + \frac{3}{2} y^2 + \frac{3}{2} w^2 \right) - \frac{3}{4} (x^2 + y^2) w \right] &= B_0 \\ Ax + 2\delta y &= 3C_3 Z w x \\ Ay - 2\delta x &= -3C_3 Z w y \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

$$\text{但し } A = (1 - C_1) + C_3 \left( 3Z^2 + \frac{3}{4}r^2 + \frac{3}{2}w^2 \right)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

(4.31) 第2, 第3式より

$$A^2 + (2\delta)^2 = (3C_3Zw)^2 = (C_3BZ)^2 \quad (4.32)$$

$$x^2 + y^2 = \frac{Ar^2}{3C_3Zw} = -\frac{Ar^2}{C_3BZ} \quad (4.33)$$

となり, (4.33)式を(4.31)式の第1式に代入すれば,  $Z$  および  $r^2$  のみを含む方程式

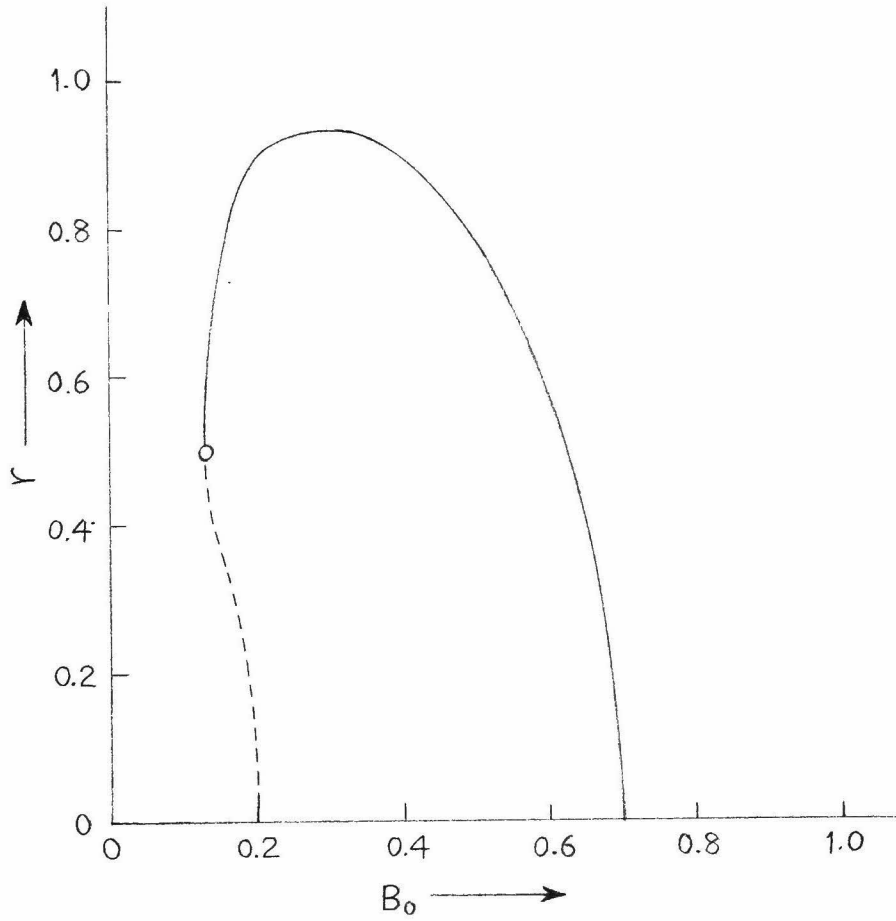
$$C_1Z - C_3 \left[ Z \left( Z^2 - \frac{3}{2}r^2 + \frac{3}{2}w^2 \right) - \frac{Ar^2}{4C_3Z} \right] = B_0 \quad (4.34)$$

を得る。(4.32)式と(4.34)式とから $Z$ を適当に与えることにより或る $\delta$ ,  $B$ の組合せに対して $B_0$ と $r$ との関係を計算することが出来る。第4.16図は $C_1=1.4$ ,  $C_3=0.4$ ,  $\delta=0.05$ ,  $B=2.0$ の場合における $B_0$ と $r$ との関係を示したものである。同図において実線の部分は周期解が安定である範囲を示し, 点線の部分は不安定である範囲を示す。この周期解の安定判別については後述する。また $1/2$ 調波振動の定常状態の振幅 $r$ の成分 $x$ および $y$ は(4.32), (4.33)両式より次のように表わすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta, & r \cos(\theta + 180^\circ) \\ y &= r \sin \theta, & r \sin(\theta + 180^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\theta &= \frac{A}{3C_3Zw} = -\frac{A}{C_3BZ} \\ \sin 2\theta &= \frac{2\delta}{3C_3Zw} = -\frac{2\delta}{C_3BZ} \end{aligned} \right\}$$

次に上で求めた周期解の安定条件について考察する。今, 変数 $v$ が平衡状態からとだけ微小変化したとすると変分方程式は



第 4.16 圖  $\frac{1}{2}$  調波振動振幅特性





$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\delta \frac{d\xi}{d\tau} + (C_1 - 3C_3 v^2) \xi = 0 \quad (4.36)$$

となる。

但し  $\xi$  は小さいとして  $\xi^2$  および  $\xi^3$  の項は無視した。

$\xi = e^{-\delta\tau} \eta$  とおいて変数  $\xi$  を  $\eta$  に書きかえると (4.36) 式は

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + [C_1 - \delta^2 - 3C_3 v^2] \eta = 0 \quad (4.37)$$

となり，前に仮定した  $v$  の周期解

$$v = Z + x \sin \tau + y \cos \tau + w \cos 2\tau, \quad w = -\frac{1}{3}B$$

を (4.37) 式に代入して整理すれば次の Hill の方程式を得る。<sup>(26)</sup>

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + \left[ \theta_0 + 2\theta_1 \cos(\tau - \varepsilon_1) + 2\theta_2 \cos(2\tau - \varepsilon_2) + 2\theta_3 \cos(3\tau - \varepsilon_3) + 2\theta_4 \cos(4\tau - \varepsilon_4) \right] \eta = 0$$

$$\text{但し} \quad \theta_0 = C_1 - \frac{3}{2}C_3(2Z^2 + x^2 + y^2 + w^2) - \delta^2$$

$$\theta_\nu = \theta_{\nu s}^2 + \theta_{\nu c}^2, \quad \varepsilon_\nu = \tan^{-1} \left( \frac{\theta_{\nu s}}{\theta_{\nu c}} \right), \quad \nu = 1, 2, 3, 4$$

$$\theta_{1s} = -3C_3 x \left( Z - \frac{1}{2}w \right) \quad \theta_{1c} = -3C_3 y \left( Z + \frac{1}{2}w \right)$$

$$\theta_{2s} = -\frac{3}{2}C_3 xy \quad \theta_{2c} = -\frac{3}{4}C_3(4Zw - x^2 + y^2)$$

$$\theta_{3s} = -\frac{3}{2}C_3 xw \quad \theta_{3c} = -\frac{3}{4}C_3 yw$$

$$\theta_{4s} = 0 \quad \theta_{4c} = -\frac{3}{4}C_3 w^2$$

(4.38)

Hill の方程式の理論より (4.29) 式によつて表わされる系において角周波数  $\frac{n}{2}$  ( $n$  は偶数) の周期振動が安定になる条件は次式によつて与えられる。<sup>(27)</sup>

$$\left[ \theta_0 - \delta^2 - \left( \frac{n}{2} \right)^2 \right]^2 - \theta_n^2 - 2 \frac{\theta_0 + \delta^2 - \left( \frac{n}{2} \right)^2}{\theta_0 + \delta^2} \theta_{\frac{n}{2}}^2$$

$$+ \frac{2}{\theta_0 + \delta^2} \left[ \theta_{nc} \left( \theta_{\frac{m}{2}c}^2 - \theta_{\frac{n}{2}s}^2 \right) + 2\theta_{ns} \theta_{\frac{n}{2}c} \theta_{\frac{n}{2}s} \right] + n^2 \delta^2 > 0 \quad (4.39)$$

但し  $n=2, 4, 6, \dots$

$1/2$  調波振動について考察する場合には外力の角周波数が2であるから  $\frac{n}{2} = \frac{2}{2}$  即ち  $n=2$  における安定条件を考えればよい。<sup>(27)</sup> (4.38) 式の各パラメータの値を (4.39) 式に代入し、 $n=2$  において整理すれば求める安定条件は

$$- \frac{6C_3 r^2 Z}{C_1 - C_3 \left[ \frac{3}{2} r^2 + \frac{3}{2} w^2 + 3Z^2 \right]} \left( 1 - C_1 + \frac{3}{4} C_3 r^2 + 3C_3 Z^2 \right) \frac{dB_0}{dr^2} > 0 \quad (4.40)$$

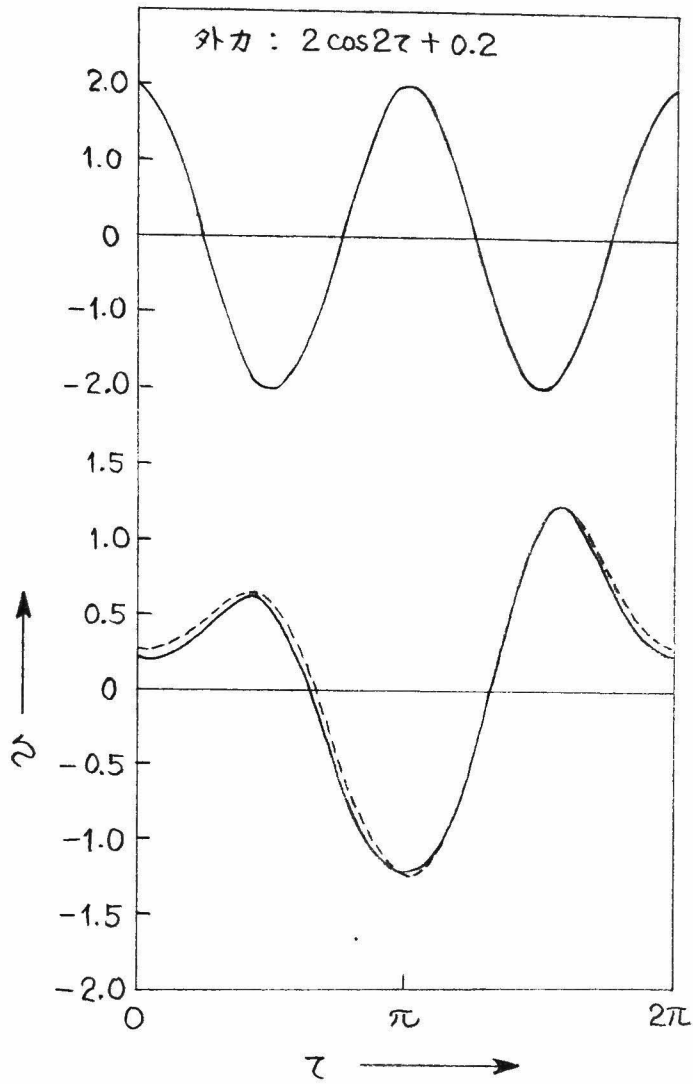
となる。計算によると  $C_1=1.4$ ,  $C_3=0.4$ ,  $\delta=0.05$ ,  $B=2.0$  の場合には (4.40) 式の符号は  $\frac{dB_0}{dr^2}$  の符号によって左右される。したがってこの場合の安定、不安定の境界は  $\frac{dB_0}{dr^2} = 0$  となる点、すなわち第4.16図の曲線が垂直接線を持つ点によって与えられる。同図の安定、不安定の範囲はこのようにして求めたものである。

第4.16図に見られるように  $\delta=0.05$ ,  $B_0=0.2$  なる場合には安定な定常状態が存在する。この場合に対応する  $1/2$  調波振動の波形を計算で求めると第4.17図の実線の曲線が得られる。また第4.18図は飽和特性  $f(v)$  とその近似曲線とを合せて画いたもので、発生する  $1/2$  調波振動の振幅の範囲を実線で示した。

以上の結果をアナログ計算機によって解析した結果と比較した。上述の計算においては飽和特性  $f(v)$  を (4.27) 式で近似したが、アナログ計算機によって解を求める場合には飽和特性を容易に発生せしめることが出来るので基本式

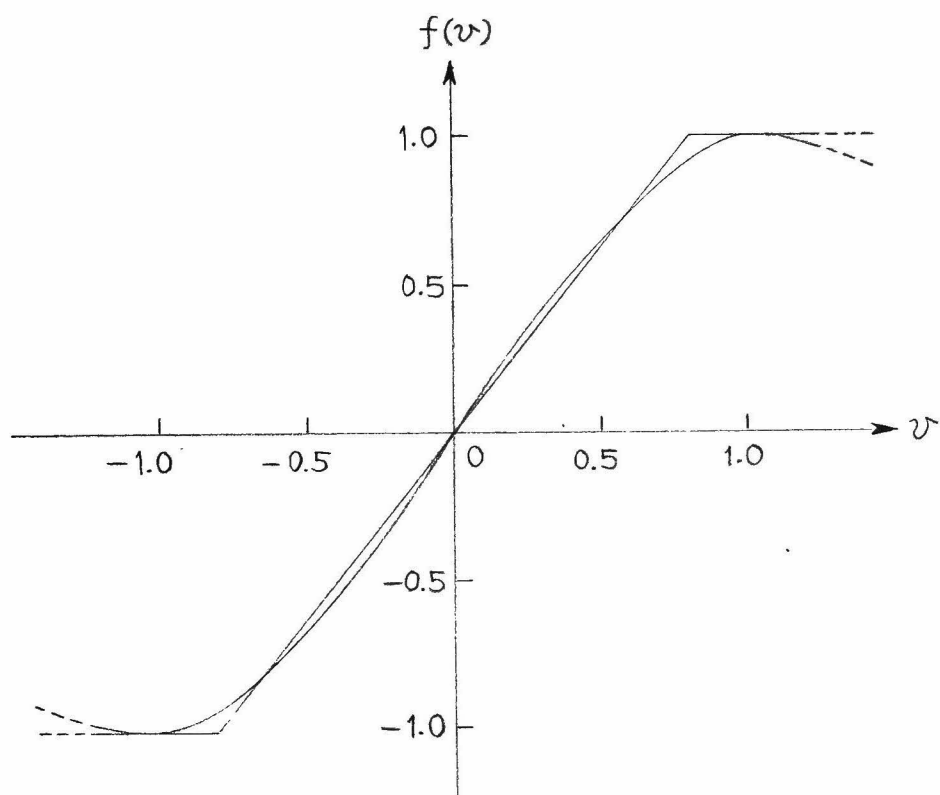
$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + f(v) &= B \cos 2\tau + B_0, \\ \text{但し } f(v) &= 1.25v, \quad |v| \leq 0.8, \\ f(v) &= \pm 1, \quad |v| \geq 0.8 \end{aligned} \right\} \quad (4.41)$$

について解析を行なった。第4.19図はこの場合の計算機ブロック線図を示す。第4.17図の点線は計算例と同じパラメータ、すなわち  $\delta=$



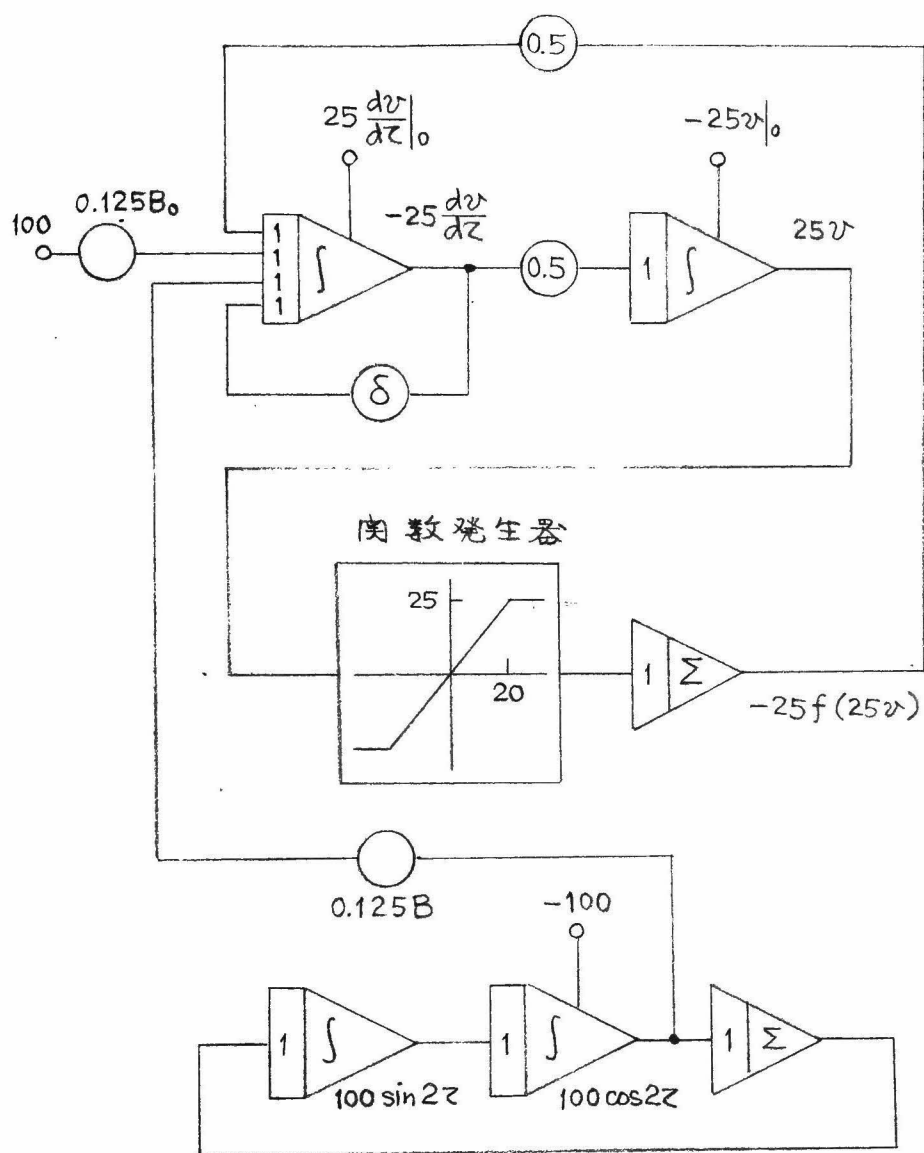
第 4.17 図  $\frac{1}{2}$  調波振動波形  
 ( $\delta = 0.05$ ,  $B = 2.0$ ,  $B_0 = 0.2$ )





第 4.18 図 飽和特性とその近似曲線





第 4.19 図 (4.41) 式を解く計算機ブロック線図





0.05,  $B=2.0$ ,  $B_0=0.2$  の場合に発生する  $1/2$  調波振動の波形をアナログ計算機によつて求めた結果である。

(d)  $1/3$  調波振動

$1/3$  調波振動について考察する場合の基本式は (4.26) 式で  $m=3$  とおき

$$\frac{d^2 v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + C_1 v - C_3 v^3 = B \cos 3\tau \quad (4.42)$$

とする。(4.42) 式を満足する周期解を

$$v = x \sin \tau + y \cos \tau + w \cos 3\tau, \quad w = -\frac{B}{8} \quad (4.43)$$

と仮定し, (4.43) 式を (4.42) 式に代入して両辺の  $\sin \tau$ ,  $\cos \tau$  の係数を比較すれば次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} Ax - ky &= -\frac{3}{4} w \cdot 2xy, \\ Ay + kx &= -\frac{3}{4} w (x^2 - y^2), \\ A &= \frac{C_1 - 1}{C_3} - \frac{3}{4} (x^2 + y^2) - \frac{3}{2} w^2, \\ k &= \frac{2\delta}{C_3} \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

(4.44) 式の第1, 第2式より

$$A^2 + k^2 = \left( \frac{3}{4} w \right)^2 r^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 \quad (4.45)$$

となり,  $r^2 = R$ ,  $w^2 = W$  とおいて (4.45) 式を整頓すると

$$\frac{9}{16} R + \left\{ \frac{27}{16} W - \frac{3}{2} \left( \frac{C_1 - 1}{C_3} \right) \right\} R + \left\{ \frac{9}{4} W^2 - 3 \left( \frac{C_1 - 1}{C_3} \right) W + k^2 + \left( \frac{C_1 - 1}{C_3} \right)^2 \right\} = 0 \quad (4.46)$$

が得られる。(4.46) 式は  $R$  に関する2次方程式を表わす。求める  $1/3$  調波振動の周期解が存在するためには (4.46) 式の  $R$  が正根をもつことが必要である。まず  $R$  が実根を持つ条件を求めると,

$$-\frac{63}{64} W^2 + \frac{3}{4} W \left( \frac{C_1 - 1}{C_3} \right) > k^2 \quad (4.47)$$

となる。逆に条件(4.47)が成立していると根と係数との関係により、 $R$ は少くとも1つの正根を持つことになる。(4.27)式に示した近似式では $C_1=1.4$ ,  $C_3=0.4$ としているから $\frac{C_1-1}{C_3}=1$ となり、例えば $\ell=0.25$  ( $\delta=0.05$ ) とすると(4.47)式が成立するための $W$ の範囲は $\frac{2}{21} < W < \frac{2}{3}$ となり、この範囲の $W$ の値に対して $R$ を決定することが出来る。

(4.44), (4.46) 両式に $\frac{C_1-1}{C_3}=1$ を代入すると次のように書きかえられる。

$$\left. \begin{aligned} Ax - \ell y &= -\frac{3}{4} W \cdot 2xy \\ Ay + \ell x &= -\frac{3}{4} W (x^2 - y^2) \\ \text{但し } A &= 1 - \frac{3}{4} (x^2 + y^2) - \frac{3}{2} W \\ \ell &= \frac{2\delta}{C_3} \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

$$\frac{9}{16} R^2 + \left( \frac{27}{16} W - \frac{3}{2} \right) R + \left( \frac{9}{4} W^2 - 3W + \ell^2 + 1 \right) = 0 \quad (4.49)$$

(4.49)式は発生する $1/3$ 調波振動の振幅を決定する関係式であって、 $\ell=0.25$  ( $\delta=0.05$ ) の場合について振幅特性曲線を求めると第4.20図および第4.21図を得る。

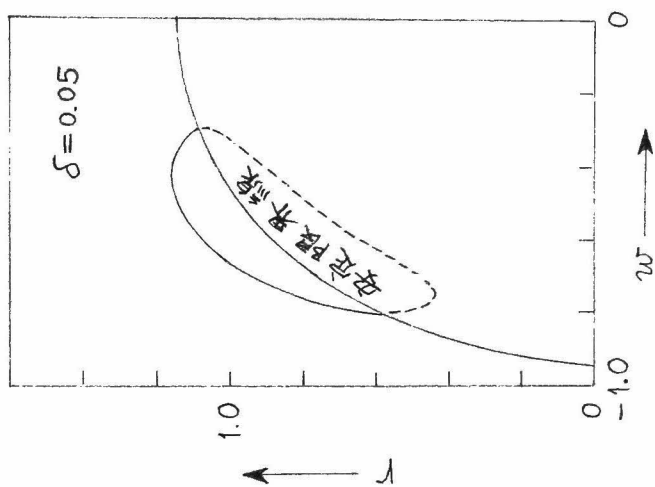
図において実線の部分は後述するように周期解が安定である範囲を示し、点線は不安定である範囲を示す。

$1/3$ 調波振動の振幅 $r$ の成分 $x$ および $y$ は(4.48)式より次のようにして求めることが出来る。(4.48)式より

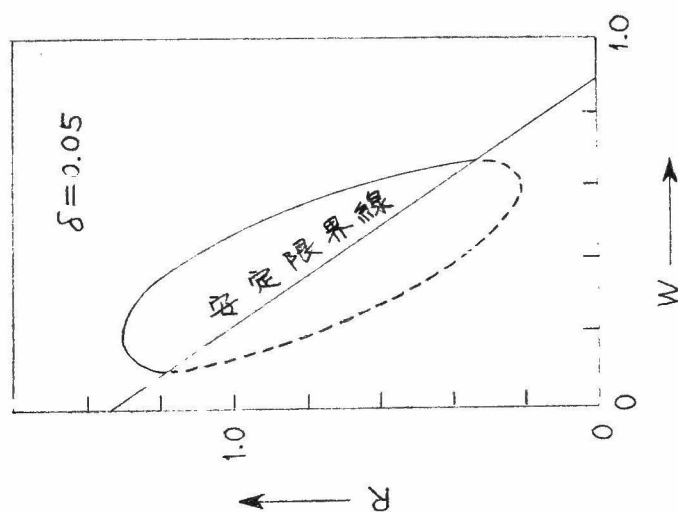
$$\left. \begin{aligned} x^3 - \frac{3}{4} R x + \frac{\ell R}{3W} &= 0 \\ y^3 - \frac{3}{4} R y - \frac{AR}{3W} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

なる関係式を得るから(4.50)式より求める $x, y$ は

$$\left. \begin{aligned} x &= -r \cos \theta, \quad -r \cos(\theta + 120^\circ), \quad -r \cos(\theta + 240^\circ), \\ y &= -r \sin \theta, \quad -r \sin(\theta + 120^\circ), \quad -r \sin(\theta + 240^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$



第4.21図  $\frac{1}{3}$ 調波振動  
振幅特性



第4.20図  $\frac{1}{3}$ 調波振動  
振幅特性



$$\text{但し } \cos 3\theta = \frac{4k}{3wr}, \quad \sin 3\theta = \frac{4A}{3wr}$$

となる。

次に上で求めた周期解の安定条件について考察する。今、平衡状態から \$\xi\$ だけ微小変化をしたとすると、変分方程式は (4.42) 式より

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\delta \frac{d\xi}{d\tau} + (C_1 - 3C_3v^2)\xi = 0 \quad (4.52)$$

となる。\$\xi = e^{-\delta\tau}\eta\$ とおいて変数 \$\xi\$ を \$\eta\$ に書きかえると (4.52) 式は

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + [C_1 - \delta^2 - 3C_3v^2]\eta = 0 \quad (4.53)$$

となり、(4.53) 式に \$\eta\$ の周期解

$$v = x \sin \tau + y \cos \tau + w \cos 3\tau, \quad w = -\frac{B}{8}$$

を代入して整理すれば次の Hill の方程式を得る。<sup>(28)</sup>

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} + [\theta_0 + 2\theta_1 \cos(2\tau - \varepsilon_1) + 2\theta_2 \cos(4\tau - \varepsilon_2) + 2\theta_3 \cos(6\tau - \varepsilon_3)]\eta = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } \theta_0 &= C_1 - \delta^2 - \frac{3}{2}C_3(x^2 + y^2 + w^2), \\ \theta_\nu^2 &= \theta_{\nu s}^2 + \theta_{\nu c}^2, \quad \varepsilon_\nu = \tan^{-1}\left(\frac{\theta_{\nu s}}{\theta_{\nu c}}\right), \quad \nu = 1, 2, 3 \\ \theta_{1s} &= -\frac{3}{2}C_3(y-w)x, \quad \theta_{1c} = -\frac{3}{4}C_3(-x^2 + y^2 + 2yw), \\ \theta_{2s} &= -\frac{3}{2}C_3xw, \quad \theta_{2c} = -\frac{3}{2}C_3yw, \\ \theta_{3s} &= 0, \quad \theta_{3c} = -\frac{3}{4}C_3w^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

Hill の方程式の理論より (4.42) 式によつて表わされる系において角周波数 \$n\$ の周期振動が安定になる条件は

$$(\theta_0 + n^2)^2 + 2(\theta_0 + n^2)\delta^2 + \delta^4 > \theta_n^2, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (4.55)$$

にて与えられる。従つて \$1/3\$ 調波振動について考察する場合は外力の角周波数が 3 であるから \$n=3/3\$ すなわち \$n=1\$ における安定条件を考える。<sup>(27)</sup> (4.55) 式に (4.54) 式の値を代入し \$n=1\$ とおいて整理すれば

$$R + \frac{3}{2}W - \frac{4}{3} > 0 \quad (4.56)$$

となる。従つて安定，不安定の限界線は  $R + \frac{3}{2}W - \frac{4}{3} = 0$  であり，第4.20図，第4.21図の安定限界線はこの式をもとにして計算したものである。

第4.21図に見られるように  $\delta = 0.05$ ， $B = 4.0$  ( $W = -0.5$ ) の場合に安定な  $1/3$  調波振動が発生する。第4.22図の実線はこの場合に発生する  $1/3$  調波振動の波形を計算によつて求めたものである。また第4.23図は飽和特性  $f(v)$  とその近似曲線とを画いたものであつて，発生する  $1/3$  調波振動の振幅範囲を実線で示した。

以上の結果を確かめるためにアナログ計算機によつて基本式

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + f(v) &= B \cos 3\tau, \\ \text{但し } f(v) &= 1.25v, \quad |v| \leq 0.8, \\ f(v) &= \pm 1, \quad |v| \geq 0.8 \end{aligned} \right\} \quad (4.57)$$

を解析した。第4.24図はこの場合の計算機ブロック線図を示す。また第4.22図の点線は計算例  $\delta = 0.05$ ， $B = 4.0$  の場合に発生する  $1/3$  調波振動の波形をアナログ計算機によつて求めた結果である。

#### (e) $1/5$ 調波振動

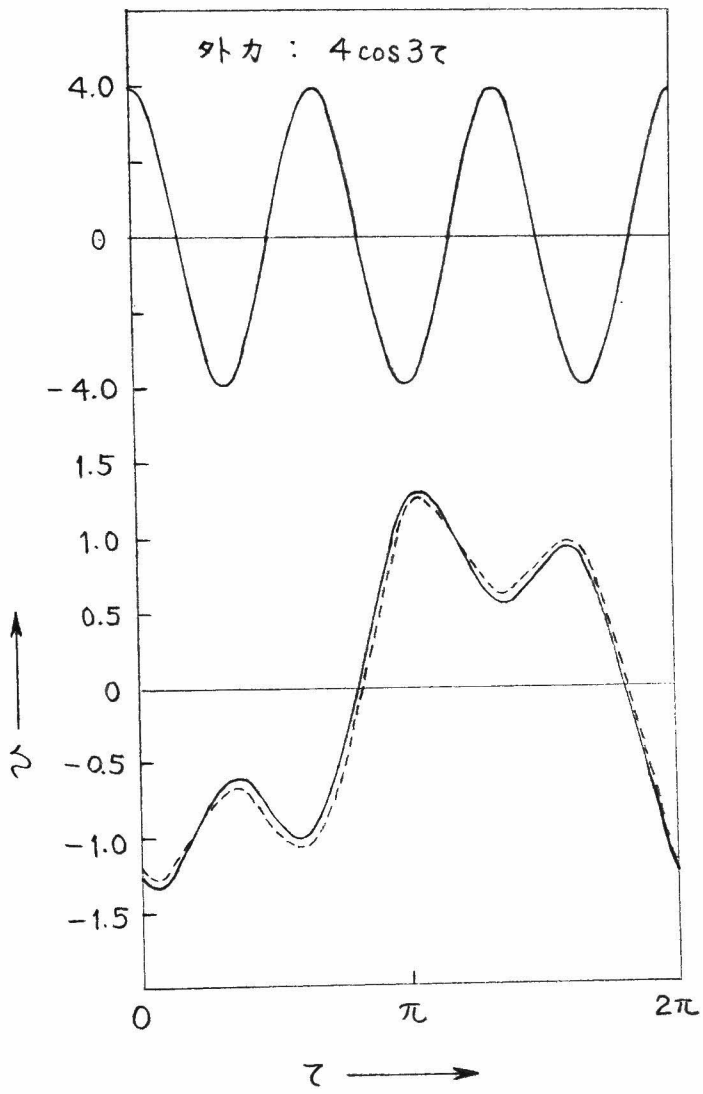
$1/5$  調波振動について考察する場合の基本式は(4.26)式で  $m=5$  とおき

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + C_1v - C_5v^5 = B \cos 5\tau \quad (4.58)$$

とする。(4.58)式を満足する  $v$  の周期解を

$$v = x \sin \tau + y \cos \tau + w \cos 5\tau, \quad w = -\frac{B}{24} \quad (4.59)$$

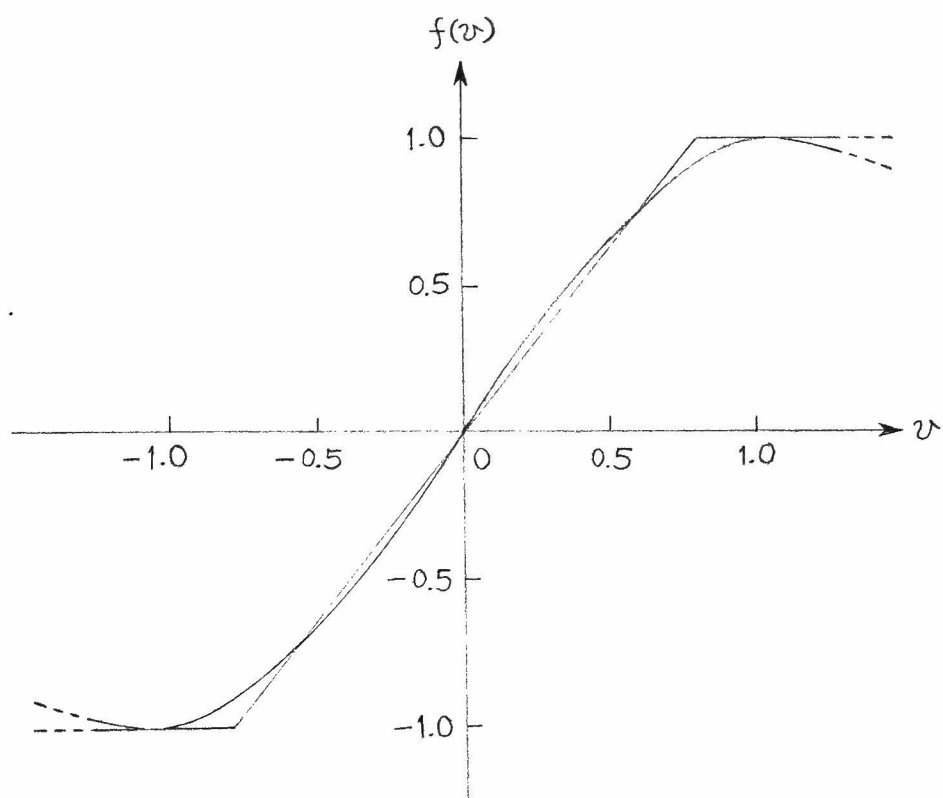
と仮定し，(4.59)式を(4.58)式に代入して両辺の  $\sin \tau$ ， $\cos \tau$  の係数を比較すれば次の関係式を得る。



第 4.22 図  $\frac{1}{3}$  調波振動波形 ( $\delta = 0.05$ ,  $B = 4.0$ )

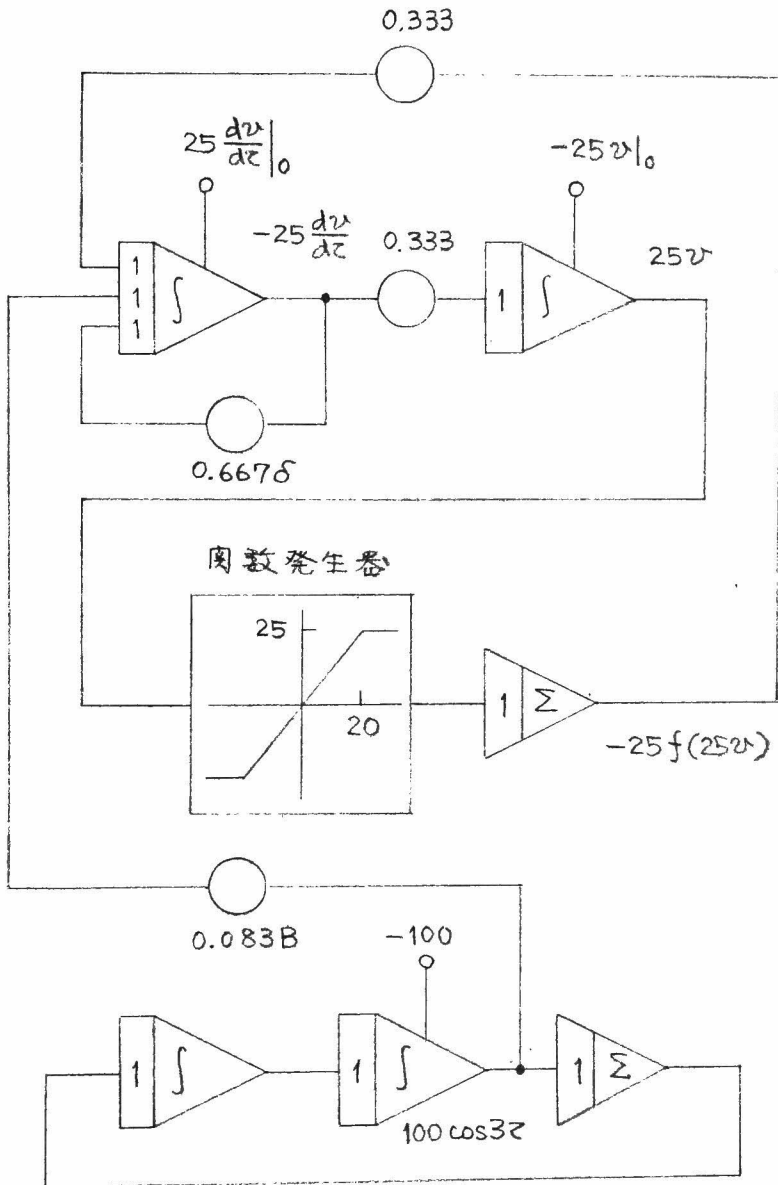






第4.23図 飽和特性とその近似曲線





第 4.24 図 (4.57) 式を解く計算機ブロック線図



$$\left. \begin{aligned}
 Ax - ky &= \frac{5}{4} Wxy(x^2 - y^2) \\
 Ay + kx &= \frac{5}{16} W(x^4 - 6x^2y^2 + y^4) \\
 \text{但し } A &= \frac{C_1 - 1}{C_5} - \left\{ \frac{5}{8} (x^2 + y^2)^2 + \frac{15}{8} W^2 (x^2 + y^2) + \frac{15}{8} W^4 \right\} \\
 k &= \frac{2\delta}{C_5}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.60)$$

(4.60) 式の第1, 第2両式より

$$A^2 + k^2 = \left(\frac{5}{16}\right)^2 W^2 r^6, \quad r^2 = x^2 + y^2 \quad (4.61)$$

となり,  $r^2 = R$ ,  $W^2 = W$  とおいて (4.61) 式を整頓すれば

$$\begin{aligned}
 &\frac{25}{64} R^4 + \frac{1175}{256} WR^3 + \left\{ \frac{525}{32} W^2 - \frac{5}{4} \left( \frac{C_1 - 1}{C_5} \right) \right\} R^2 \\
 &+ \left\{ \frac{225}{16} W^3 - \frac{15}{2} W \left( \frac{C_1 - 1}{C_5} \right) \right\} R + \left\{ \frac{225}{64} W^4 - \frac{15}{4} \left( \frac{C_1 - 1}{C_5} \right) W^2 \right. \\
 &\left. + k^2 + \left( \frac{C_1 - 1}{C_5} \right)^2 \right\} = 0
 \end{aligned} \quad (4.62)$$

が得られる。

(4.28) 式に示した近似式では  $C_1 = 1.4$ ,  $C_5 = 0.4$  としているから  $\frac{C_1 - 1}{C_5} = 1$  となり, (4.62) 式は次のように書きかえられる。

$$\begin{aligned}
 &\frac{25}{64} R^4 + \frac{1175}{256} WR^3 + \left( \frac{525}{32} W^2 - \frac{5}{4} \right) R^2 + \left( \frac{225}{16} W^3 - \frac{15}{2} W \right) R \\
 &+ \left( \frac{225}{64} W^4 - \frac{15}{4} W^2 + k^2 + 1 \right) = 0
 \end{aligned} \quad (4.63)$$

(4.63) 式は発生する  $1/5$  調波振動の振幅を決定する関係式であつて,  $k = 0.1$  ( $\delta = 0.02$ ) の場合について振幅特性曲線を求めると第4.25図および第4.26図が得られる。図において実線の部分は後述するように同期解が安定である範囲を示し, 点線の部分は不安定である範囲を示す。

$1/5$  調波振動の振幅  $r$  の成分  $x$  および  $y$  は次のようにして求めること

が出来る。(4.60)式より

$$\left. \begin{aligned} 16x^5 - 20Rx^3 + 5R^2x &= \frac{16kR}{5w} \\ 16y^5 - 20Ry^3 + 5R^2y &= \frac{16AR}{5w} \end{aligned} \right\} \quad (4.64)$$

なる関係式を得るから、(4.64)式より求むる  $x, y$  は

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta, \quad r \cos(\theta + 72^\circ), \quad r \cos(\theta + 144^\circ) \\ &\quad r \cos(\theta + 216^\circ), \quad r \cos(\theta + 288^\circ) \\ y &= r \sin \theta, \quad r \sin(\theta + 72^\circ), \quad r \sin(\theta + 144^\circ), \\ &\quad r \sin(\theta + 216^\circ), \quad r \sin(\theta + 288^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

$$\text{但し} \quad \cos 5\theta = \frac{16k}{5wr^3}, \quad \sin 5\theta = \frac{16A}{5wr^3}$$

となる。次に上で求めた周期解の安定条件について考察する。今、平衡状態からとだけ微小変化をしたとすると変分方程式は(4.58)式より

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + 2\delta \frac{d\xi}{d\tau} + (C_1 - 5C_3 v^4) \xi = 0 \quad (4.66)$$

となる。以下前述の(c), (d)と同様にして Hill の方程式を導き安定条件を求めると

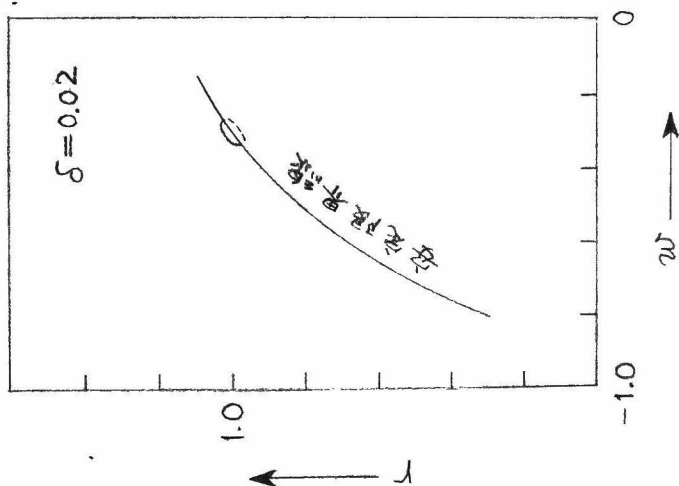
$$R + \frac{141}{16}WR + \left(21W^2 - \frac{5}{8}\right)R + \left(9W^3 - \frac{24}{5}W\right) > 0 \quad (4.67)$$

なる条件式を得る。従つて安定限界線の方程式は

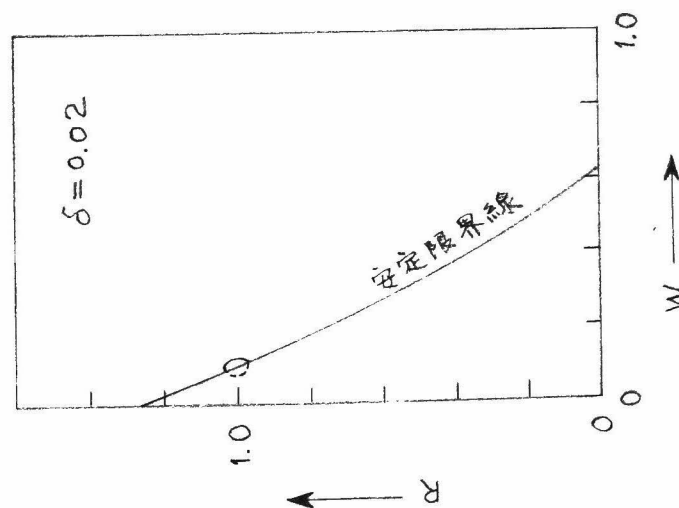
$$R + \frac{141}{16}WR + \left(21W^2 - \frac{5}{8}\right)R + \left(9W^3 - \frac{24}{5}W\right) = 0$$

となる。第4.25図および第4.26図の安定限界線はこの式をもとにして求めたものである。第4.26図によれば  $\delta = 0.02$ ,  $B = 8.0$  ( $w = -\frac{1}{3}$ ) のとき安定な平衡状態が存在する。第4.27図の実線はこの場合に発生する  $1/5$  調波振動の波形を計算によって求めたものである。また第4.28図は飽和特性  $f(v)$  とその近似曲線とを描いたものであつて、発生する  $1/5$  調波振動の振幅範囲を実線で示した。

以上の結果をアナログ計算機によつてたしかめるために基本式



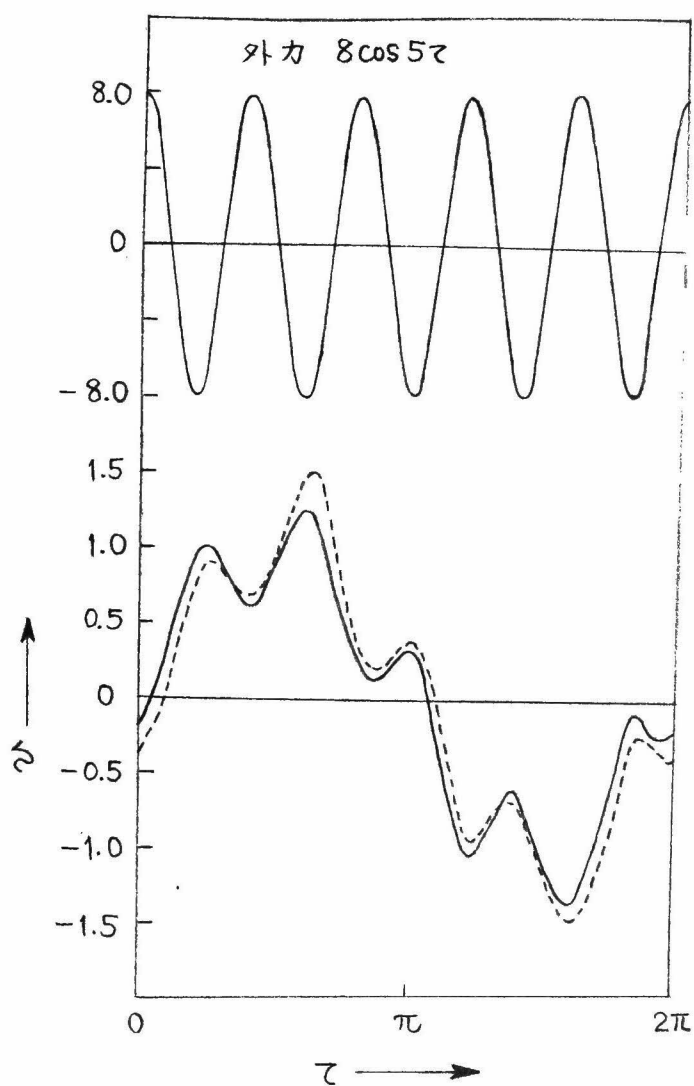
第 4.26 図  $1/5$  調波振動  
振幅特性



第 4.25 図  $1/5$  調波振動  
振幅特性

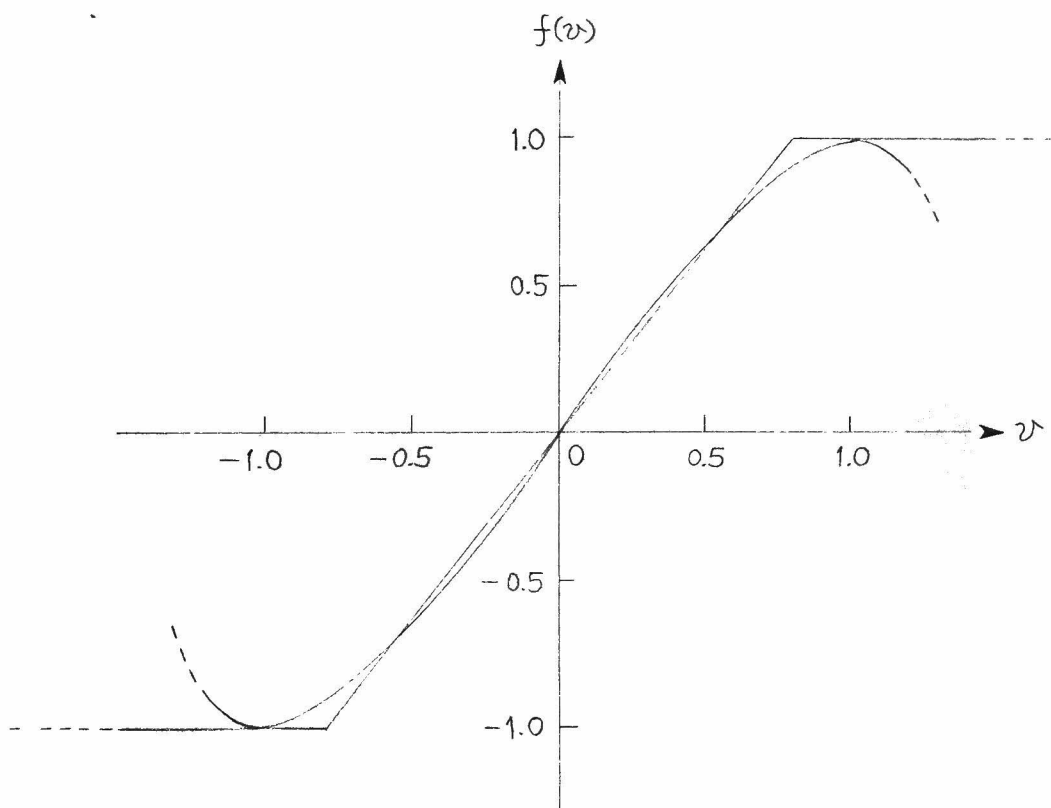






第 4.27 図  $1/5$  調波振動波形 ( $\delta=0.02$ ,  $B=8.0$ )





第 4.28 図 飽和特性とその近似曲線



$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2v}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dv}{d\tau} + f(v) &= B \cos 5\tau \\ \text{但し } f(v) &= 1.25v, \quad |v| \leq 0.8 \\ f(v) &= \pm 1, \quad |v| \geq 0.8 \end{aligned} \right\} \quad (4.68)$$

を解析した。第4.29図はこの場合の計算機ブロック線図を示す。第4.27図の点線は計算例と同一のパラメータ ( $\delta = 0.02$ ,  $B = 8.0$ ) の場合に発生する  $1/5$  調波振動の波形をアナログ計算機によって求めた結果である。

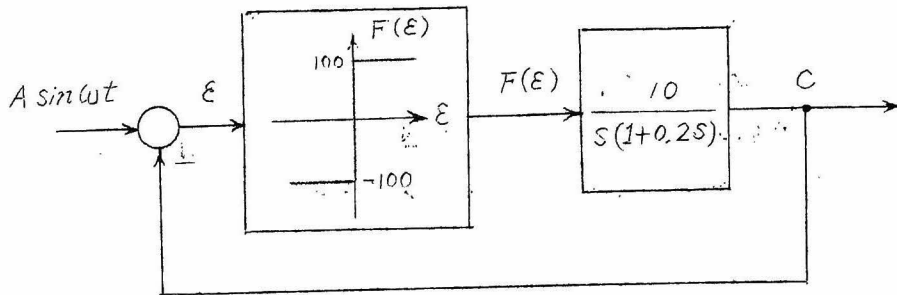
以上第4.14図に示す位置制御系に正弦波入力を加えた場合に発生する分数調波振動の2, 3の例について理論的考察を行ない、その結果をアナログ計算機による解析結果と比較検討した。本節にて考察した系では各計算例からもわかるように系の減衰定数  $\delta$  が非常に小さい場合に限られている。従って系の速応性を高めるために減衰定数を出来るだけ小さくするように設計する場合には分数調波振動の発生が問題になるおそれがある。しかし第1章に述べたサーボ増算器などの位置制御系ではタコメータ発電機によって充分ダンピングをかけているので、上述のような現象が起る心配はないものと考えられる。

## 4.6 リレー要素を含む位置制御系に発生する分数調波振動と初期条件との関係

前節において飽和要素を含む位置制御系に正弦波形の入力を加えた場合に発生する分数調波振動について考察したが、リレー要素を含む位置制御系においても同様な現象が見られることがある。<sup>(29)(30)</sup> 本節ではリレー要素を含む位置制御系における分数調波振動のうち特に  $1/3$  調波振動に注目してその発生領域、発生する  $1/3$  調波振動の種類と初期条件との関係等についてアナログ計算機によって解析した結果を述べる。<sup>(31)</sup>

### (a) 基本式の誘導

リレー要素を含む位置制御系の1例として第4.30図に示すような系



第4.30図 リレー要素を含む位置制御系のブロック線図

について考察する。同図より次の回路方程式を得る。

$$0.2 \frac{d^2 C}{dt^2} + \frac{dC}{dt} \mp 1000 = 0, \quad A \sin \omega t - C \geq 0 \quad (4.69)$$

$\tau = 10t$ ,  $C = 50y$  とおいて (4.69) 式を書きかえると求める基本式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{d\tau^2} + \frac{1}{2} \frac{dy}{d\tau} \pm 1 &= 0 \\ \text{但し 正号} \quad A \sin \frac{\omega}{10} \tau - 50y &< 0, \\ \text{負号} \quad A \sin \frac{\omega}{10} \tau - 50y &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.70)$$

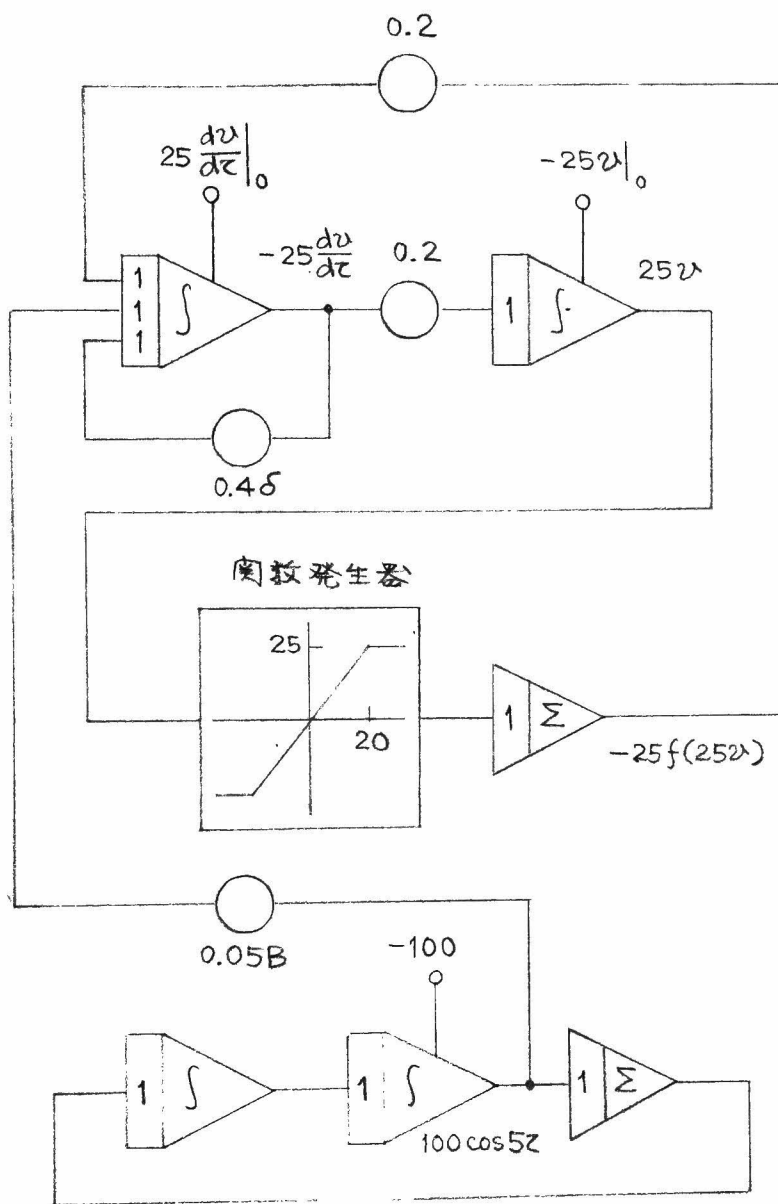
で与えられる。

#### (b) $1/3$ 調波振動の発生領域

リレー要素を含む位置制御系に発生する分数調波振動の  $A, \omega$  平面上における発生領域の理論的計算法については文献(29)にその詳細が述べられている。第4.31図は上記文献に掲げられている方法によって基本調波振動,  $1/3$  調波振動の発生領域を  $A, \omega$  平面上に描いたものである。

---

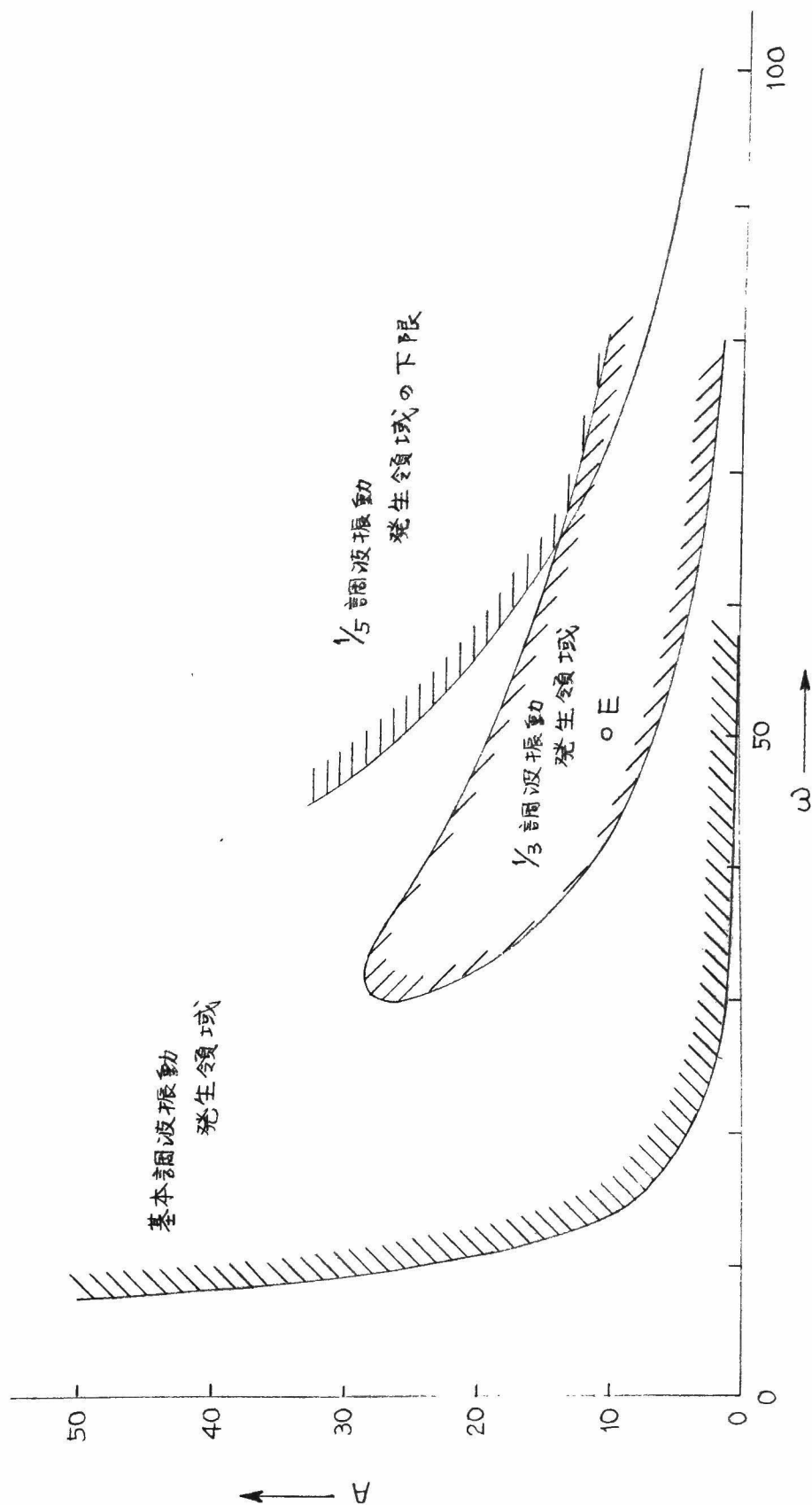
\*  $\tau = 10t$  とおいたのは後述するアナログ計算機による解析が便利になるようにしたものである。



第 4.29 図 (4.68) 式を解く計算機ブロック線図







第 4.31 図 リレー要素を含む位置制御系に発生する強制振動の発生領域



同図には  $1/5$  調波振動の発生領域の下限 ( $A$  の値の小さい方の限界) も附記した。この図に示した発生領域を確かめるためにアナログ計算機によって基本式 (4.70) を解析した結果、同図の曲線と極めて良く一致した領域を求めることが出来た。今

$$A = 10, \quad \omega = 50 \quad (4.71)$$

に対応する点 (第 4.31 図の E 点) を考えると、この点では基本調波振動と  $1/3$  調波振動のみが発生することがわかる。以下  $A, \omega$  の値として (4.71) 式の値をとった場合についてアナログ計算機によって解析した結果を述べる。第 4.32 図はこの場合の計算機ブロック線図を示す。

(C) 発生する基本調波振動および  $1/3$  調波振動の定常状態における位相面軌跡

第 4.33 図は基本式 (4.70) において  $A = 10, \omega = 50$  とした場合に発生する基本調波振動および  $1/3$  調波振動の定常状態における解曲線をアナログ計算機によって位相面 ( $\frac{dy}{d\tau}, y$  平面) 上に求めた結果である。同図において内側の解曲線は基本調波振動に、外側の解曲線は  $1/3$  調波振動に相当する。なお図において 1, 2, 3 なる点は  $5\tau = 2n\pi^*$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) において  $1/3$  調波振動の解曲線が通過する点であり、4 は基本調波振動が通過する点である。

$1/3$  調波振動は位相が  $120^\circ$  宛異なる 3 種類の振動に分類出来るので、同図の 1, 2, 3 なる点がその 3 種類の  $1/3$  調波振動を発生する初期値 ( $\frac{dy}{d\tau}|_{\tau=0}, y|_{\tau=0}$ ) を与えることになる。<sup>\*\*</sup> 第 4.34 図はこの 3 種類の  $1/3$  調波振動の波形を示したものである。

(d) 位相面上における不安定な特異点 (鞍形点) の位置

\*  $\frac{\omega}{10} \tau = \frac{50}{10} \tau = 5\tau$  となる。

\*\* 1, 2, 3 なる点は外力が 1 サイクル経過する毎に解曲線が通過する点であり、 $1/3$  調波振動で考えれば各々  $120^\circ$  の位相差をもつことになる。

第4.33図の1, 2, 3, 4なる点は $1/3$ 調波振動, 基本調波振動の定常状態を与える初期値 ( $\frac{dy}{d\tau}|_{\tau=0}$ ,  $y|_{\tau=0}$  の値) であつて, 安定な特異点に相当する。これらの点に対して, 解曲線が時間の経過と共に基本調波振動になるか,  $1/3$ 調波振動になるかの限界を与える初期値の特異点 (鞍形点に相当する点) が存在することが計算機によつてたしかめられる。第4.35図の1', 2', 3'なる点はこの不安定な特異点を計算機によつて求めた結果である。<sup>\*</sup>これらの点の番号の意味は例えば1'の点に初期値を与えると解曲線は時間の経過と共に1の特異点に相当する種類の $1/3$ 調波振動に落着くか或いは基本調波振動に落着くかの限界点であることを表わし, 点2', 3'についても同様である。したがつて2種類の $1/3$ 調波振動の発生する初期値の領域の限界線を追跡すると, それらの2つの領域の間に基本調波振動を発生する領域が挟まれているのであらうと推察することが出来る。

(C) 発生する振動の種類と初期条件 ( $\frac{dy}{d\tau}|_{\tau=0}$ ,  $y|_{\tau=0}$ ) との関係

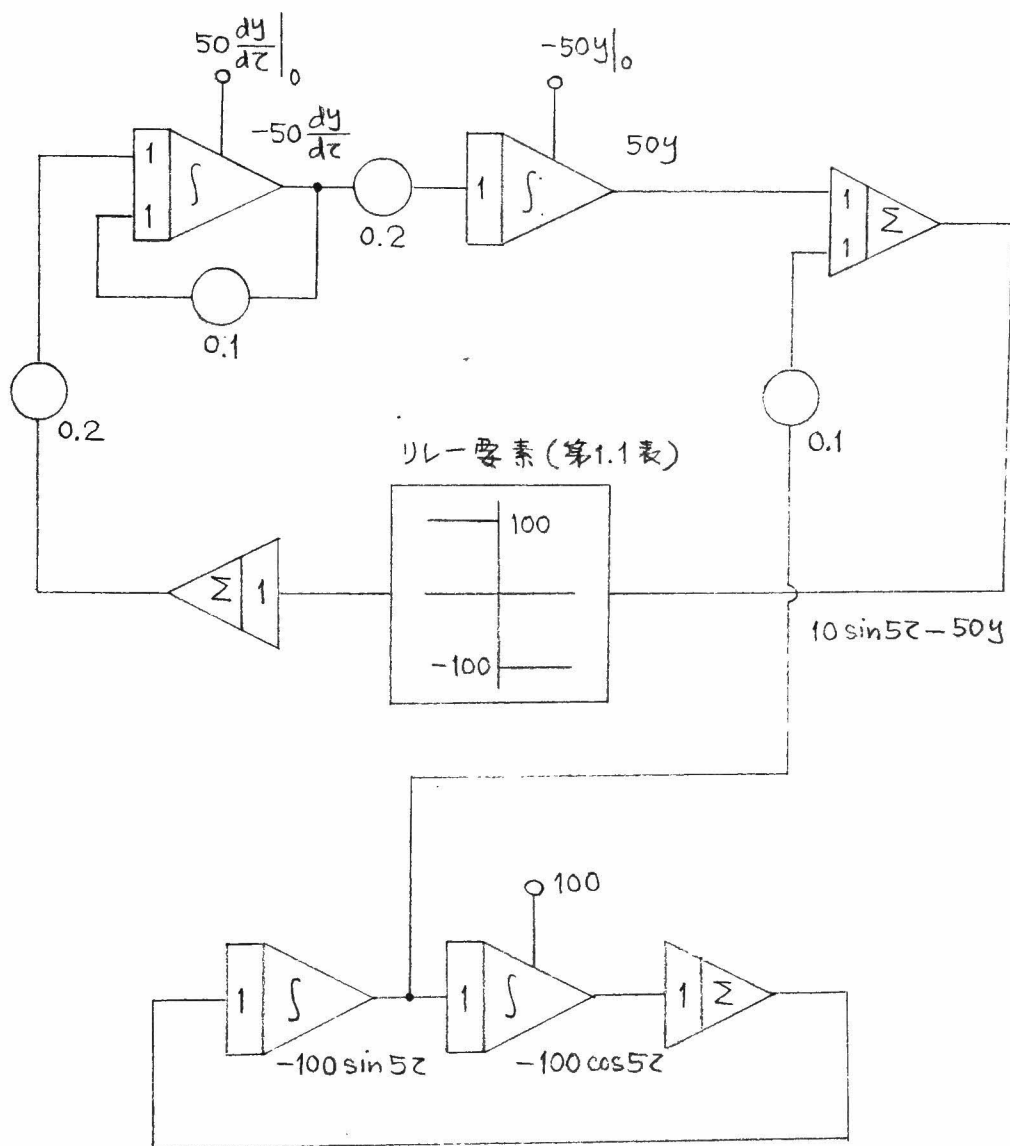
第4.36図は(4.70)式で表わされる系で外力を $10 \sin 5\tau$ としたときに3種類の $1/3$ 調波振動および基本調波振動を発生する初期条件の領域を計算機によつて求め、位相面上に表わしたものである。

なお定常状態における各種の振動の位相面軌跡と $1/3$ 調波振動の種別も同図に附記した。同図について考察する。まず $y=0$ の直線すなわち $\frac{dy}{d\tau}$ 軸において各領域の縁線が折れ曲つている。(4.70)式において $\tau=0$ とおくとリレー要素の入力は

$$10 \sin 5\tau|_{\tau=0} - 50y|_{\tau=0} = -50y|_{\tau=0}$$

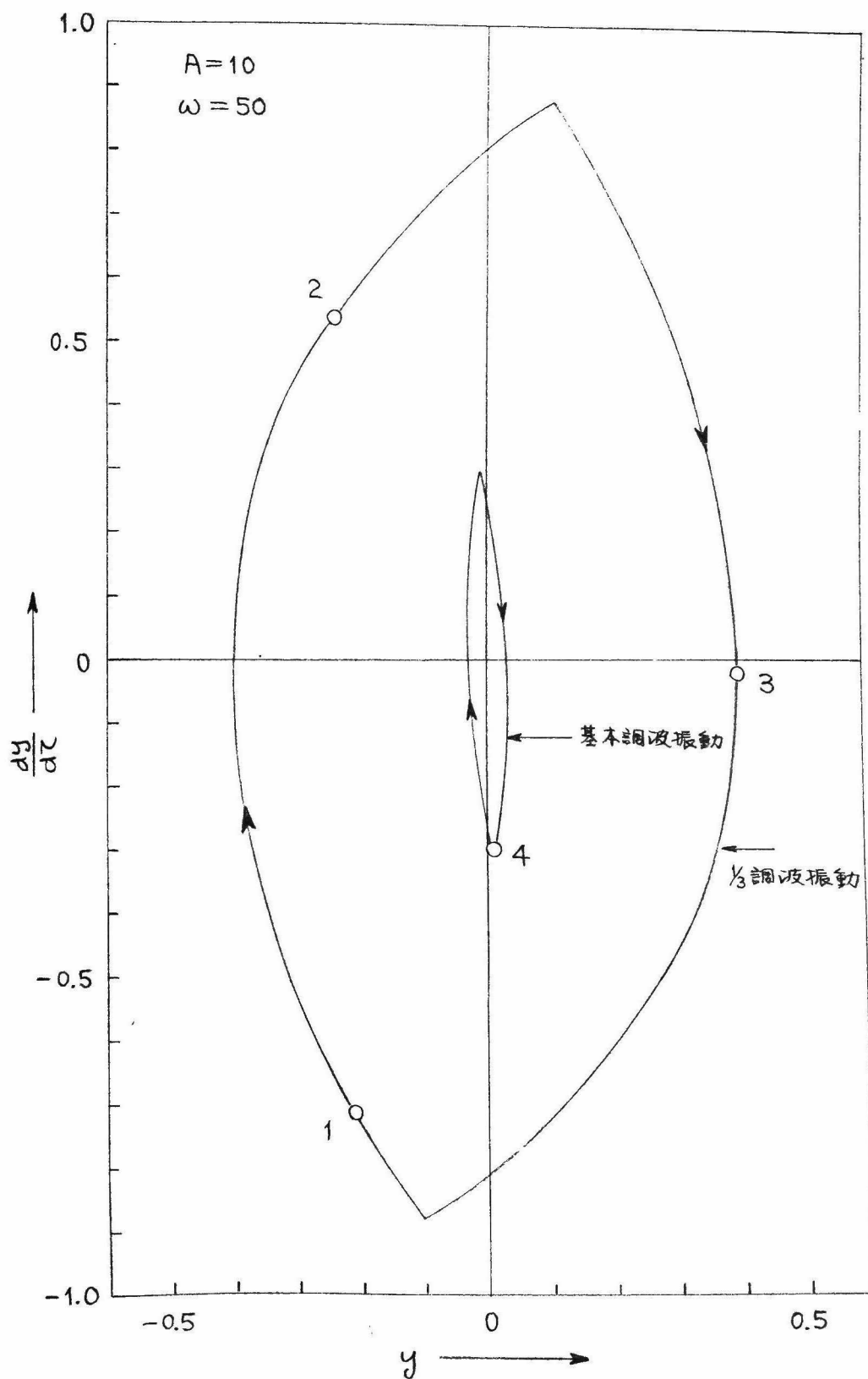
となり,  $y$ の符号によつてリレー要素が切り替えられることになる。す

\* これらの点を求める場合には適当な初期値を与えて演算を開始し, 演算開始後解曲線が数回閉曲線を描き, 時間の経過と共に解曲線の形がずれていずれかの定常状態に落着くようにする, このようにして得られた初期値の組が図の1', 2', 3'に相当する。



第4.32図 (4.70)式を解く計算機ブロック線図  
( $A=10$ ,  $\omega=50$ )

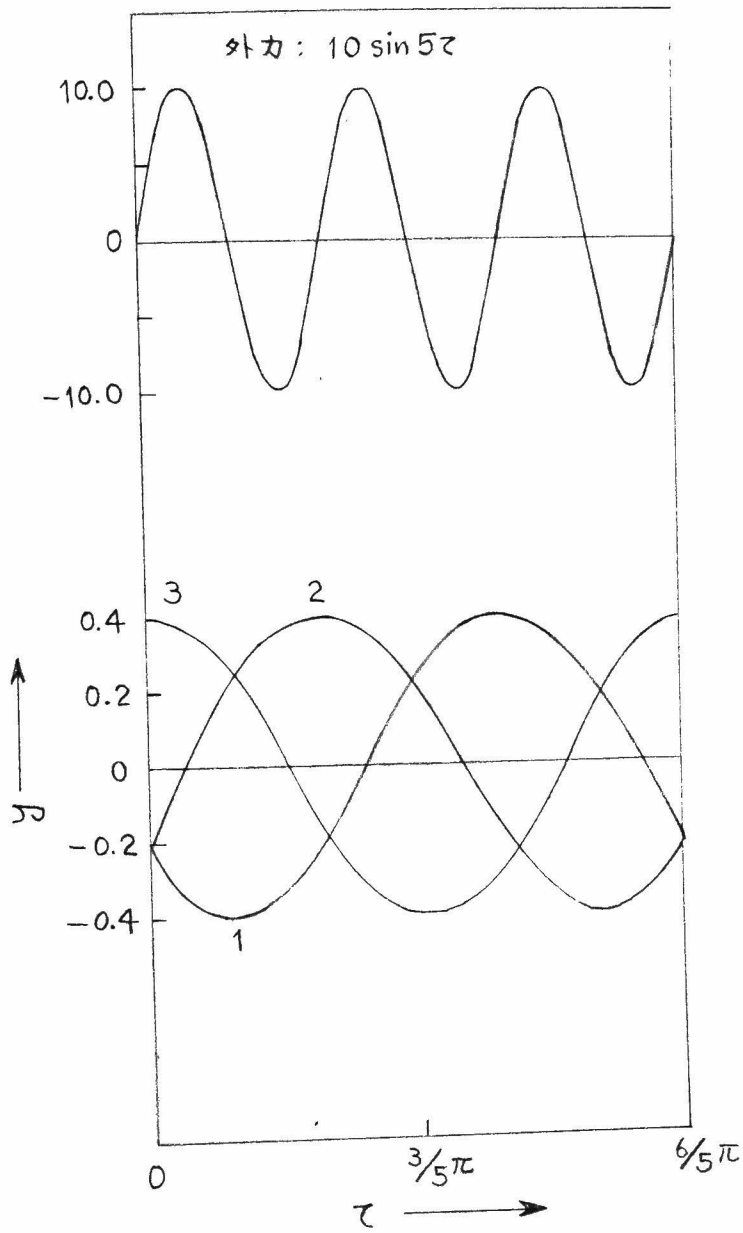




第 4.33 図 (4.70) 式の解曲線 (アナログ計算機)

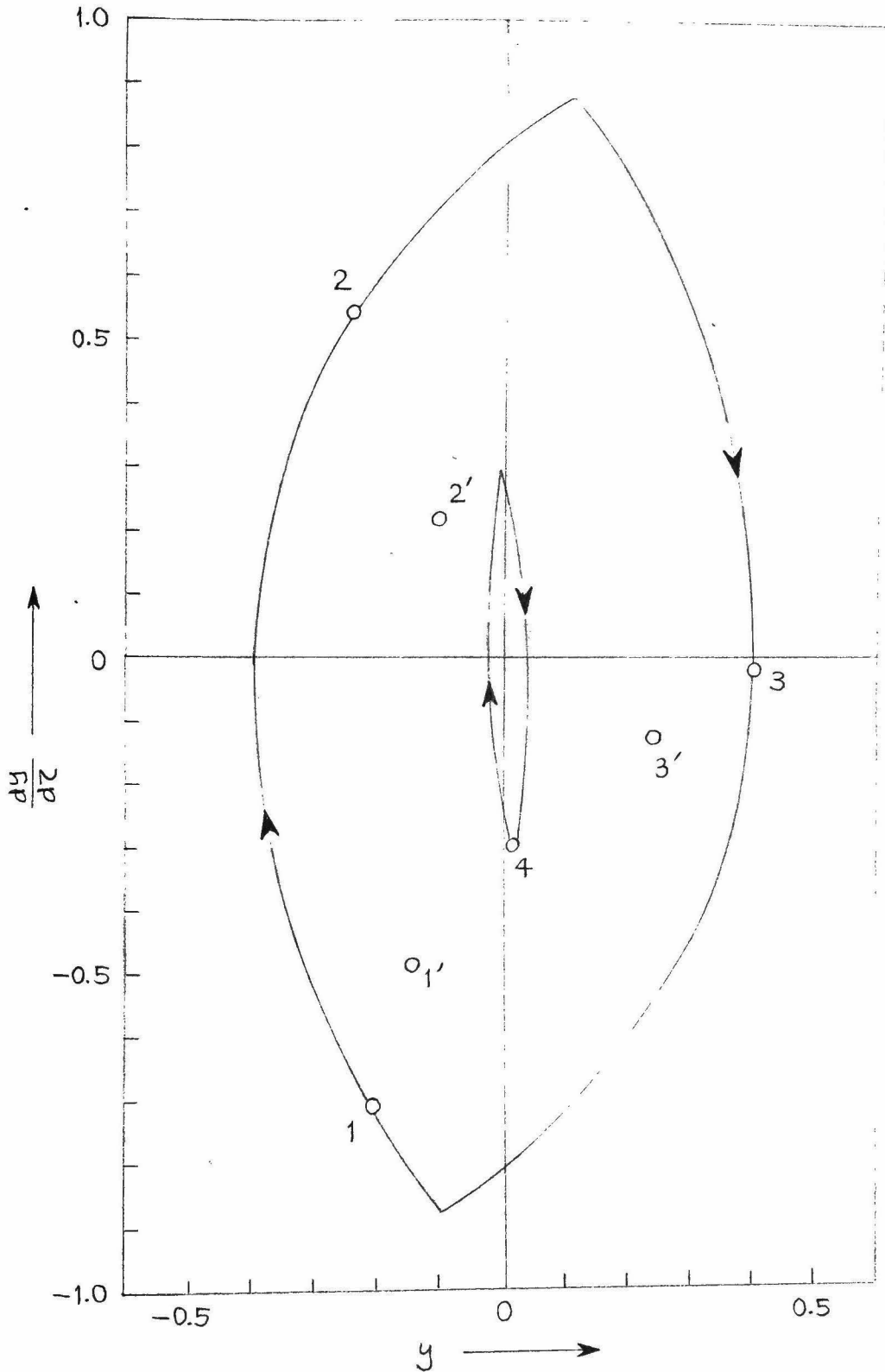






第 4.34 図  $1/3$  調波振動波形 (アナログ計算機)





第4.35 図 不安定な特異点の位置

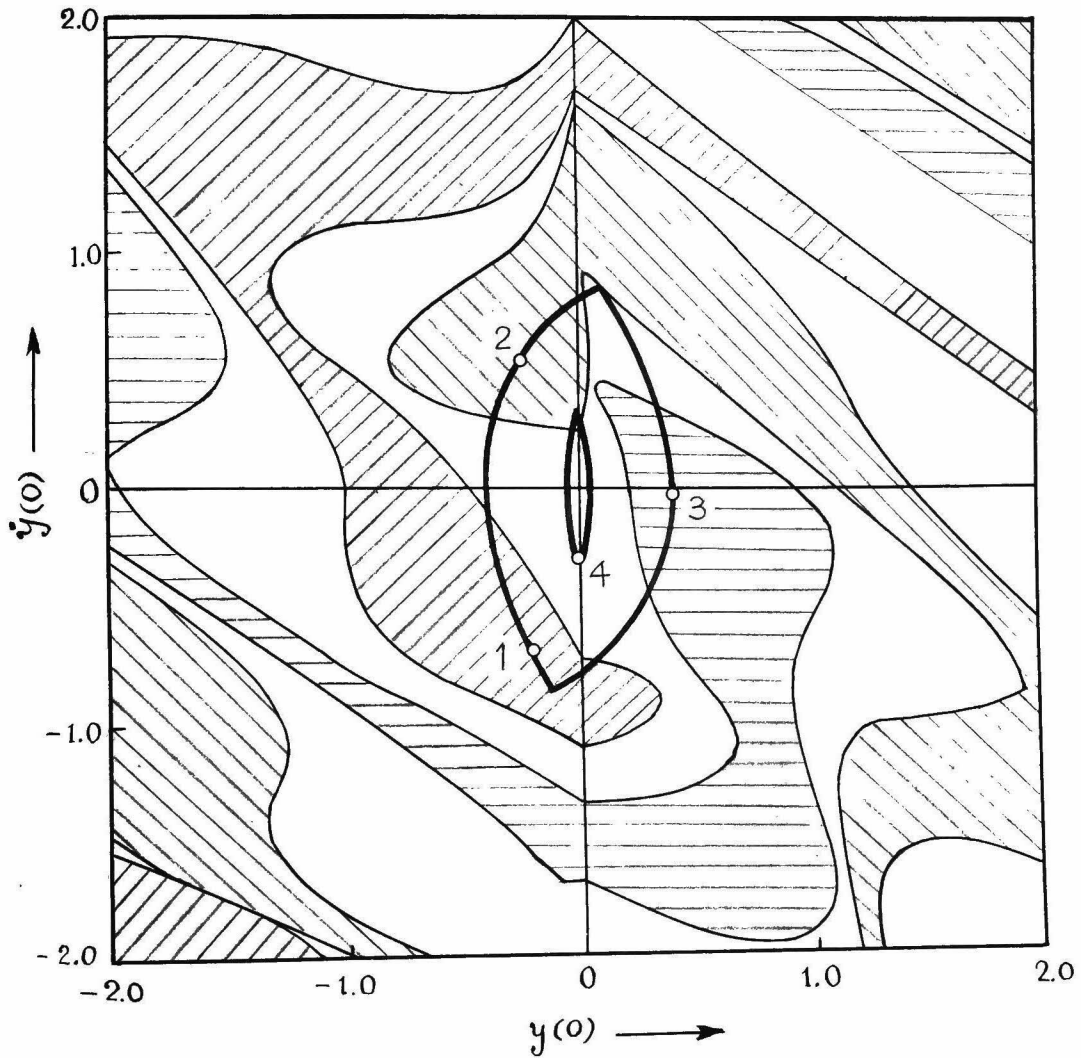
2d

1d

↑  
C  
P

-1.

-9







-   $t = 2m\pi$  で点 1 を通過する  $1/3$  調波振動を発生する初期値の領域  
 " 2 " "  
 " 3 " "  
 基本調波振動を発生する初期値の領域

図 4.36 基本調波振動および  $1/3$  調波振動を発生する初期値の領域 (外力  $10 \sin 5t$ )



なわち  $y|_{\tau=0}$  を正にとるか負にとるかによつて方程式の形が異なることになる。そのため領域の縁線が滑らかに続かなくなると考えられる。

次に  $y|_{\tau=0} < 0$  における或る種類の  $1/3$  調波振動の領域と  $y|_{\tau=0} > 0$  における同種類の領域とは連続になつてゐる。その理由は次のように説明することが出来る。

今、リレーの入力を

$$f(\tau) = 10 \sin 5\tau - 50y$$

とおくと

$$f'(\tau) = \frac{df(\tau)}{d\tau} = 50 \cos 5\tau - 50 \frac{dy}{d\tau}$$

となり

$$f'(0) = 50 \left( 1 - \frac{dy}{d\tau} \Big|_{\tau=0} \right)$$

となる。したがつて  $\frac{dy}{d\tau} \Big|_{\tau=0} > 1$  であつて  $y|_{\tau=0}$  が僅かに負である範囲に初期値を与えると  $f(0) > 0$ ,  $f'(0) < 0$  となり、リレーの入力  $f(\tau)$  は正の値から負の値に向かうので (4.70) 式よりリレーは切替つて  $f(0) < 0$  即ち  $y|_{\tau=0} > 0$  の初期値を与えた場合と一致する。言い換えると第 4.36 図において  $\frac{dy}{d\tau} \Big|_{\tau=0} > 1$  の範囲では直線  $y|_{\tau=0} = 0$  の近傍における左右の領域は連続になるであろうと考えられる。

次に  $\frac{dy}{d\tau} \Big|_{\tau=0} < 1$  であつて  $y|_{\tau=0}$  が僅かに正である範囲に初期値を与えると  $f(0) < 0$ ,  $f'(0) > 0$  となつてリレーの切替が起り、 $y|_{\tau=0} < 0$  の範囲に初期値を与えた場合と一致する。このようにして直線  $y|_{\tau=0} = 0$  の左右で同種の振動の領域が連続になることが説明出来る。

次に相異なる  $1/3$  調波振動の領域の間には基本調波振動の領域が挟まれている。これは (d) にて推察した結果と一致する。

(f) 各種の振動を発生する初期値の領域と外力の位相との関係

上の考察では系に加えられる外力を  $10 \sin 5\tau$  とした場合について考えたが、外力の位相を変化した場合に上述の発生領域がどのような影

響をうけるかについても計算機によつて解析した。まず、外力の位相を  $\frac{\pi}{2}$  だけ変化して  $10 \cos 5\tau$  とした場合について計算機によつて初期値の領域を求めると第 4.37 図のようになる。前の第 4.36 図と比較するにリレーの切替線（同図の点線で示した直線）が  $y=0.2$  の直線に移っている。これは  $\tau=0$ ,  $y|_{\tau=0}=0.2$  のときリレーの入力が

$$10 \cos 5\tau|_{\tau=0} - 50y|_{\tau=0} = 0$$

となるからであつて、この直線の左右でリレーの切替が起るからである。次に外力の位相が  $\pi$  だけ変化して  $-10 \sin 5\tau$  となった場合について考察する。この場合の基本式は (4.70) 式より

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{1}{2} \frac{dy}{d\tau} \pm 1 = 0 \\ \text{但し} \quad \text{正号} \quad -10 \sin 5\tau - 50y < 0 \\ \quad \quad \text{負号} \quad -10 \sin 5\tau - 50y > 0 \end{array} \right\} \quad (4.72)$$

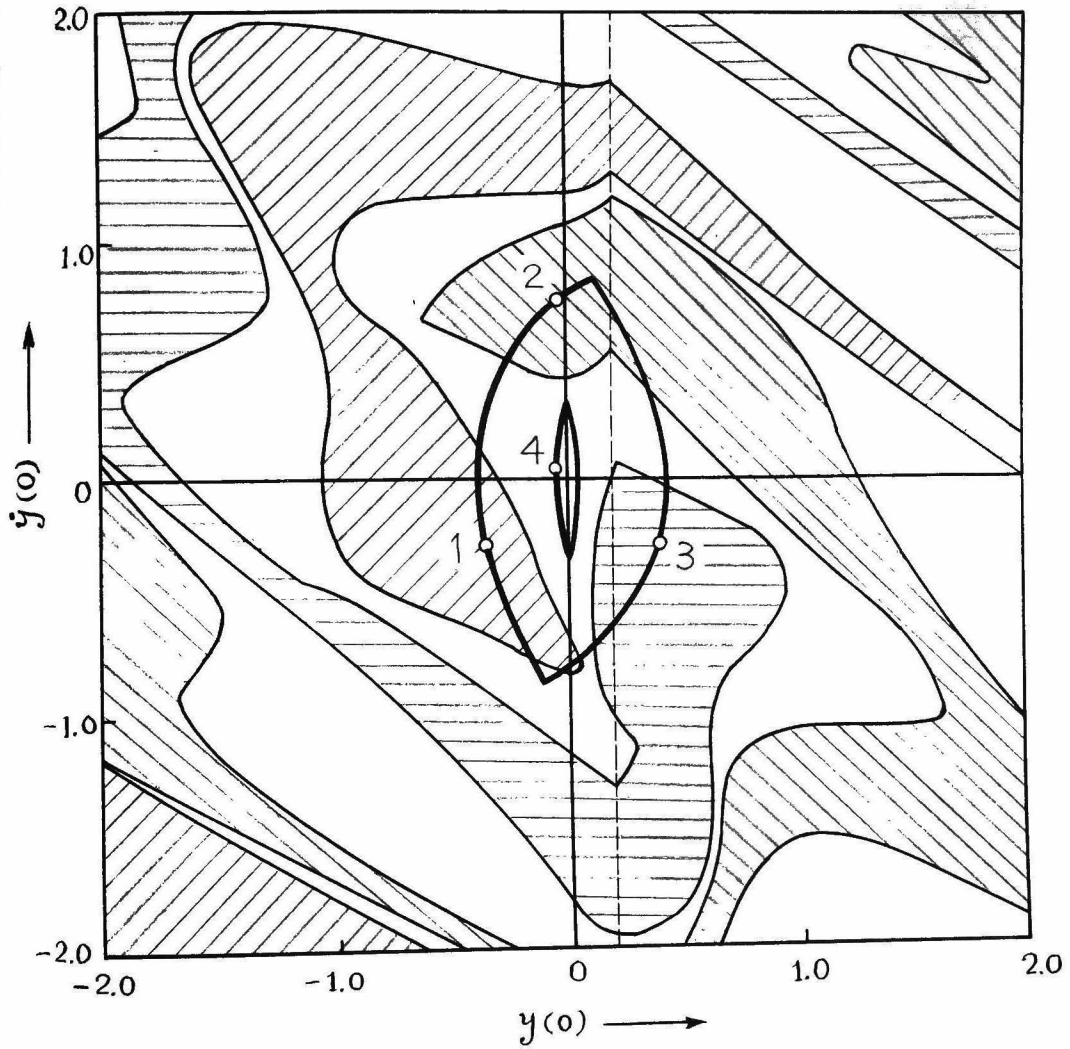
となる。

一方 (4.70) 式において、 $\frac{dy}{d\tau}$ ,  $y$  の符号を変えた方程式を求めれば

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{1}{2} \frac{dy}{d\tau} \mp 1 = 0 \\ \text{但し} \quad \text{負号} \quad 10 \sin 5\tau + 50y < 0, \\ \quad \quad \text{正号} \quad 10 \sin 5\tau + 50y > 0 \end{array} \right\} \quad (4.73)$$

となる。(4.72), (4.73) 両式は全く同一の方程式である。したがつて外力の位相が  $\pi$  だけ変化したときの基本式は元の方程式 (4.70) において  $\frac{dy}{d\tau}$ ,  $y$  の符号を変えたものとなり、位相面上で云えば第 4.36 図の領域を原点に関して対称な位置に書きかえたものになる。第 4.38 図はこの場合の初期値の領域を示したものである。したがつて外力として  $10 \sin 5\tau$ ,  $10 \cos 5\tau$  を与えた場合の初期値の領域を求めておけば、以下原点に関する対称移動を行なうことによつて外力の位相が  $\frac{\pi}{2}$  宛変化して行つた場合に対する初期値の領域を求めることが出来る。

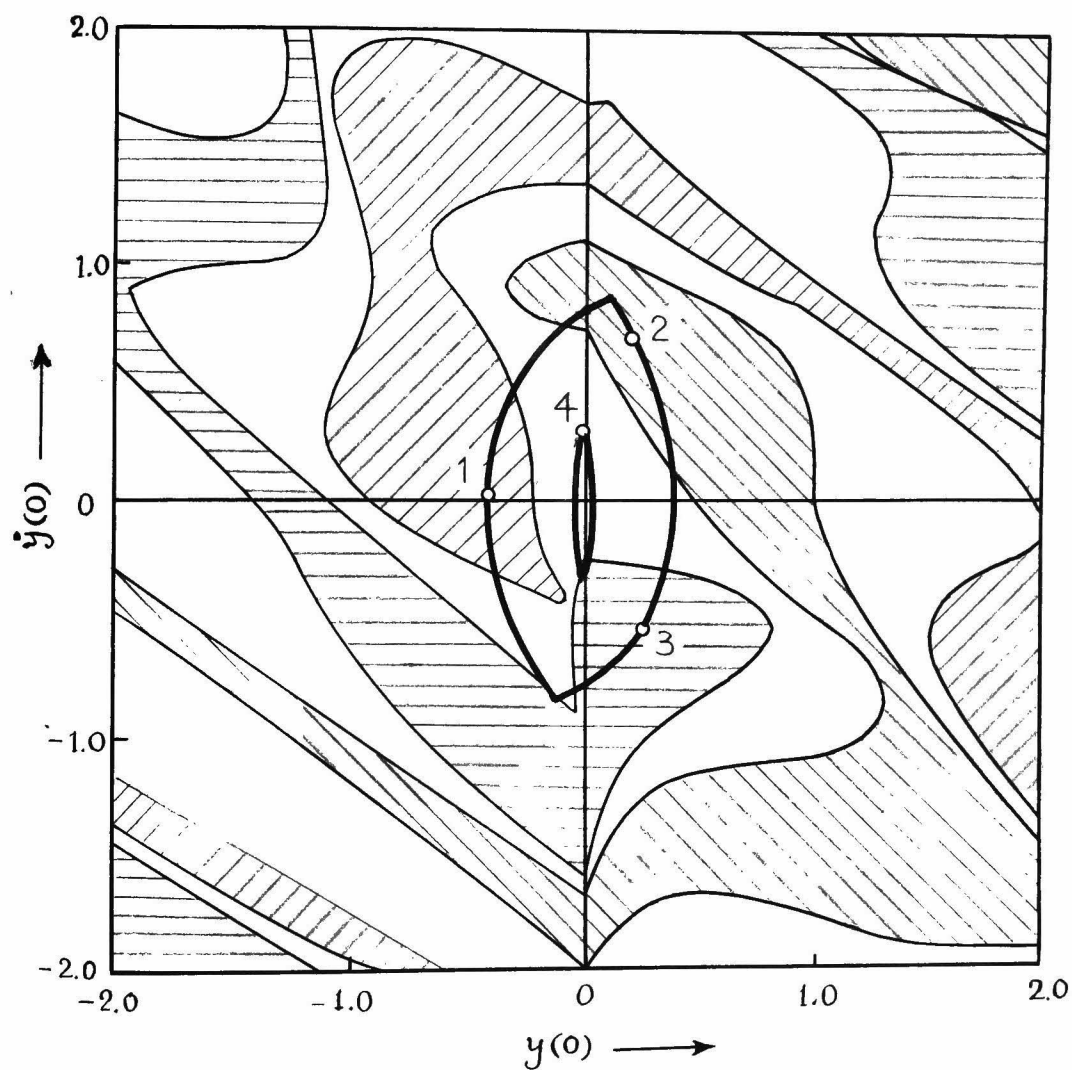





- ▨  $t = 2m\pi$  で点 1 を通過する  $1/3$  調波振動を発生する初期値の領域  
 ▤ " 2 " "  
 ▧ " 3 " "  
 □ 基本調波振動を発生する初期値の領域

第 4.37 図 基本調波振動および  $1/3$  調波振動を発生する初期値の領域 (外力  $10 \cos 5t$ )






  $t=2m\pi$  で点 1 を通過する  $1/3$  調波振動を発生する初期値の領域

      "      2      "      "

      "      3      "      "

 基本調波振動を発生する初期値の領域

第 4.38 図 基本調波振動および  $1/3$  調波振動を発生する初期値の領域 (外力  $10 \sin(5t + \pi)$ )



## 4.7 非線形連成振動

非線形連成振動の1例として回転機における整流子刷子の振動機構を考察する。刷子を簡単のため質点と考える、これに次の非線形復元力<sup>(32)</sup>が作用するものとする。すなわち刷子の横振動に対して刷子の運動が保持器内の遊び以内であれば復元力は作用せず、また刷子が保持器に接触するようになれば非常に大きい復元力が作用する。縦振動に対しても刷子が整流子に向って移動した場合の復元力は抑えバネによって与えられる力よりはるかに大である。本節ではこれらの非線形復元力を考慮した場合について考える。

刷子の振動を整流子面に平行な $x$ 方向の振動とこれに直角な $y$ 方向の振動に分解し、簡単のため $x$ 方向の復元力は $x$ のみの関数、 $y$ 方向の復元力は $y$ のみの関数と考え、それぞれ $f(x)$ 、 $g(y)$ で表わされるものとする。これらの関数 $f(x)$ 、 $g(y)$ は第4.39図の如き特性を持つものとする。摩擦係数 $\mu$ を一定と考えると、 $x$ 方向に働く摩擦力は $\mu g(y)$ となり、また刷子保持器が傾斜しているために $\nu f(x)$ なる力が $g(y)$ と反対方向に作用する。よって振動系の基本式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{d\tau^2} + 2\delta_x \frac{dx}{d\tau} + f(x) + \mu g(y) &= 0, \\ \frac{d^2y}{d\tau^2} + 2\delta_y \frac{dy}{d\tau} + g(y) - \nu f(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.74)$$

となる。

この振動系の微分方程式(4.74)は非線形復元力を持つ連立微分方程式で、理論的計算によって解を求めることは極めて困難であるためアナログ計算機によって解析を行なった。第4.39図の非線形特性を簡単のため

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= x^3, \\ g(y) &= y, \quad y > 0; \quad g(y) = 4y, \quad y < 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.75)$$

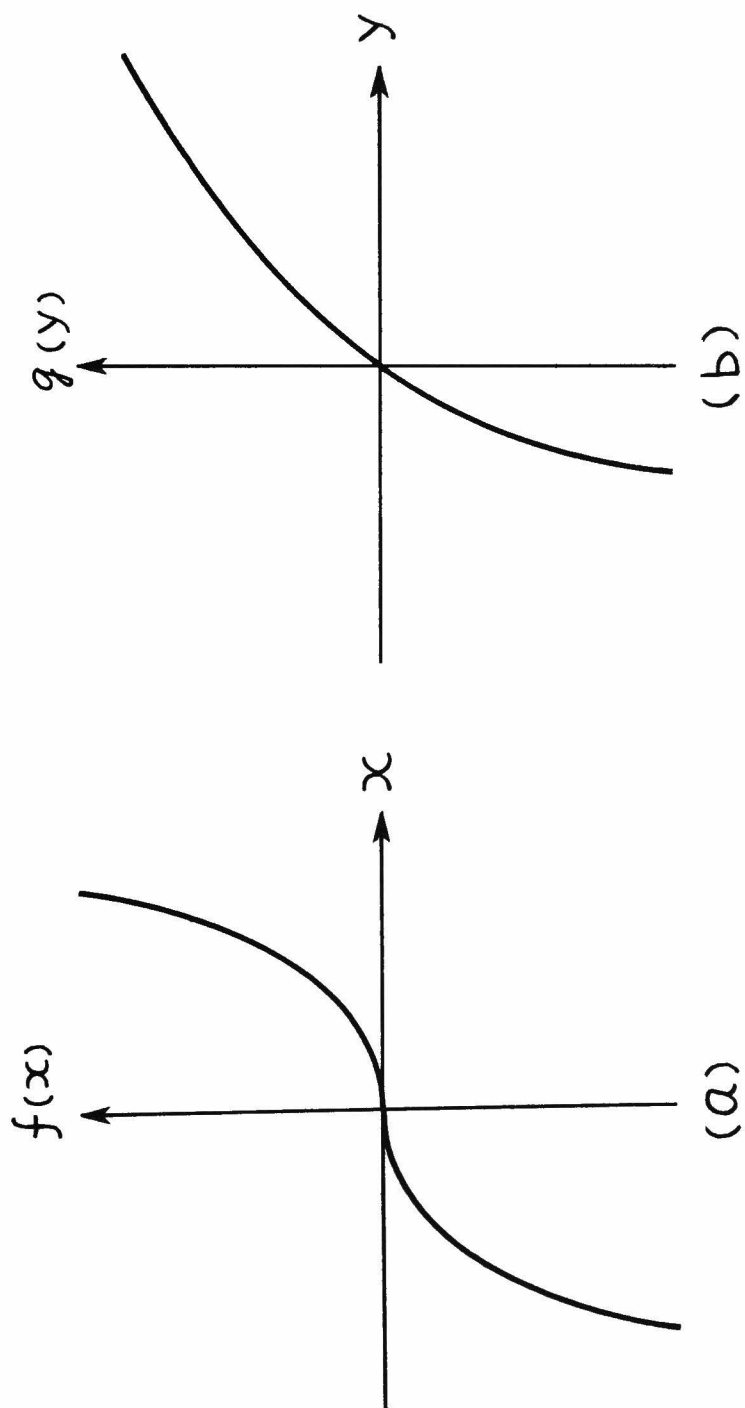
なる特性で近似し、計算機ブロック線図を求めたものが第4.40図であ

る。図において関数  $g(y)$  を発生する要素として固定抵抗とゲルマニウムダイオードとを用いた模擬回路を挿入した。第4.41図は

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 0.5, \quad \nu = 0.5 \\ \delta_x &= \delta_y = \delta = 0.1, 0.2, 0.3 \end{aligned} \right\} \quad (476)$$

とした場合について、定常状態における解曲線を  $x, y$  平面上に表わしたものであり、第4.42図は特に  $\delta = 0.3$  の場合に系が持続振動を発生して行く過渡状態を時間関数曲線として示したものである。

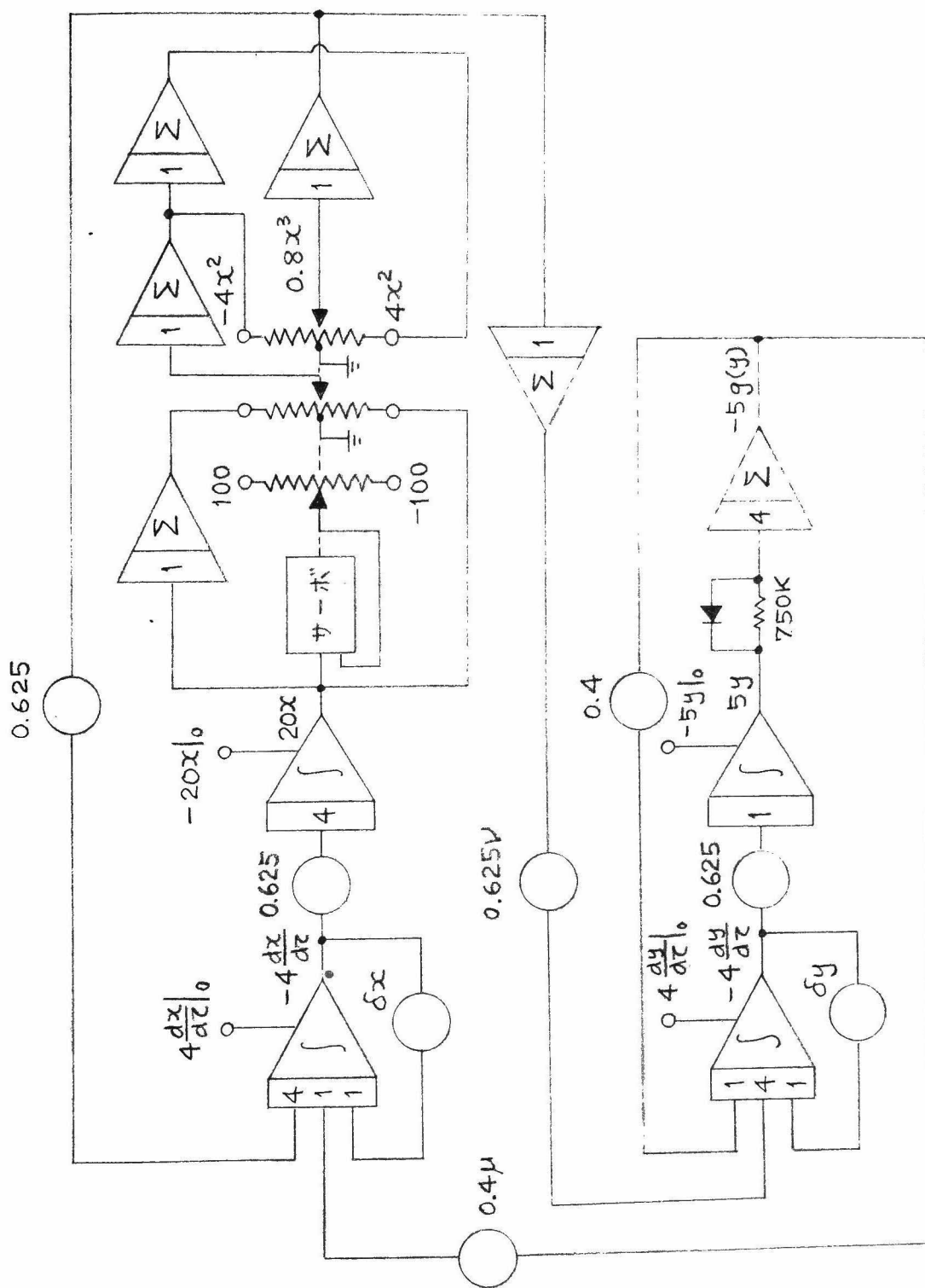
以上筆者等が製作した低速度形アナログ計算機を応用して非線形要素を含む制御系の解析、非線形振動系の解析等を行なったいくつかの例について述べたが、本章の各節に示したようにこのアナログ計算機によって行なった結果は理論的計算結果と良く一致しており、研究用として充分使用に耐えるものであると考えられる。この計算機の応用例は上述のほかに極めて多種多様にのぼっている。<sup>(33)</sup>



第 4.39 圖 非線形関数  $f(x)$ ,  $g(y)$  の特性

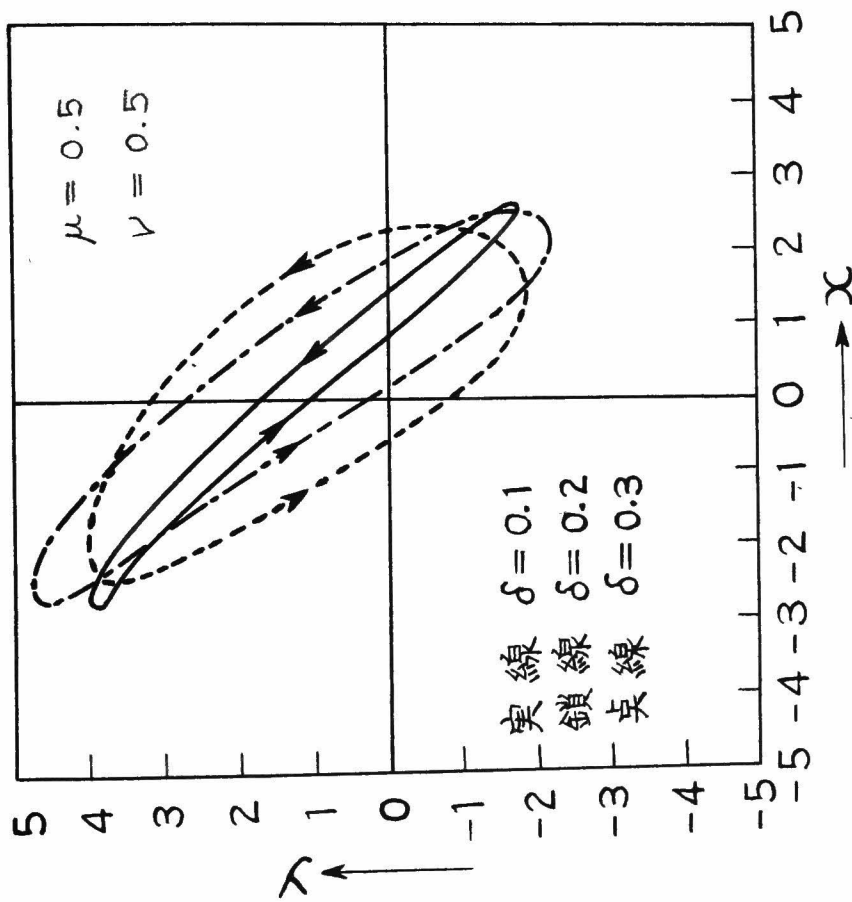






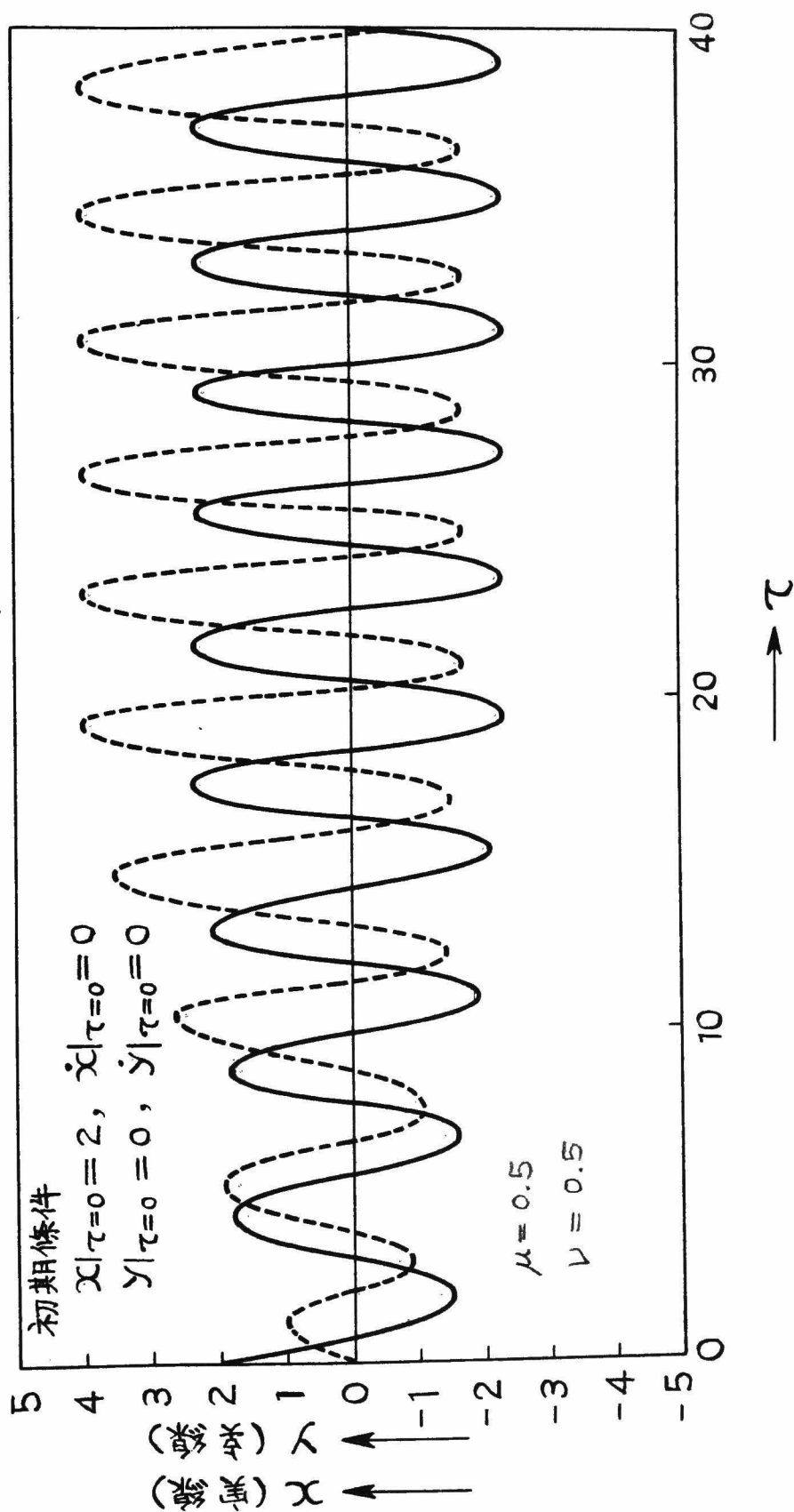
第 4.40 図 (4.74) 式を解く計算機ブロック線図





第 4.41 図 (4.74) 式の解曲線  
( $x, y$  平面軌跡)





第 4.42 図 (4.74) 式の解の波形 ( $\delta=0.3$ )



## 結 論

以上4つの章に亘って筆者等が試作した低速度形電子管式アナログ計算機要素，磁気増幅器式アナログ計算機要素，多元連立高次代数方程式求解機の概要と，上記低速度形アナログ計算機の応用例とについて述べた。

まず第1章について総括すると，試作したアナログ計算機は精度，容量ともに充分実用に耐えるものであつて，各計算要素を拡充することと相まって研究室における非線形問題の研究を進めに上に非常に有効な装置となつてゐる。第1章に述べたようにこのアナログ計算機では積分器に用いる演算増幅器にはチョツパによる自動ドリフト補償を施しているが，加算器の演算増幅器にはこれを施していない。

しかしこのアナログ計算機を微分解析機として使用する場合は必ず閉ループによる演算回路を組むことになるので，加算器のドリフト（約10ミリボルト/8時間）は余り重大な影響を与えないようである。このことは最初に平衡点検をしておけば同じ演算（演算時間約30分）を繰り返して行なつても極めて正確に同じ解を再現する点からも確かめられる。将来はこの計算機の使用率を高くするために適宜補助装置も拡充して行く予定である。

第2章について総括すると，この章において考察を行なつた事項はいずれも実験的裏付けを持ち，将来磁気増幅器式アナログ計算機要素を設計する場合の有力な手がかりになると考える。但し高周波電源を使用した磁気増幅器については研究期間の都合で完了しておらず，未だ研究の余地があると思う。

第3章について総括すると，現在の段階では2元連立高次代数方程式を対象とする求解機までしか出来ていないが，例題として第3章にあげた程度の問題であれば充分実用出来ると考えられる。しかし2元の場合でもリレー制御方式に関する種々の問題点があり，今後研究を進めて行かなくてはならない。将来は元数を逐次増加して行く予定である。

第4章については本文中各例題において述べた通りであり、この程度の問題を取扱うには現在の計算機の規模で大体まかなうことが出来る。



## 謝 辞

本研究は京都大学工学部林千博教授御指導のもとに行なわれたものであつて、永年に亘り終始御懇篤なる御指導と御鞭撻を賜わった同教授に衷心より御礼申し上げます。また本文の第2章に関する研究は株式会社日立製作所中央研究所において行なつたもので、御指導を賜わった同研究所只野副所長、阿部部長、三浦主任研究員はじめ各位に深甚なる謝意を表する。また筆者は京都大学工学部桑原教授、坂和助教授、西川助教授、田村助手、上田氏はじめ林（千）研究室の各位より適切なる御助言と御討論を賜わった。ここに厚く御礼申し上げます。

## 参 考 文 献

- (1) 林 : 低速度形電子管式アナログ計算機およびその応用, 電気3学会関西支部専門講習会講演論文集, 第2章, 1959.
- (2) G.A. Korn and T.M Korn : Electronic Analog Computers, Second Edition, McGraw-Hill, pp 245-246, 1956.
- (3) 東芝電子管ハンドブック, Vol.2, 1961
- (4) 近藤 : 電子管式アナログ計算機の概要と最近の進歩, 電気3学会関西支部専門講習会講演論文集, 第1章, 1959.
- (5) 林, 平井, 安陪 : サーボ演算器の追従誤差の消去について, 電気関係学会関西支部連大, No.41, 1959
- (6) 沼倉, 阿部, 三浦 : サーボ演算器の設計基準, 電気学会雑誌, Vol.79, No.5, pp 26-34, 1959.
- (7) 三浦, 安陪, 平野 : 磁気増幅器式演算器の制御巻線数に関する考察, 電気4学会連大, No 278, 1962.
- (8) 三浦, 安陪, 平野 : 電圧帰還形磁気増幅器式演算器の制御巻線数に関する考察, アナログ技術研究会資料, Vol.2, No.2, 1962.
- (9) 三浦, 平野 : 電圧帰還形磁気増幅器式演算器の応用, 電気4学会連大, No.223, 1962.
- (10) 茂木 : 磁気増幅器, 日刊工業新聞社, 1958.
- (11) 文献(8), p.16.
- (12) 文献(8), p.16.
- (13) 文献(8), p.15.
- (14) 文献(10), p.32.
- (15) 平野, 三浦, 安陪 : 高レスポンス形磁気増幅器式演算器の試作, 電気4学会連大, No.367, 1963
- (16) 岩田, 衣川 : 多元一次代数方程式の求根例, アナコン応用シリー

- ズ[12], エレクトロニクス, Vol.8, 1960
- (17) 三浦, 野村 : アナログ電子計算機, pp 367-372, コロナ社, 1960.
- (18) C.Hayashi : Forced Oscillations in Nonlinear Systems, Nippon Printing and Publishing Co., Osaka, p.82, 1953
- (19) 文献(18), pp 117-119
- (20) Truxal : Control System Synthesis, McGraw-Hill, pp 582-583
- (21) 尾形 : 飽和特性を持つ制御系の応答としての非線形振動, 自動制御, Vol.5, No.1, pp 11-15, 1958
- (22) 林, 安陪, 井上 : 飽和要素を含む位置制御系における分数調波振動, 電気4学会連大, No.149, 1959.
- (23) 文献(18), p.51.
- (24) 文献(18), p.51
- (25) 文献(18), p.50.
- (26) 文献(18), p.12.
- (27) 文献(18), p.16
- (28) 文献(18), p.14
- (29) 林, 坂和 : 対称リレー要素を含む制御系における分数調波振動, 電気学会雑誌, Vol.80, pp 280-287, 1960.
- (30) 山口, 西村他 : リレーサーボの分数調波振動のモードについて, 電気4学会連大, 1960
- (31) 林, 坂和, 安陪 : リレー制御系における分数調波振動発生初期条件, 電気4学会連大, No.247, 1961.
- (32) 林 : 回転機刷子の振動解析の研究(第1報), 鉄道技術研究所, 1958
- (33) 例えば C.Hayashi, Y. Nishikawa, and M. Abe : Subharmonic Oscillations of Order One-Half, IRE Trans.

of the Prof. Group on Circuit Theory, Vol. CT-7,  
No. 2, June, 1960.



